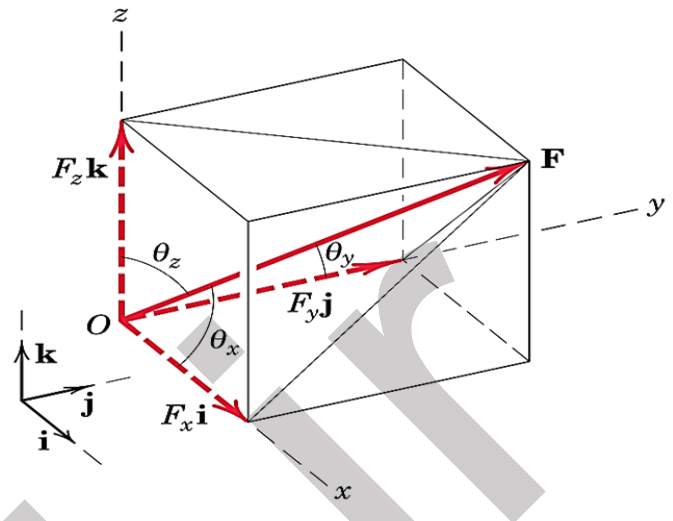


نیرو (بردار) در فضای سه بعدی (۱)

مولفه‌های متعامد بردار (بیان دکارتی)



معلوم: F و θ_x و θ_y و θ_z خواسته: بردار $\vec{F}$ و مولفه‌ها F_x و F_y و F_z

$$F_x = F \cos \theta_x \quad \text{و} \quad F_y = F \cos \theta_y \quad \text{و} \quad F_z = F \cos \theta_z$$

$$\vec{F} = \vec{F}_x + \vec{F}_y + \vec{F}_z = F_x \vec{i} + F_y \vec{j} + F_z \vec{k}$$

$$\vec{F} = F (\cos \theta_x \vec{i} + \cos \theta_y \vec{j} + \cos \theta_z \vec{k}) = F \vec{\lambda}$$

$$\vec{\lambda} = \frac{\vec{F}}{F} = \frac{F_x}{F} \vec{i} + \frac{F_y}{F} \vec{j} + \frac{F_z}{F} \vec{k}$$

$$\vec{\lambda} = \cos \theta_x \vec{i} + \cos \theta_y \vec{j} + \cos \theta_z \vec{k} = \lambda_x \vec{i} + \lambda_y \vec{j} + \lambda_z \vec{k}$$

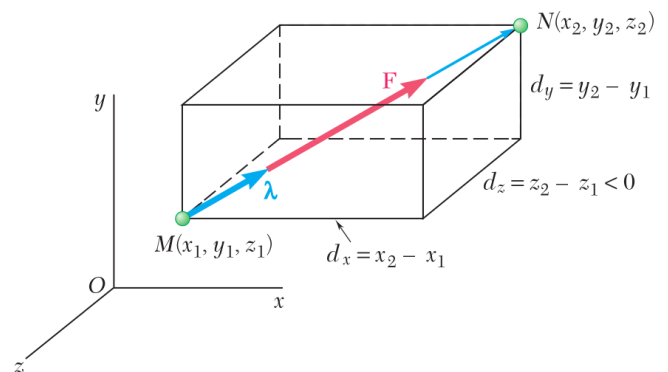
$$\lambda = 1 \Rightarrow \cos^2 \theta_x + \cos^2 \theta_y + \cos^2 \theta_z = 1$$

معلوم: بردار $\vec{F}$ و مولفه‌ها F_x و F_y و F_z خواسته: F و θ_x و θ_y و θ_z

$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2 + F_z^2}$$

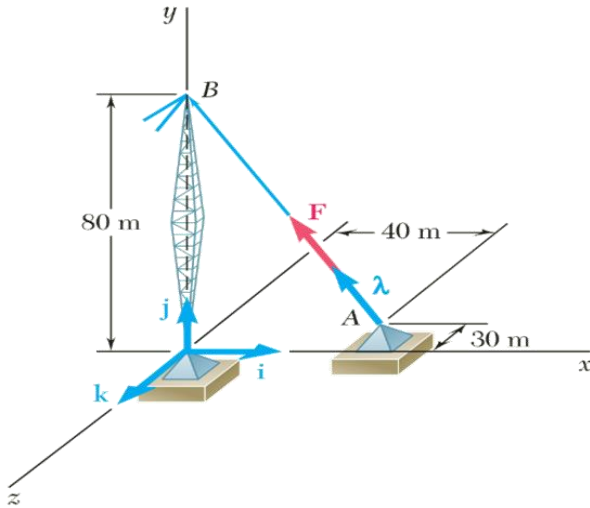
$$\theta_x = \cos^{-1} \frac{F_x}{F} \quad \text{و} \quad \theta_y = \cos^{-1} \frac{F_y}{F} \quad \text{و} \quad \theta_z = \cos^{-1} \frac{F_z}{F}$$

محاسبه بردار یک ($\vec{\lambda}$) با داشتن دو نقطه



$$\begin{aligned} \vec{F} &= F \vec{\lambda}_F = F \vec{\lambda}_{MN} = F \frac{\vec{MN}}{MN} \\ &= \frac{(x_2 - x_1)\vec{i} + (y_2 - y_1)\vec{j} + (z_2 - z_1)\vec{k}}{\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}} \end{aligned}$$

۱. نیروی کابل نگه‌دارنده دکل 2500 N است. بردار نیروی وارد بر تکیه‌گاه A و زوایای این نیرو را تعیین کنید.



$$\begin{aligned} \vec{F} &= F \vec{\lambda}_F = F \vec{\lambda}_{AB} = F \frac{\vec{AB}}{AB} = 2500 * \frac{-40\vec{i} + 80\vec{j} + 30\vec{k}}{\sqrt{40^2 + 80^2 + 30^2}} \\ &= -1060\vec{i} + 2120\vec{j} + 795\vec{k} \text{ N} \end{aligned}$$

$$\theta_{Fx} = \cos^{-1} \frac{F_x}{F} = \cos^{-1} \frac{-1060}{2500} = 115.1^\circ$$

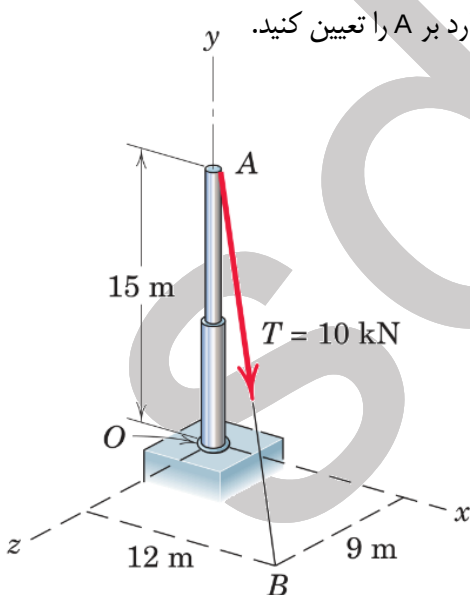
$$\theta_{Fy} = \cos^{-1} \frac{F_y}{F} = \cos^{-1} \frac{2120}{2500} = 32.0^\circ$$

$$\theta_{Fz} = \cos^{-1} \frac{F_z}{F} = \cos^{-1} \frac{795}{2500} = 71.5^\circ$$

۱. بزرگی و جهت نیروی $P = 240\vec{i} - 270\vec{j} + 680\vec{k} \text{ N}$ را تعیین کنید.

$$[770\text{N}, 71.8^\circ, 110.5^\circ, 28.0^\circ]$$

۲. بردار نیروی وارد بر A را تعیین کنید.



$$[\vec{T} = 5.7\vec{i} - 7.1\vec{j} + 4.2\vec{k} \text{ kN}]$$

۳. نیروی F با بزرگی 1200 N بر مبداء دستگاه مختصات اعمال می‌شود. اگر $\theta_x = 65^\circ$ و $\theta_y = 40^\circ$ و $F_z > 0$ باشد، زوایه θ_z و مولفه‌های نیرو را تعیین کنید.

$$[61.0^\circ, 507 \text{ N}, 919 \text{ N}, 582 \text{ N}]$$