

بسم الله الرحمن الرحيم

استاتیک

مدرس: شهاب داودی

www.sdvd.ir

davoudi@gmail.com

بخش دوم: تعادل ذرات



- جایگزینی چندین نیروی وارد بر یک ذره با فقط «یک» نیروی معادل یا برابری.
- ارتباط بین نیروهای وارد بر یک ذره در حال تعادل (سکون).

پیش‌نیازهای این فصل

- ذره
- نیرو
- قانون سینوس‌ها و قانون کسینوس‌ها
- بردار
- مولفه‌های بردار
- روش‌های ترسیمی/هندسی و تحلیلی جمع (برایند) دو یا چند بردار

ذره (Particle)

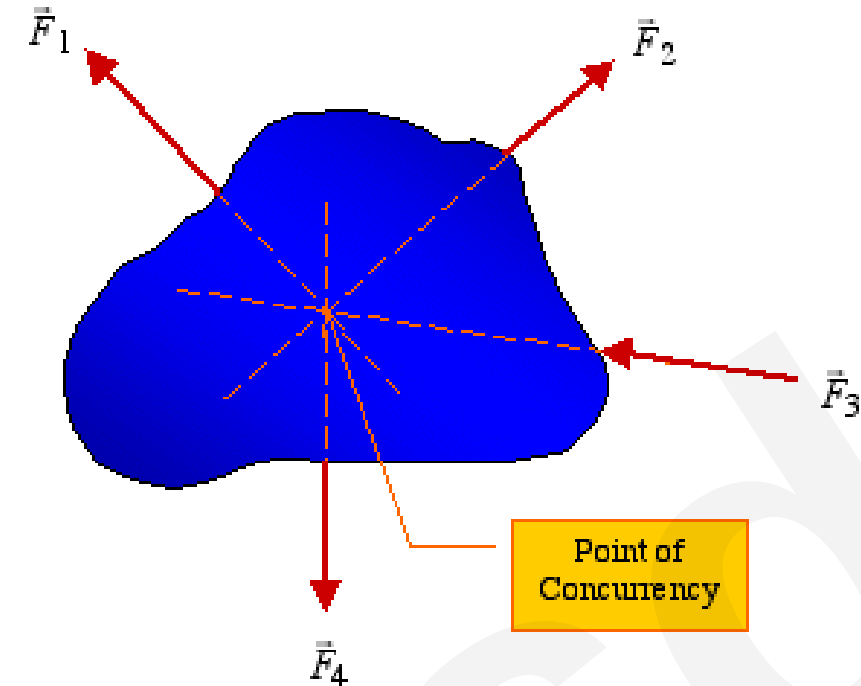
- ذره الزاما جسم با ابعاد بسیار کوچک نیست.

- منظور جسمی است که شکل و اندازه‌اش مهم نباشد.

- باید تمام نیروهای وارد بر جسم همگرا باشند.

- یعنی خط اثر تمام نیروها از یک نقطه مشترک بگذرند.

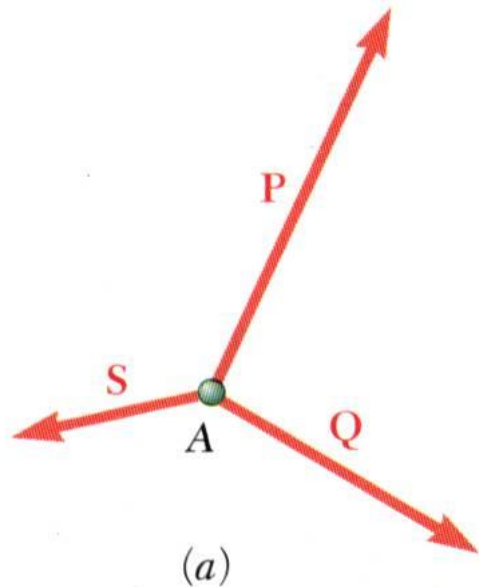
- فرض می‌شود که تمام نیروها به آن یک نقطه مشترک اثر می‌کنند.



System of concurrent forces acting on a body

نیروهای همگرا (Concurrent Forces)

- مجموعه‌ای از چند نیرو که خط اثر تمامی آنها از یک نقطه مشترک عبور می‌کند. (نقطه A در شکل)



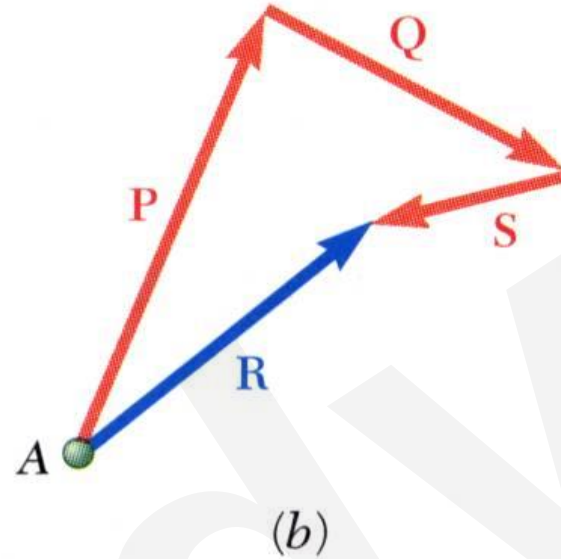
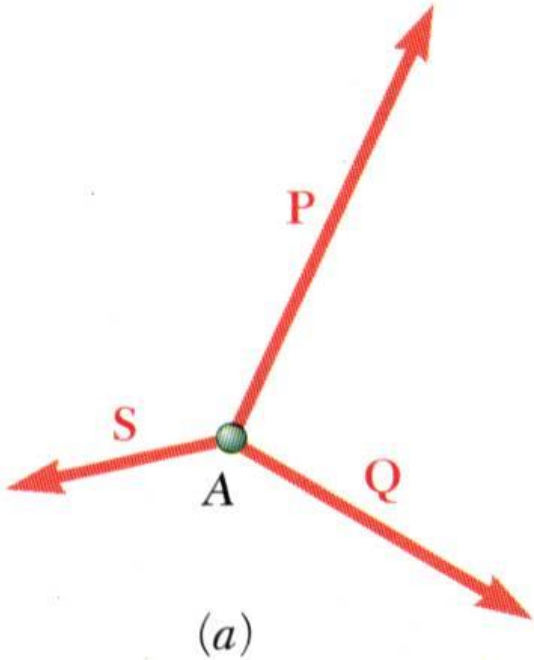
نیروی برآیند (Resultant Force)

مثال و تمرین: تک برگ بردار و نیرو و تک برگ نیرو در فضای دو بعدی

نیروی برآیند

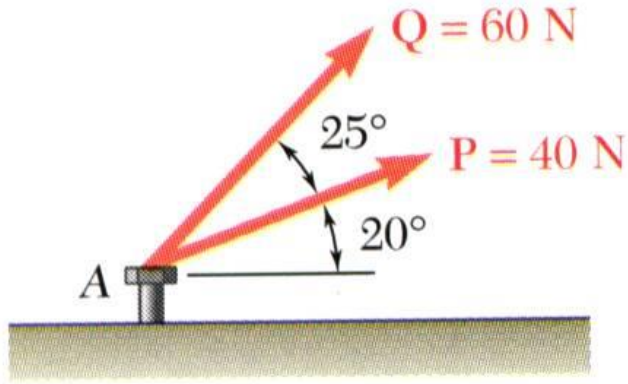
- مجموعه چند نیروی همگرای وارد بر یک ذره قابل جایگزینی با یک نیروی برآیند (R) منحصر به فرد است.

- نیروی برآیند (R)، جمع برداری تمامی نیروهای وارد بر ذره است.



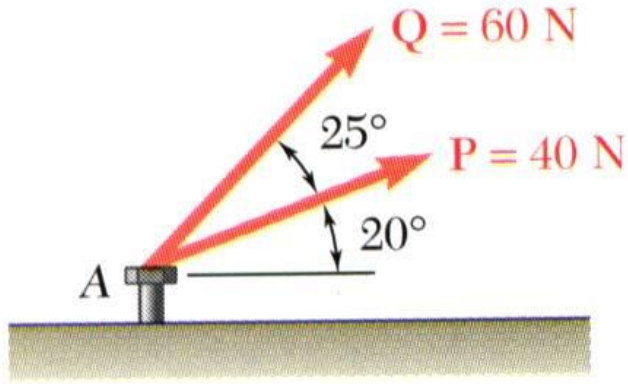
مثال: برابند دو نیروی وارد بر پیچ

دو نیرو بر نقطه A پیچ اثر می‌کنند.
برایند این دو نیرو را بیابید.

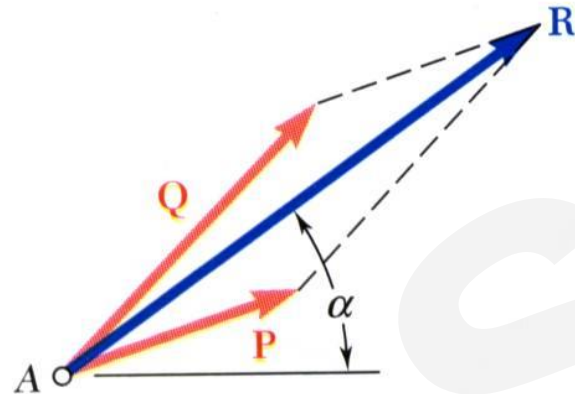


مثال: برابند دو نیروی وارد بر پیچ

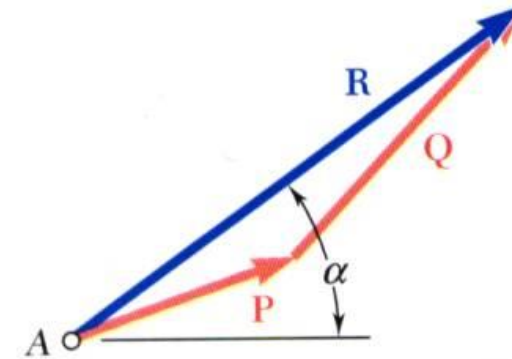
دو نیرو بر نقطه A پیچ اثر می‌کنند.
برایند این دو نیرو را بیابید.



مساله در صفحه (دو بعدی) و حل ترسیمی / هندسی

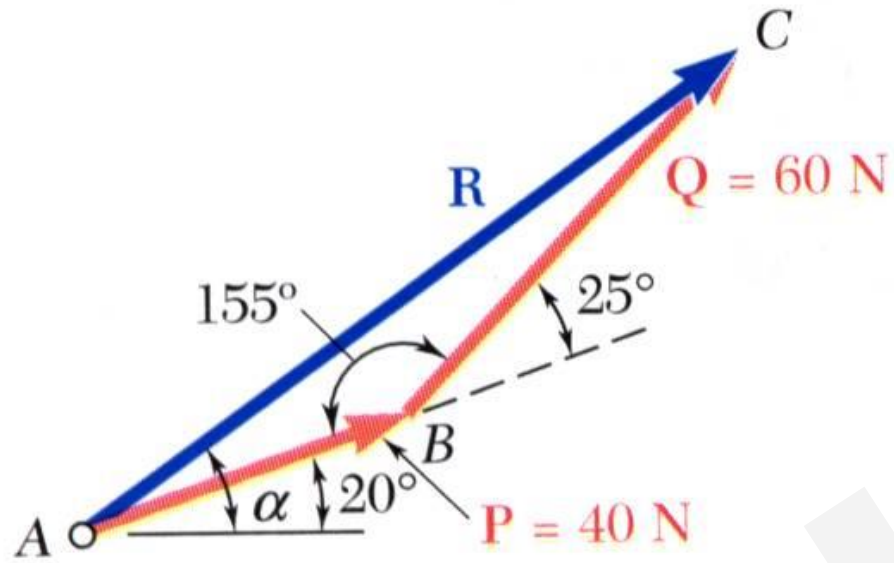


$$\mathbf{R} = 98 \text{ N} \quad \alpha = 35^\circ$$



$$\mathbf{R} = 98 \text{ N} \quad \alpha = 35^\circ$$

مثال: برابند دو نیروی وارد بر پیچ



$$\begin{aligned} R^2 &= P^2 + Q^2 - 2PQ \cos B \\ &= (40\text{N})^2 + (60\text{N})^2 - 2(40\text{N})(60\text{N})\cos 155^\circ \end{aligned}$$

$$R = 97.73\text{N}$$

$$\frac{\sin A}{Q} = \frac{\sin B}{R}$$

$$\begin{aligned} \sin A &= \sin B \frac{Q}{R} \\ &= \sin 155^\circ \frac{60\text{N}}{97.73\text{N}} \end{aligned}$$

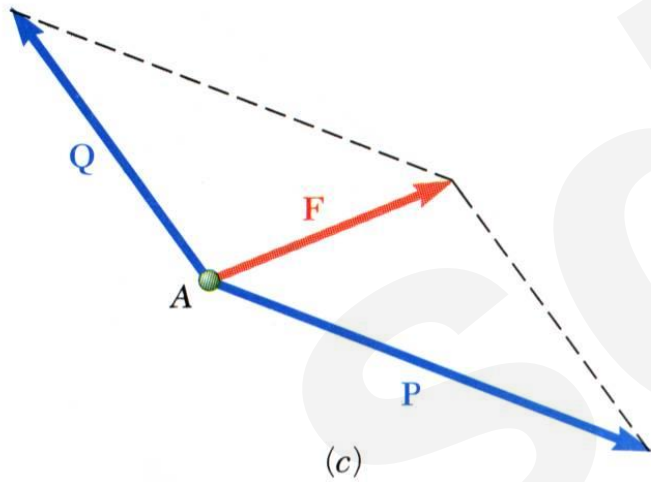
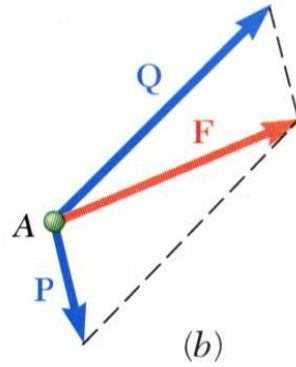
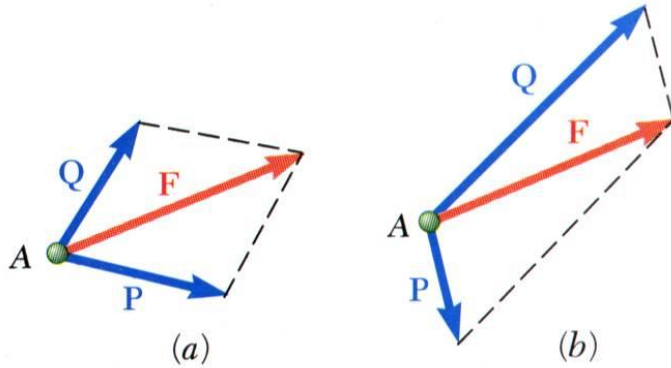
$$A = 15.04^\circ$$

$$\alpha = 20^\circ + A$$

$$\alpha = 35.04^\circ$$

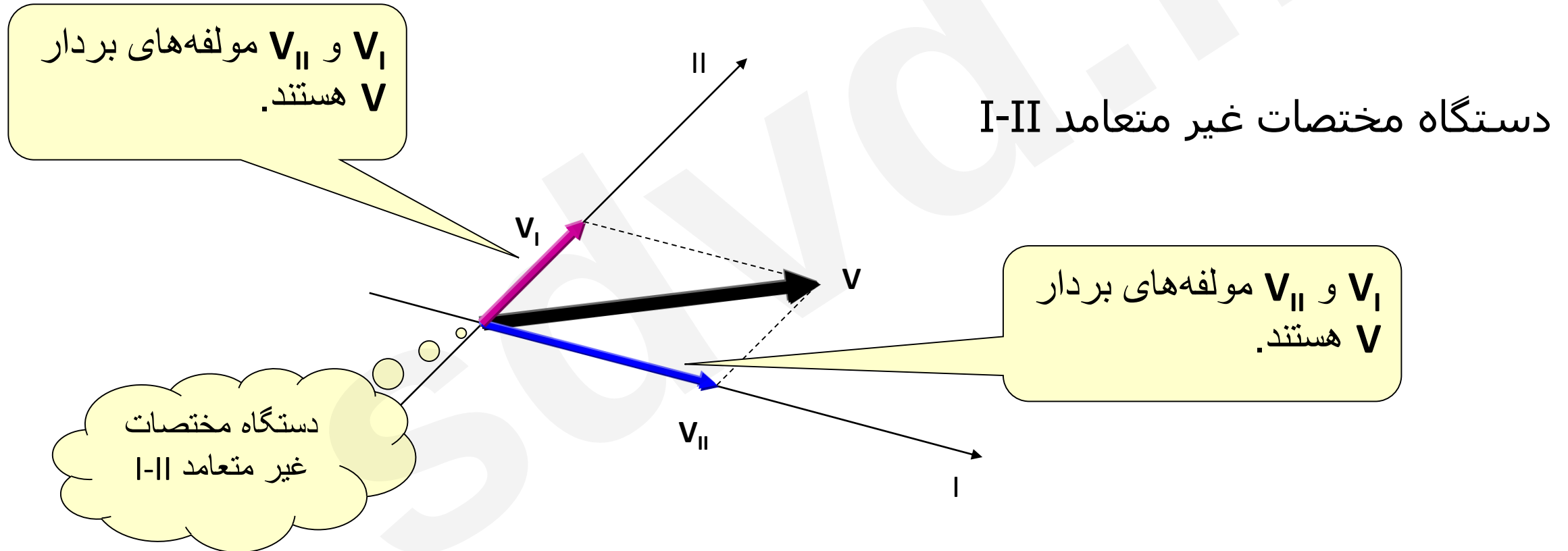
مولفه‌های نیرو

- دو یا چند بردار نیرو که با یکدیگر، اثری معادل یک نیرو داشته باشند.

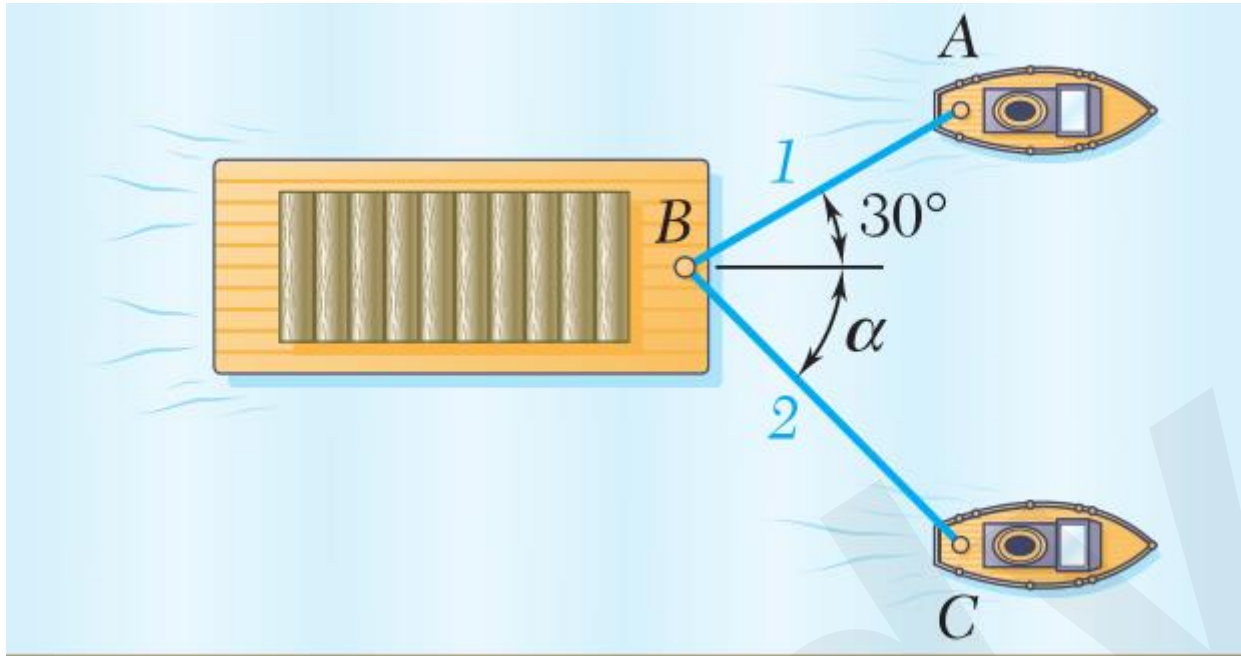


تجزیه یک بردار به مولفه‌هایش (دو بعدی)

- هر دو یا چند بردار که مجموع آنها تشکیل بردار $\mathbf{V}$ را بدهد، مولفه‌های بردار $\mathbf{V}$ نامیده می‌شوند.



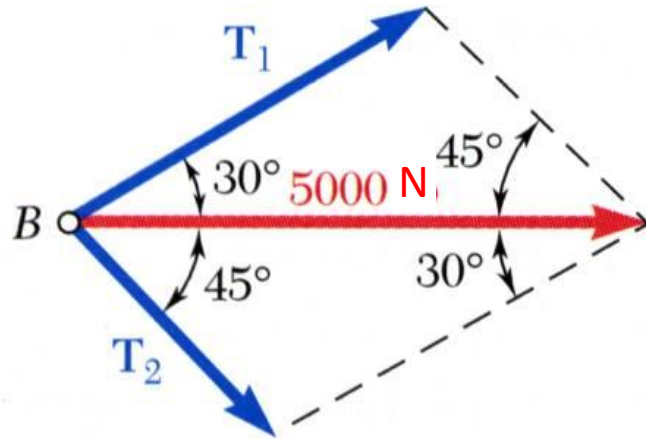
مثال: برابند دو نیروی وارد بر قایق



- قایقی توسط دو یدک‌کش A و C کشیده می‌شود. اگر نیروی برابند وارد بر قایق 5000 N و در امتداد محور قایق باشد، مطلوبست نیروی کشش هر یک از کابل‌ها، اگر $\alpha = 45^\circ$ باشد.

مثال: برابند دو نیروی وارد بر قایق

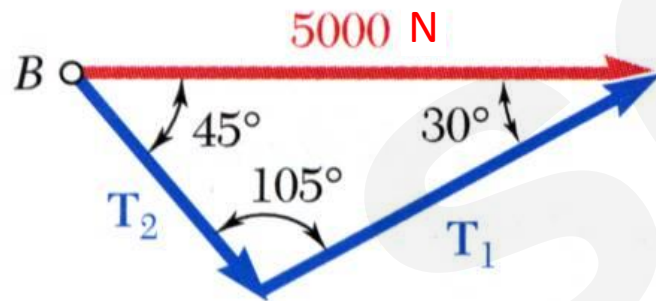
مساله در صفحه (دو بعدی) و حل هندسی



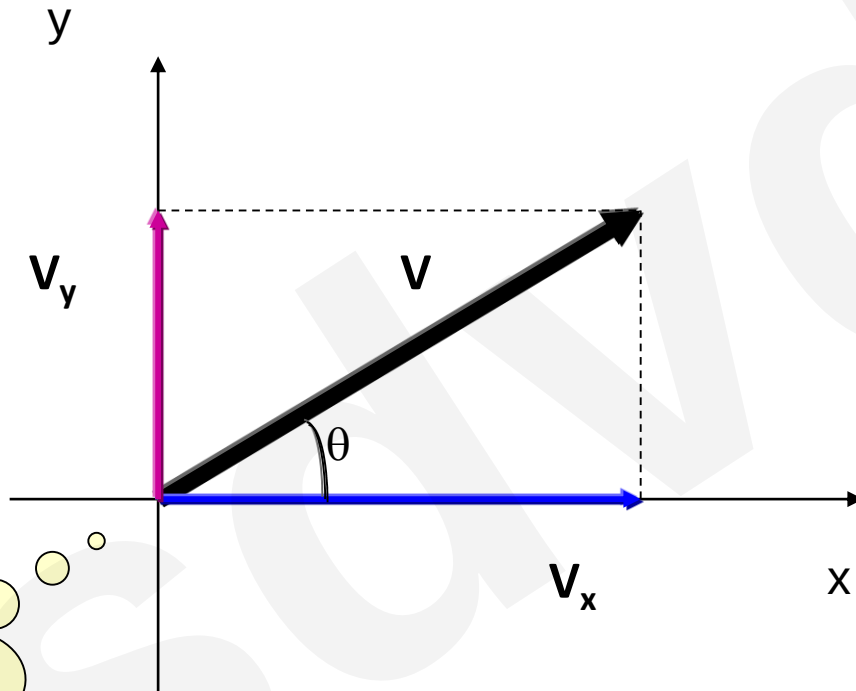
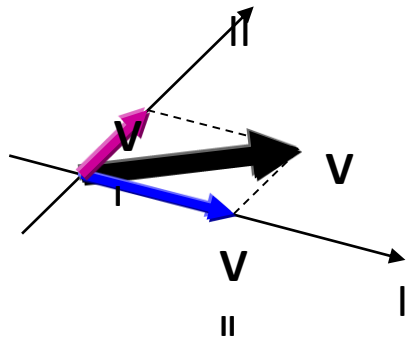
$$\frac{T_1}{\sin 45} = \frac{T_2}{\sin 30} = \frac{5000}{\sin 105}$$

$$T_1 = 3660 \text{ N}$$

$$T_2 = 2590 \text{ N}$$



تجزیه یک بردار به مولفه‌هایش (دو بعدی دکارتی)
• دستگاه مختصات متعامد $x-y$ (دکارتی)



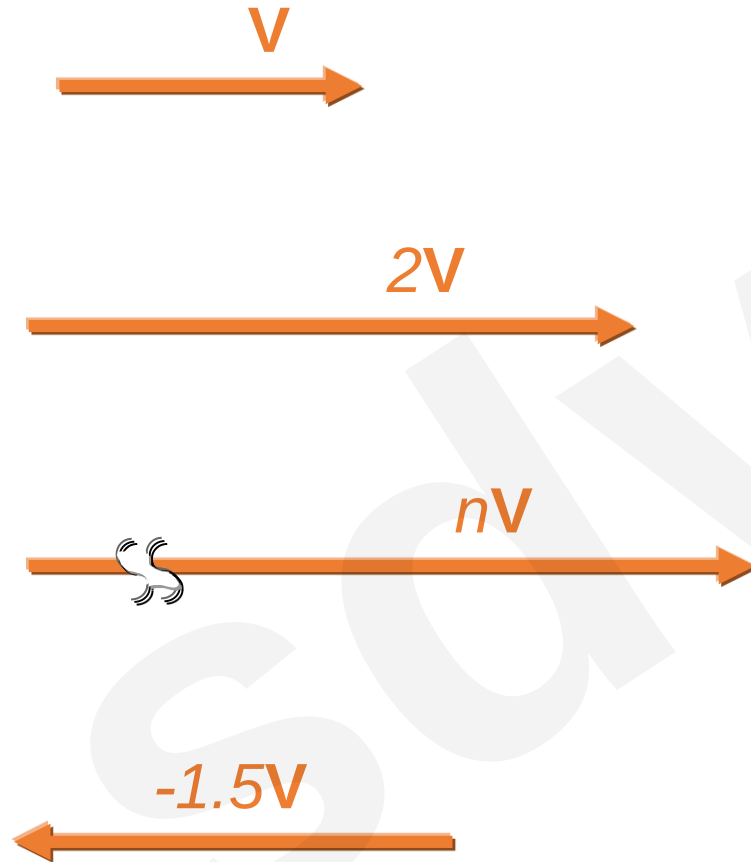
$$V_x = V \cos \theta$$

$$V_y = V \sin \theta$$

$$\theta = \tan^{-1}(V_y / V_x)$$

دستگاه مختصات
متعامد دکارتی
 $x-y$

ضرب عدد در بردار



$$V' = n V$$

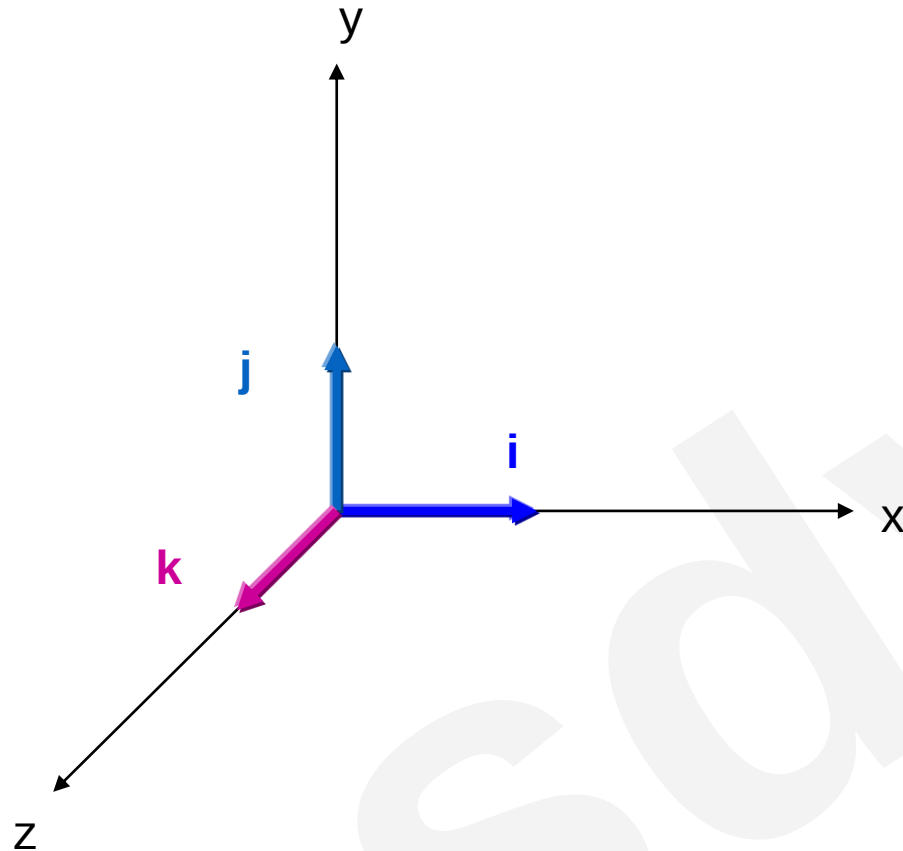
$$|V'| = n |V|$$

- خط اثر ثابت می‌ماند.
- اگر $n < 0$ باشد، جهت اثر خلاف جهت اثر اولیه خواهد شد.
- اگر $n = 0$ باشد، بردار حاصل دارای بزرگی (مقدار) صفر است.

مرور ریاضیات

بردار یکه (یگانه، واحد)

i و **j** و **k** به ترتیب در امتداد محوره‌های x ، y و z در دستگاه مختصات قائم (متعامد) هستند، به نحوی که بزرگی (طول) آنها برابر 1 (واحد) باشد.



$$|\mathbf{i}| = |\mathbf{j}| = |\mathbf{k}| = 1$$

بردار بر حسب بردار یکه

بردار

- مقدار یا اندازه
- خط اثر
- جهت اثر

- مقدار یا اندازه بردار

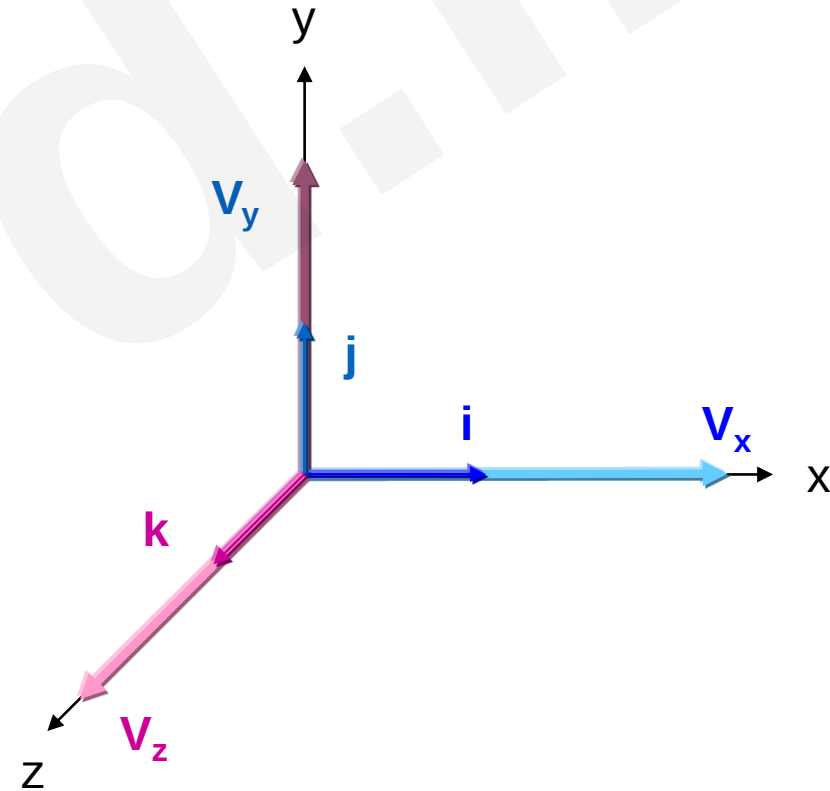
بردار یکه

- خط اثر
- جهت اثر

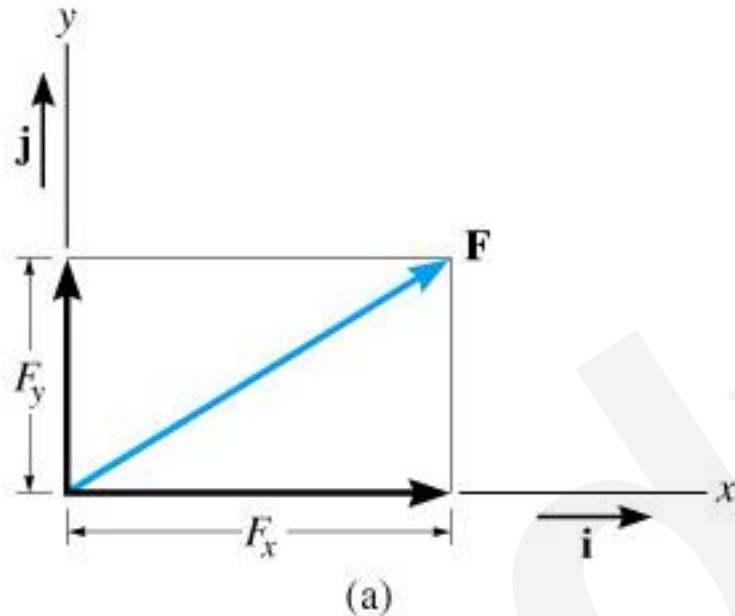
$$\mathbf{V}_x = V_x \mathbf{i}$$

$$\mathbf{V}_y = V_y \mathbf{j}$$

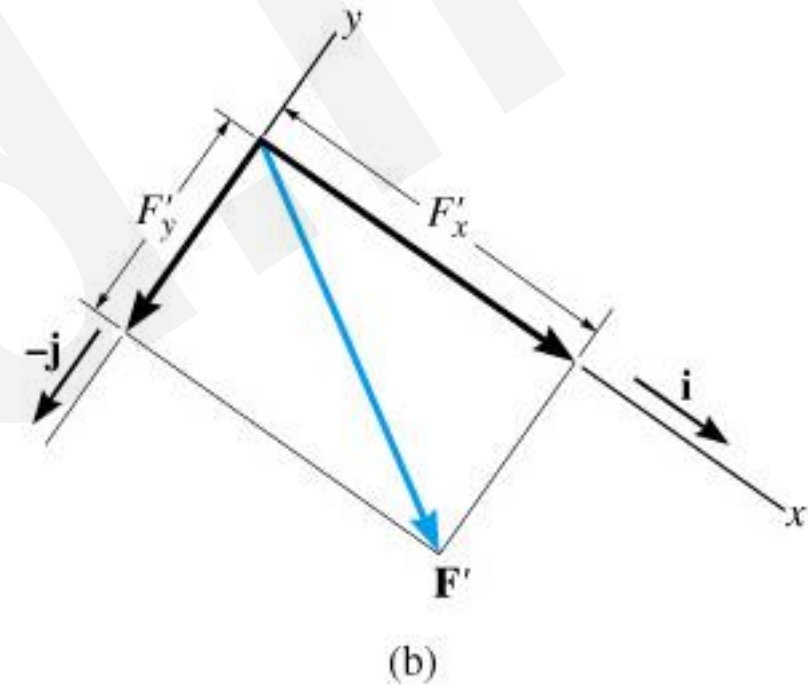
$$\mathbf{V}_z = V_z \mathbf{k}$$



بردار بر حسب بردار یکه (۲ بعدی) در دستگاه مختصات متعامد (قائم یا دکارتی)

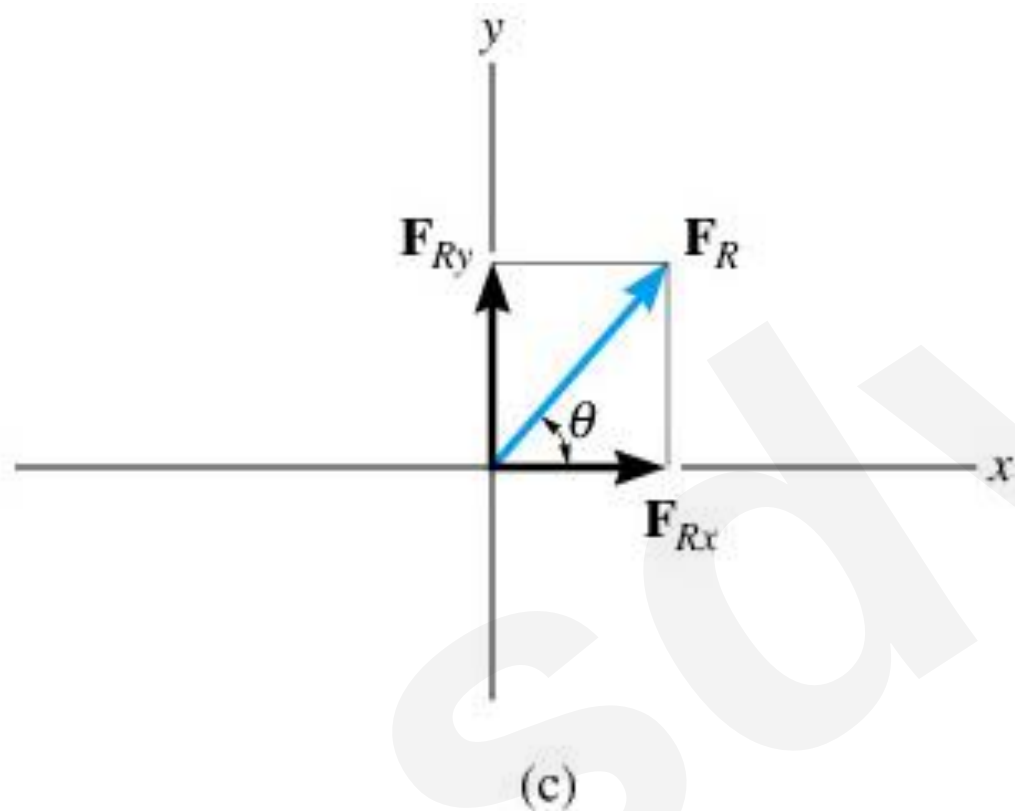


$$\mathbf{F} = F_x \mathbf{i} + F_y \mathbf{j}$$



$$\mathbf{F}' = F'_x \mathbf{i} - F'_y \mathbf{j}$$

اندازه (بزرگی) و جهت بردار (۲ بعدی)



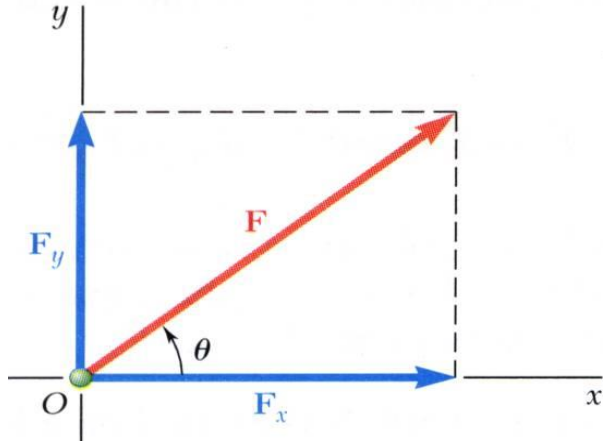
$$F_R = \sqrt{F_{Rx}^2 + F_{Ry}^2}$$

$$\theta = \tan^{-1} \left| \frac{F_{Ry}}{F_{Rx}} \right|$$

مثال و تمرین: تک برگ بردار دو بعدی

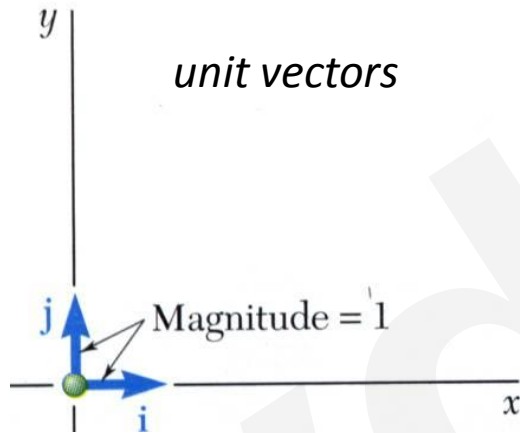
مولفه‌های متعامد یک نیرو و بردار یکه (دستگاه دکارتی دو بعدی)

صفحه (دو بعدی) و حل تحلیلی

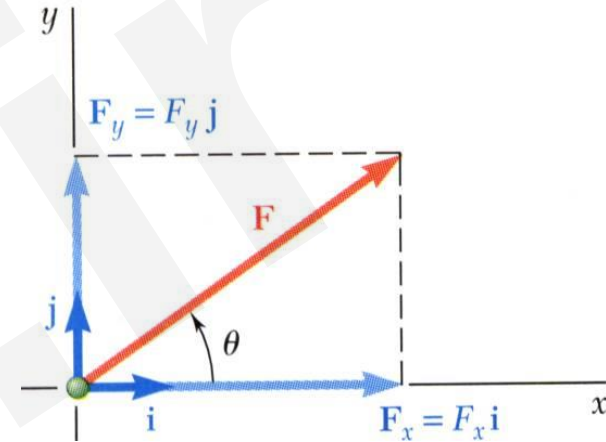


$$\vec{F} = \vec{F}_x + \vec{F}_y$$

$$F_x = F \cos \theta \quad \text{و} \quad F_y = F \sin \theta$$



$$\vec{F}_x = F_x \vec{i} \quad \text{و} \quad \vec{F}_y = F_y \vec{j}$$

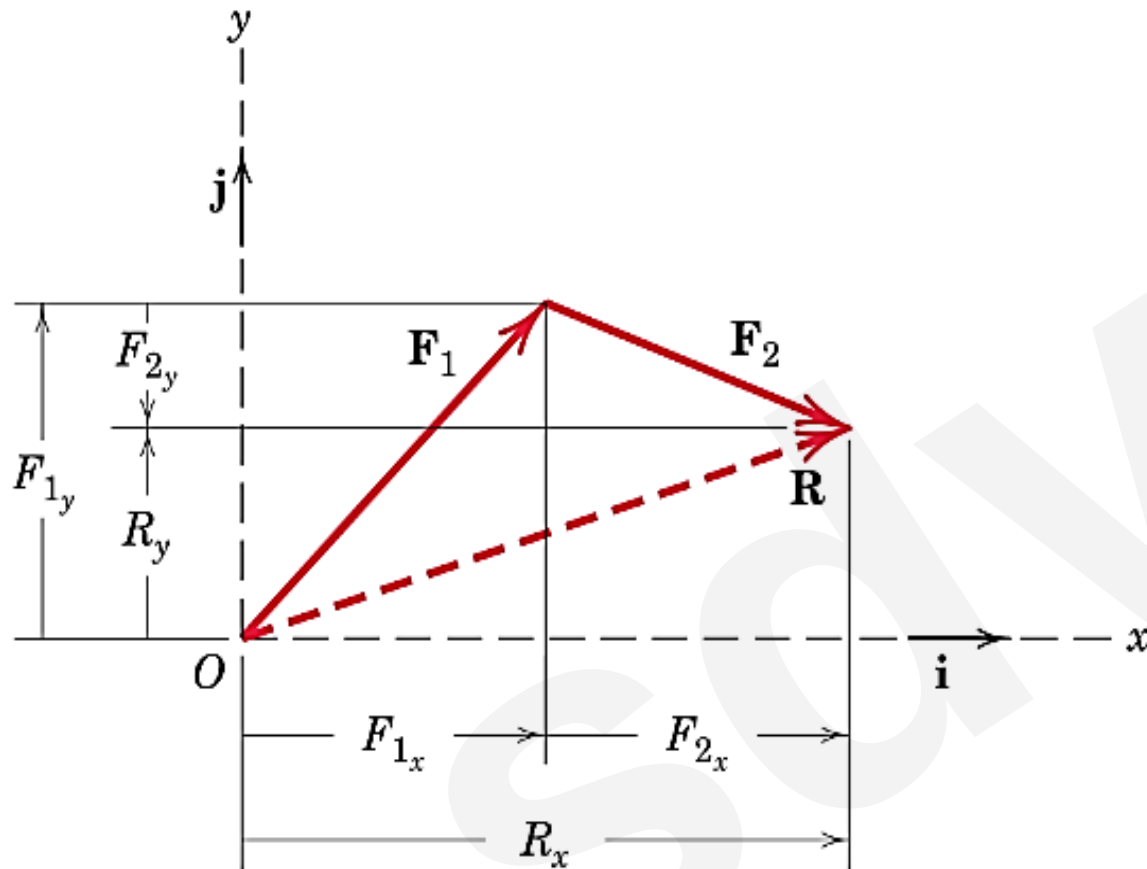


$$\vec{F} = F_x \vec{i} + F_y \vec{j}$$

$$\vec{F} = \vec{F}_x + \vec{F}_y = F_x \vec{i} + F_y \vec{j} = F \cos \theta \vec{i} + F \sin \theta \vec{j}$$

$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} \quad \theta = \tan^{-1} \left| \frac{F_y}{F_x} \right|$$

محاسبه برابند با کمک مولفه‌های متعامد



$$\vec{R} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$$

$$\begin{aligned}\vec{R} &= R_x \vec{i} + R_y \vec{j} = (F_{1x} \vec{i} + F_{1y} \vec{j}) + (F_{2x} \vec{i} + F_{2y} \vec{j}) \\ &= (F_{1x} + F_{2x}) \vec{i} + (F_{1y} + F_{2y}) \vec{j}\end{aligned}$$

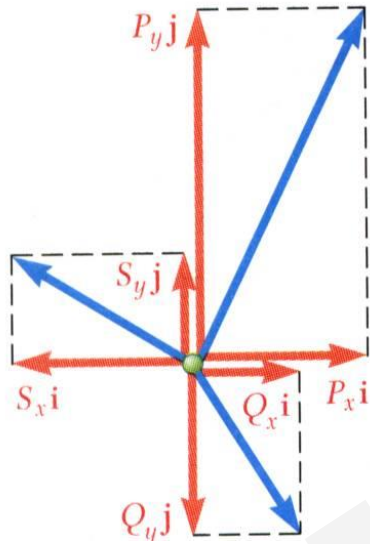
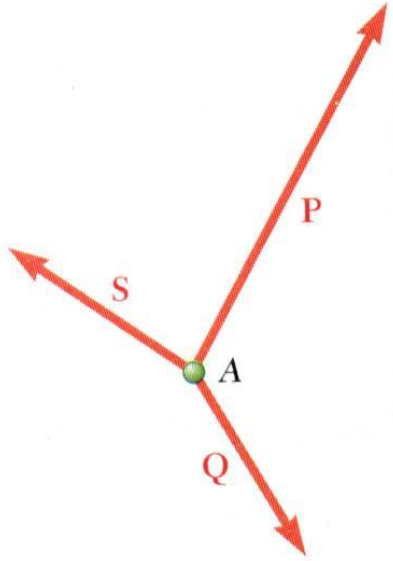
$$R_x = \sum F_x \quad , \quad R_y = \sum F_y$$

$$\vec{R} = R_x \vec{i} + R_y \vec{j} = \sum F_x \vec{i} + \sum F_y \vec{j}$$

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2}$$

$$\theta_R = \tan^{-1} \left| \frac{R_y}{R_x} \right|$$

محاسبه برآیند چند بردار با کمک مولفه‌های متعامد

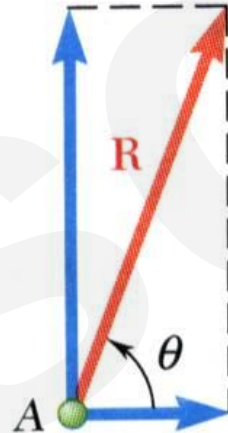


$$\vec{R} = \vec{P} + \vec{Q} + \vec{S}$$

$$R_x \vec{i} + R_y \vec{j} = P_x \vec{i} + P_y \vec{j} + Q_x \vec{i} + Q_y \vec{j} + S_x \vec{i} + S_y \vec{j} \\ = (P_x + Q_x + S_x) \vec{i} + (P_y + Q_y + S_y) \vec{j}$$

$$R_x = P_x + Q_x + S_x \\ = \sum F_x$$

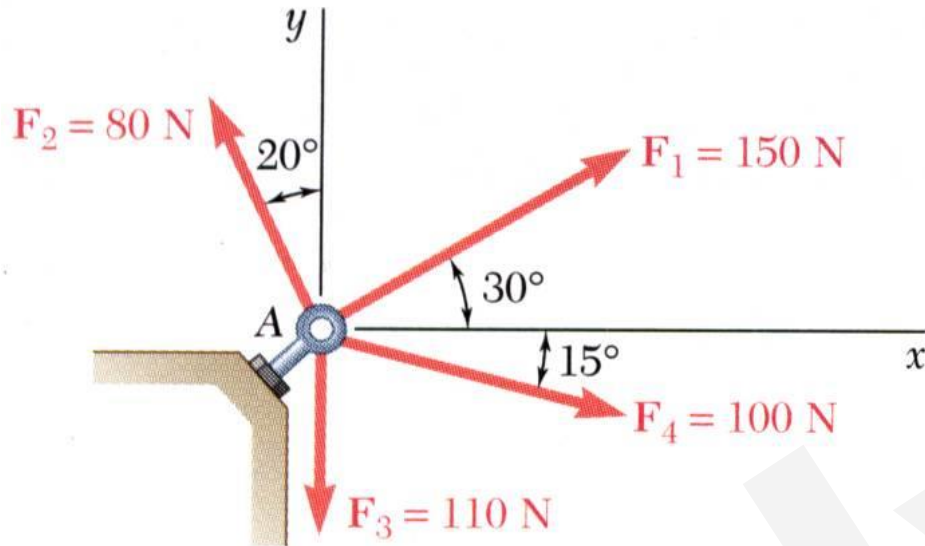
$$R_y = P_y + Q_y + S_y \\ = \sum F_y$$



$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2} \quad \theta = \tan^{-1} \frac{R_y}{R_x}$$

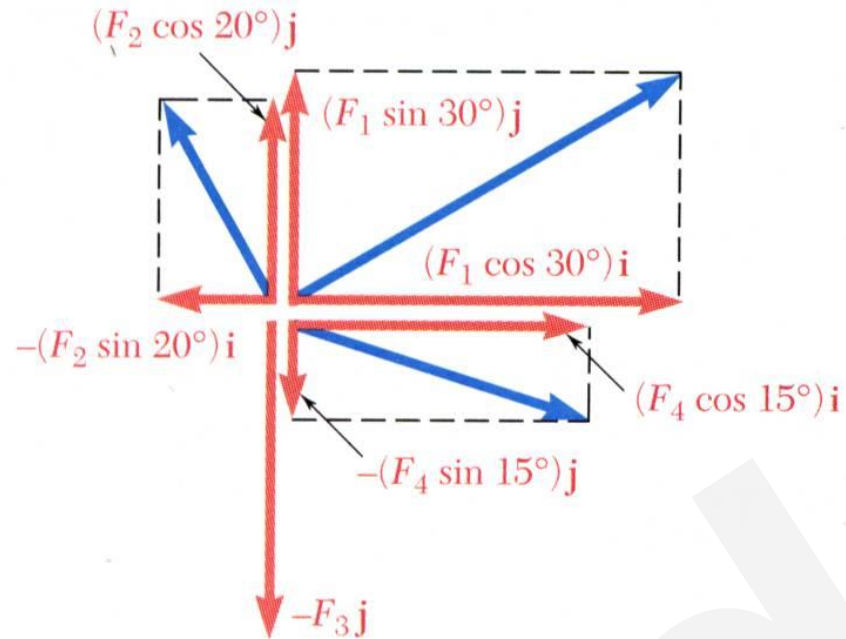
مثال: برآیند چهار نیروی وارد بر پیچ (تحلیلی)

چهار نیرو بر نقطه A پیچ اثر می‌کنند. برآیند این چهار نیرو را بیابید.

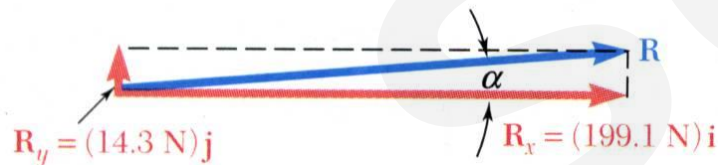


مثال: برآیند چهار نیروی وارد بر پیچ (تحلیلی)

صفحه (دو بعدی) و حل تحلیلی



force	mag	x - comp	y - comp
$\vec{F}_1$	150	+129.9	+75.0
$\vec{F}_2$	80	-27.4	+75.2
$\vec{F}_3$	110	0	-110.0
$\vec{F}_4$	100	+96.6	-25.9



$$R = \sqrt{199.1^2 + 14.3^2}$$

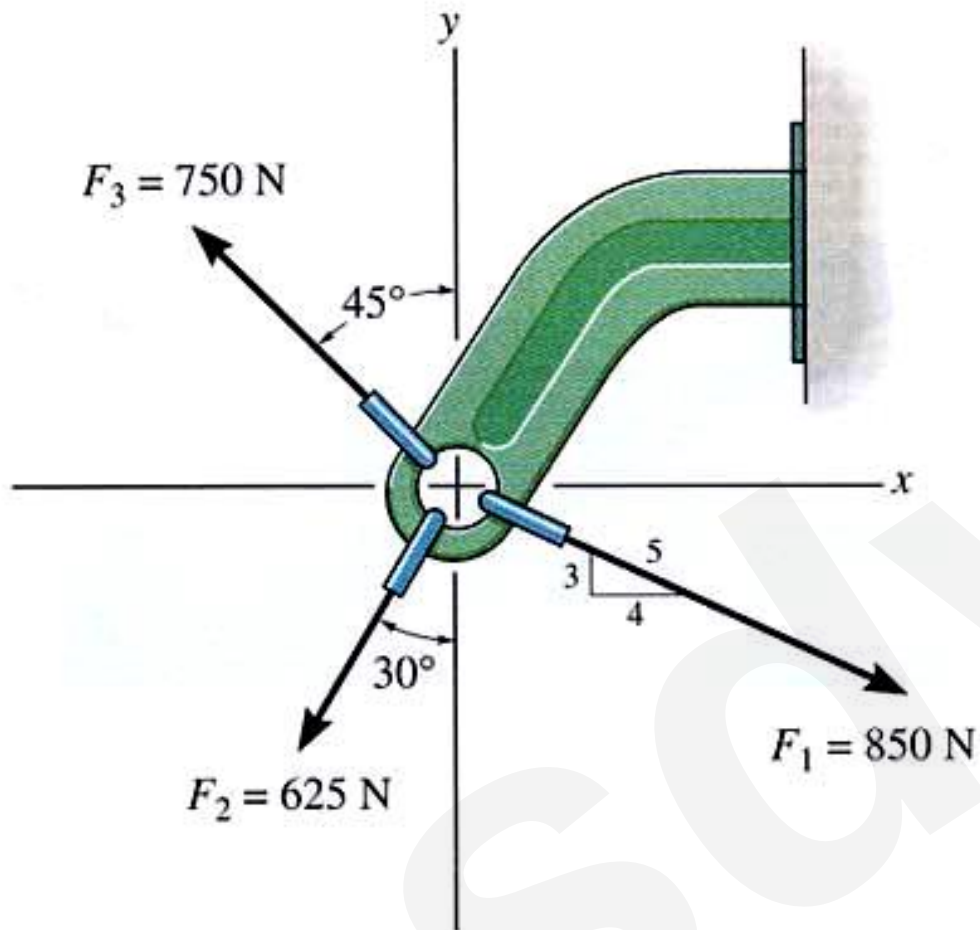
$$R = 199.6 \text{ N}$$

$$\tan \alpha = \frac{14.3 \text{ N}}{199.1 \text{ N}}$$

$$\alpha = 4.1^\circ$$

مثال: بردار نیروی برآیند

- اندازه و زاویه بردار نیروی برآیند را محاسبه کنید.



پاسخ:

$$F_R = ((162.8)^2 + (521)^2)^{1/2} = 546 \text{ N}$$

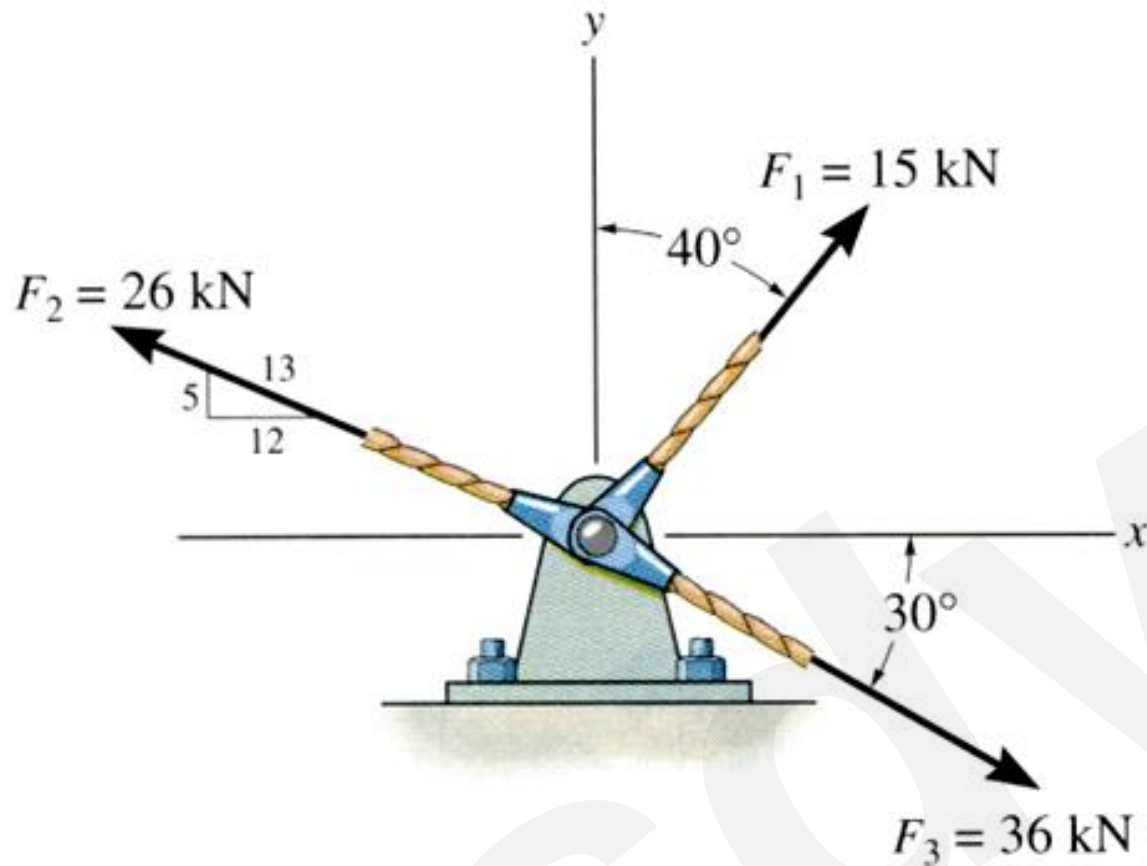
$$\phi = \tan^{-1}(521/162.8) = 72.64^\circ$$

- از جهت مثبت محور x ها

$$\phi = 180 + 72.64 = 253^\circ$$

مثال: بردار نیروی برآیند

- اندازه و زاویه بردار نیروی برآیند را محاسبه کنید.



پاسخ:

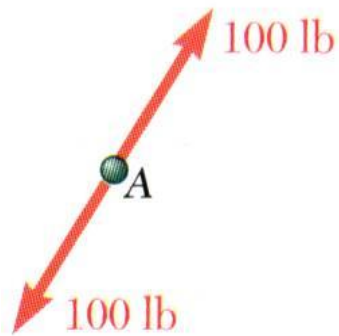
$$F_R = ((16.82)^2 + (3.49)^2)^{1/2} = 17.2 \text{ kN}$$

$$\phi = \tan^{-1}(3.49/16.82) = 11.7^\circ$$

تبادل ذره

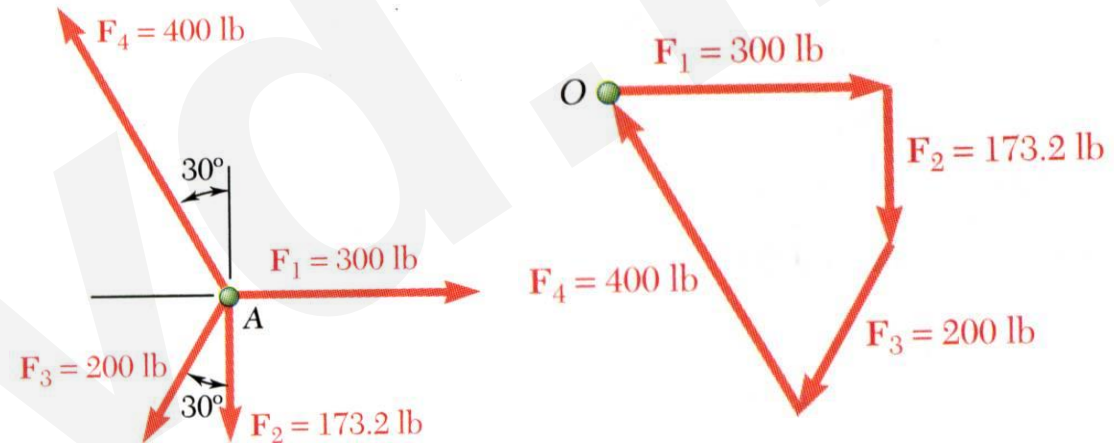
تعادل ذره

- اگر برابند تمام نیروهای وارد بر یک ذره صفر باشد، آن ذره در حال تعادل است. (قانون اول نیوتن)



- ذره تحت تاثیر دو نیروی:

- اندازه برابر
- خط اثر یکسان
- جهات اثر مختلف



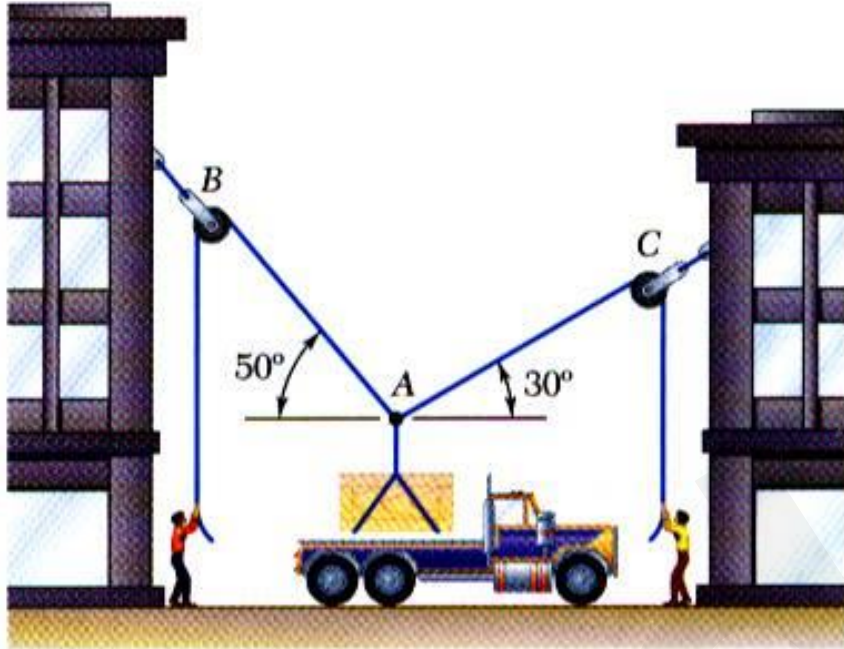
- ذره تحت تاثیر سه نیرو یا بیشتر:

- حل ترسیمی به یک چند ضلعی بسته منجر می شود.
- حل تحلیلی:

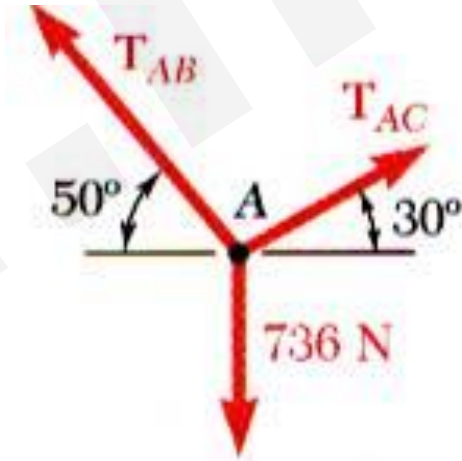
$$\vec{R} = \sum \vec{F} = 0$$

$$\sum F_x = 0 \quad \sum F_y = 0$$

نمودار (دیاگرام) آزاد

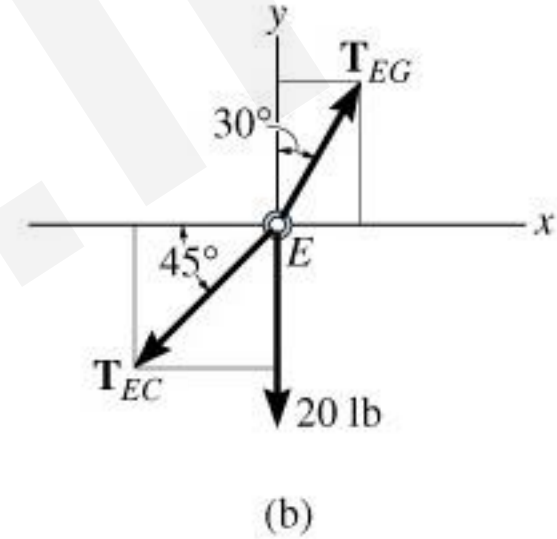
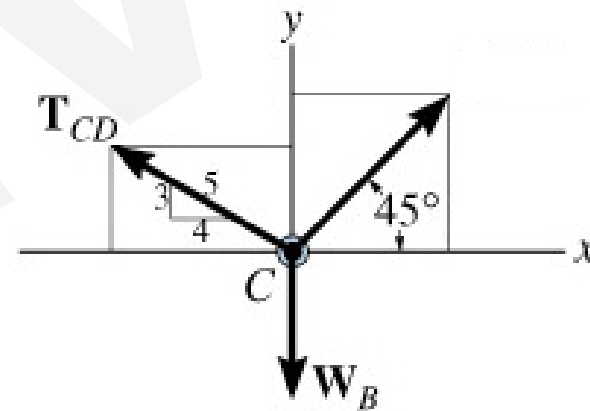
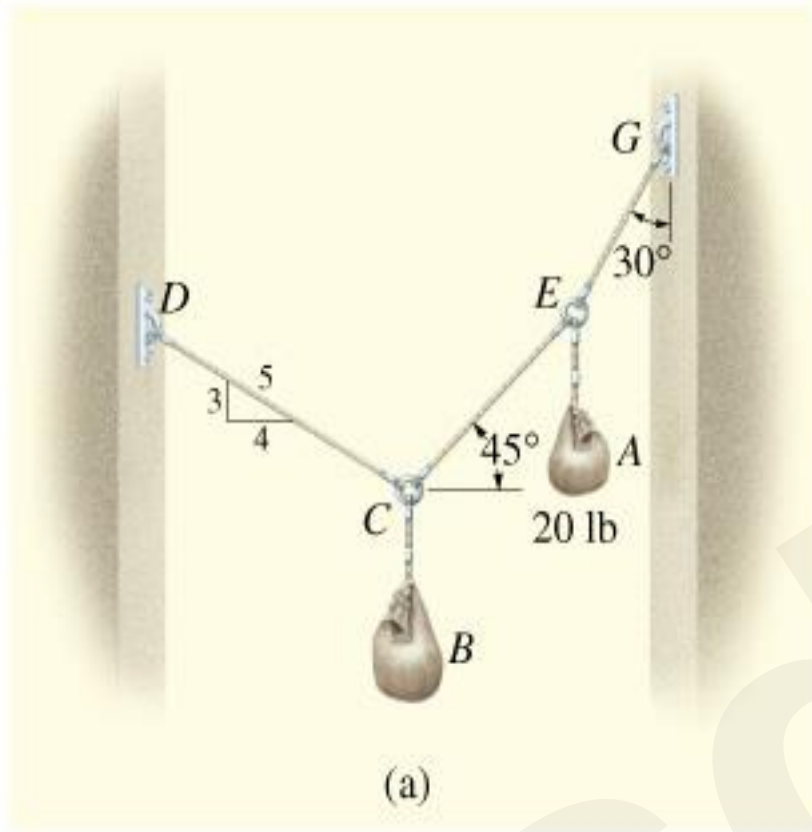


نمودار فضایی: طرحی
که شرایط فیزیکی
مساله را نشان می‌دهد.

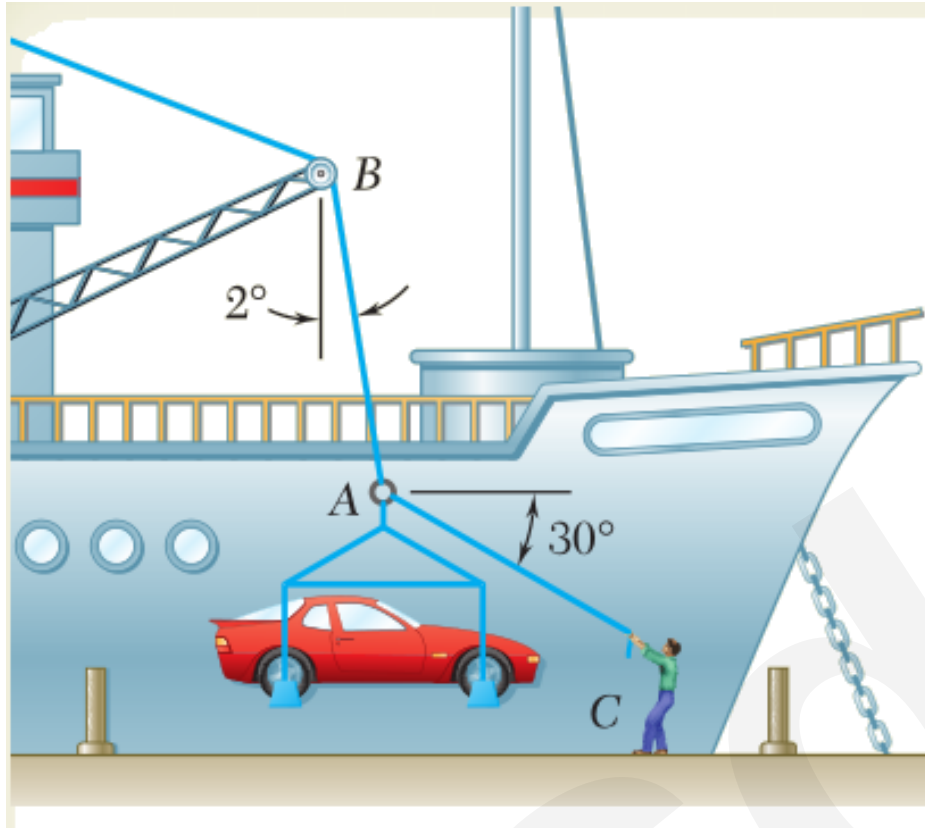


نمودار آزاد: طرحی که فقط
نیروهای موثر بر ذره مورد
بررسی را نشان می‌دهد.

نمودار (دیاگرام) آزاد



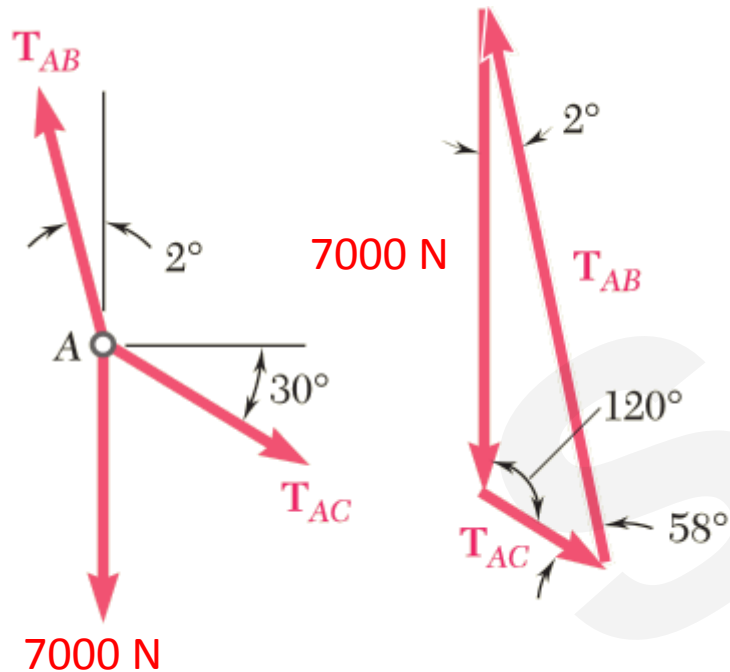
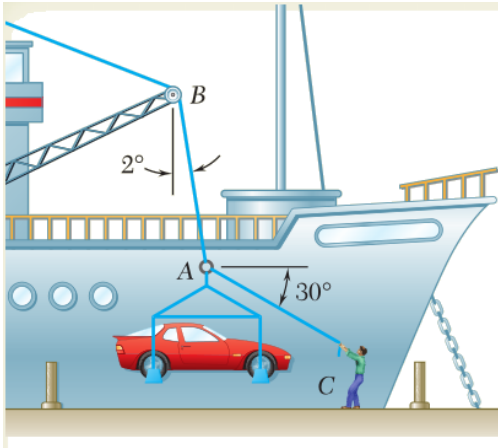
مثال: کشش کابل جرثقیل تخلیه خودرو



مطابق شکل، خودرویی به وزن 7000 N توسط جرثقیل از کشتی تخلیه می‌شود. اگر نقطه A دقیقاً در راستای مرکز جرم خودرو قرار داشته باشد، نیروی کشش کابل چقدر است؟

مثال: کشش کابل جرثقیل تخلیه خودرو (حل هندسی)

صفحه (دو بعدی) و حل هندسی



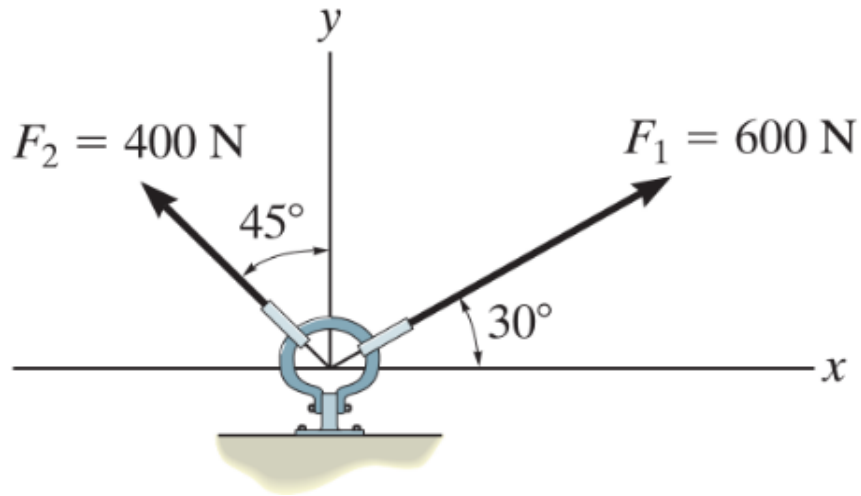
$$\frac{T_{AB}}{\sin 120} = \frac{T_{AC}}{\sin 2} = \frac{7000}{\sin 58}$$

$$T_{AB} = 7148 \text{ N}$$

$$T_{AC} = 288 \text{ N}$$

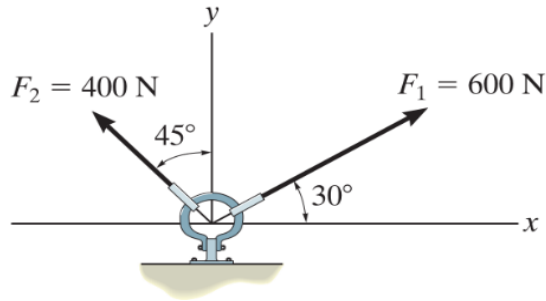
مثال: نیروی وارد بر حلقه (سیستم نیروهای صفحه‌ای)

- بردار و مقدار و جهت نیروی
برایند وارد بر حلقه را تعیین
کنید.



مثال: نیروی وارد بر حلقه (حل تحلیلی)

صفحه (دو بعدی) و حل تحلیلی



$$F_{1x} = F_1 \cos 30 = 519.62 \text{ N}$$

$$F_{1y} = F_1 \sin 30 = 300.00 \text{ N}$$

$$F_{2x} = F_2 \cos 45 = 282.84 \text{ N}$$

$$F_{2y} = F_2 \sin 45 = 282.84 \text{ N}$$

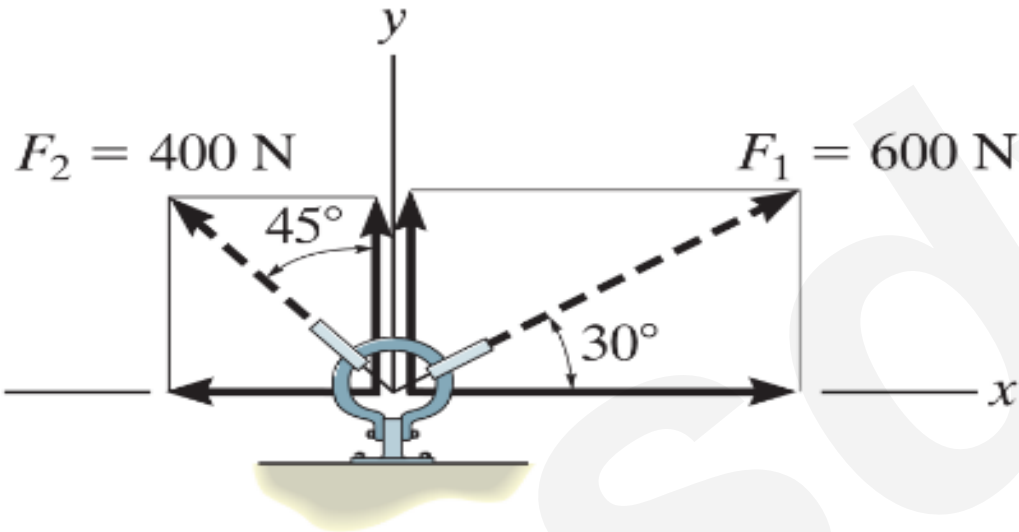
$$R_x = \sum F_x = 519.62 - 282.84 = 236.78 \text{ N}$$

$$R_y = \sum F_y = 300.00 + 282.84 = 582.84 \text{ N}$$

$$\vec{R} = 236.78 \vec{i} + 582.84 \vec{j} \text{ N}$$

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2} = \sqrt{236.78^2 + 582.84^2} = 629.10 \text{ N}$$

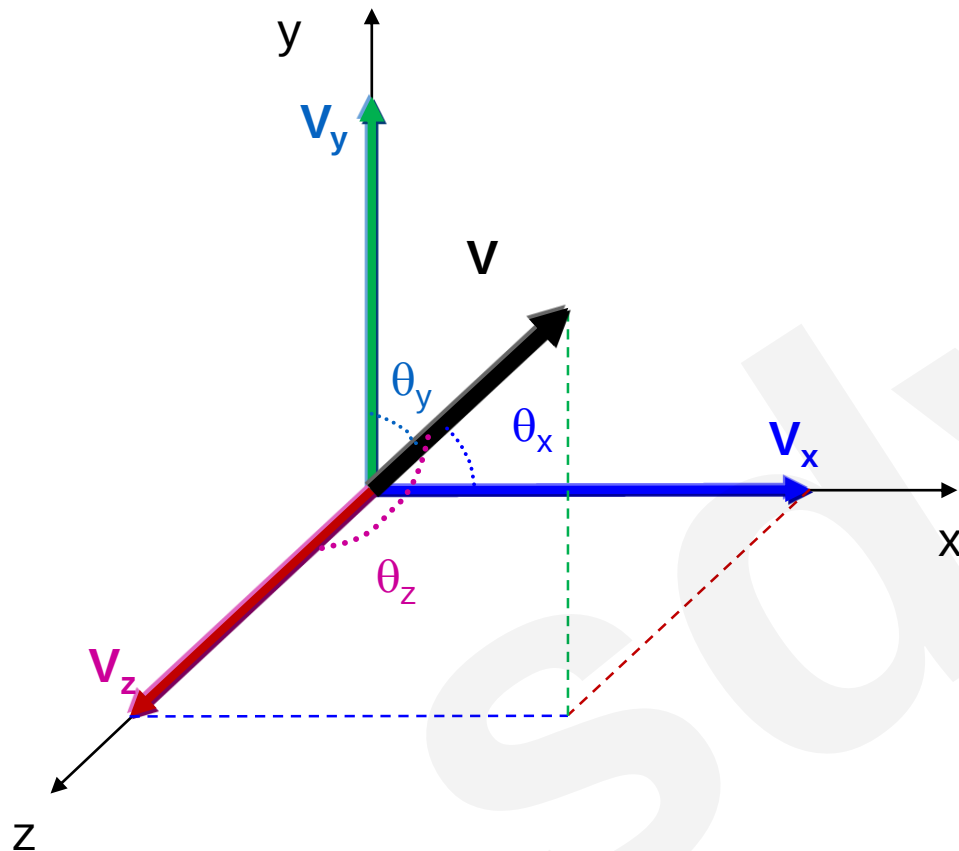
$$\theta_R = \tan^{-1} \left| \frac{R_y}{R_x} \right| = \tan^{-1} \left| \frac{582.84}{236.78} \right| = 67.9^\circ \nearrow$$



برایند و تعادل در فضای سه بعدی

مثال و تمرین: تک برگ نیرو در فضای سه بعدی، قسمت ۱ و ۲ و ۳

بردار بر حسب بردار یکه (۳ بعدی)
در دستگاه مختصات متعامد (قائم یا دکارتی)



$$\mathbf{V} = \mathbf{V}_x + \mathbf{V}_y + \mathbf{V}_z$$

$$\mathbf{V} = V_x \mathbf{i} + V_y \mathbf{j} + V_z \mathbf{k}$$

$$V_x = V \cos \theta_x = V_l$$

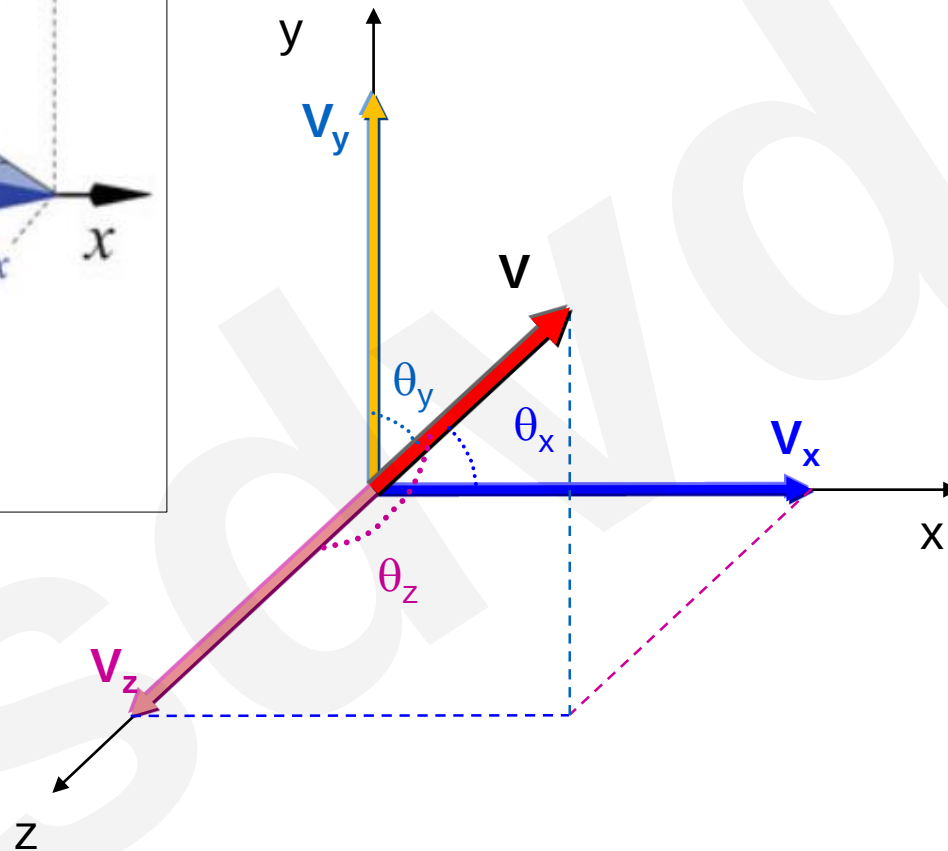
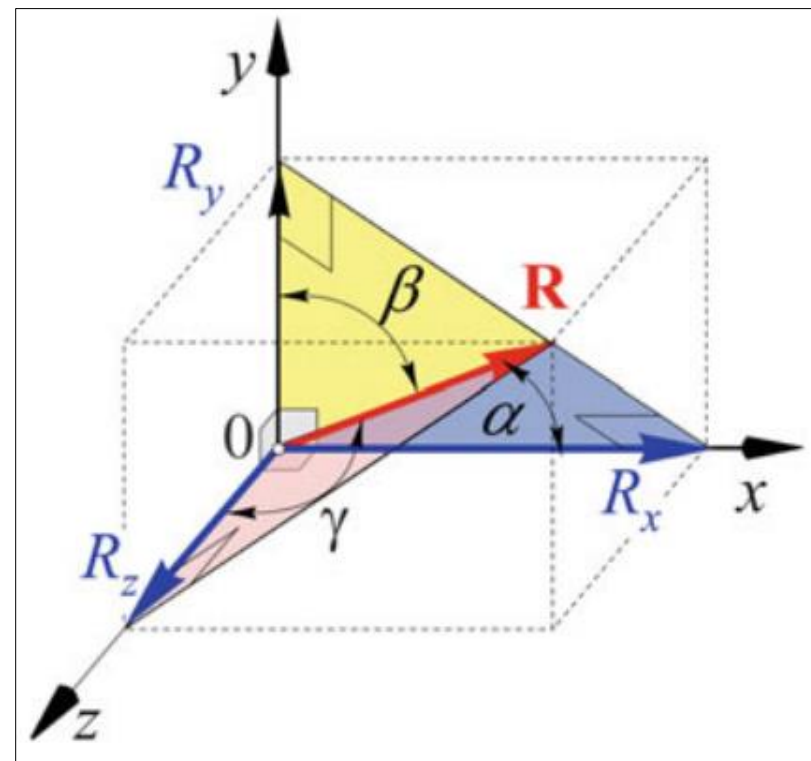
$$V_y = V \cos \theta_y = V_m$$

$$V_z = V \cos \theta_z = V_n$$

l و m و n را کسینوس‌های هادی بردار می‌نامند.

مرور ریاضیات

بردار بر حسب بردار یکه (ادامه)



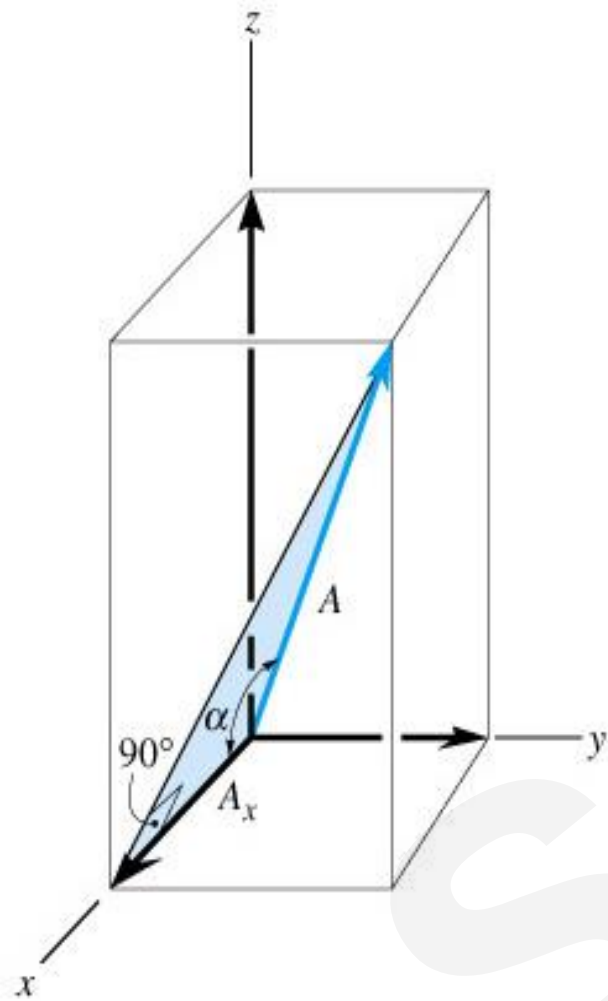
$$l = \cos \theta_x = \cos \alpha$$

$$m = \cos \theta_y = \cos \beta$$

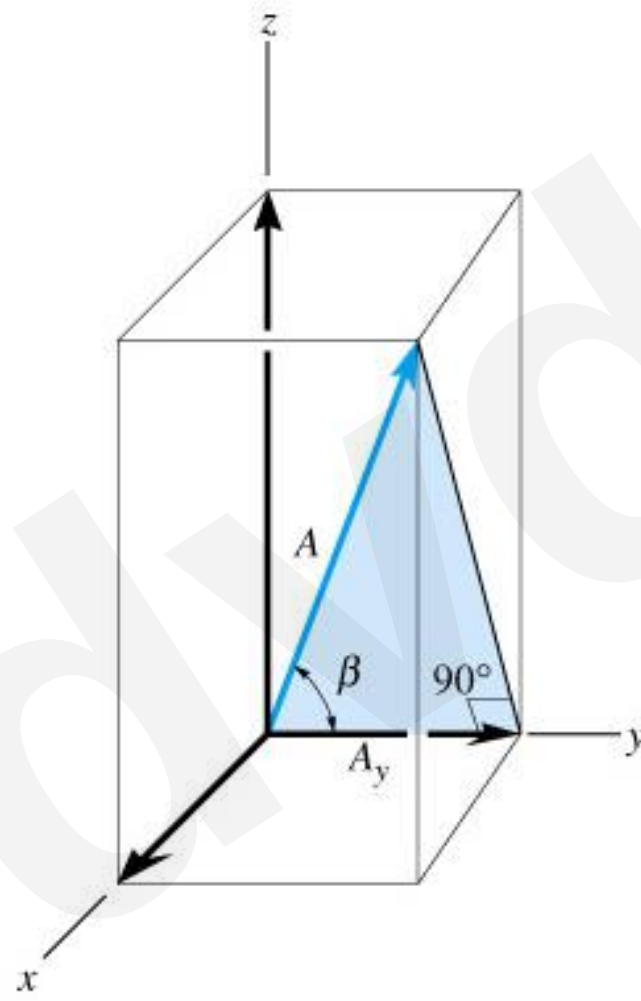
$$n = \cos \theta_z = \cos \gamma$$

$$V^2 = V_x^2 + V_y^2 + V_z^2$$

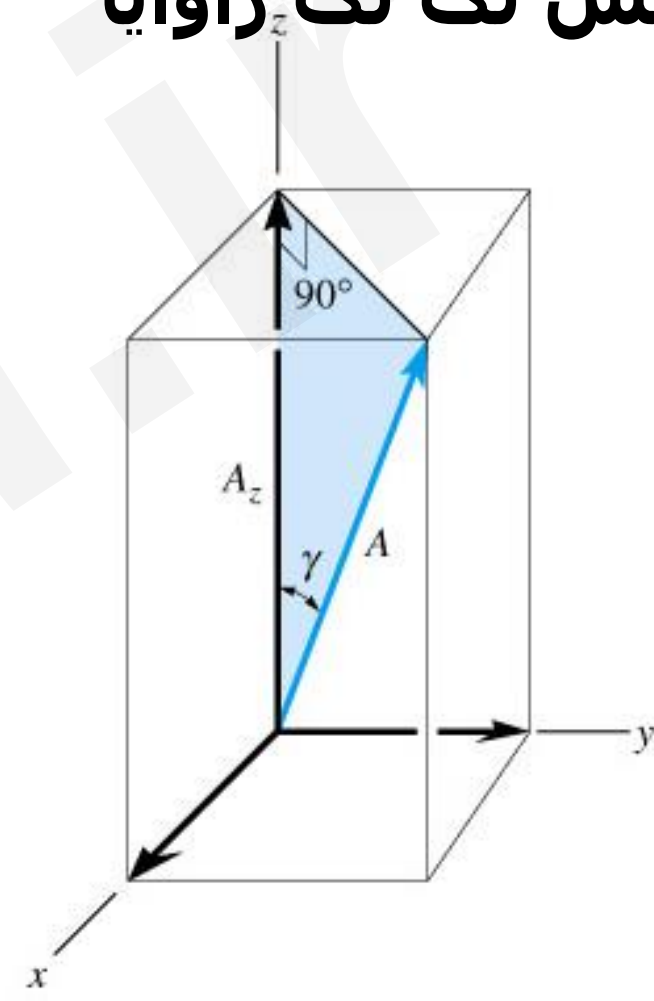
$$l^2 + m^2 + n^2 = 1$$



(a)



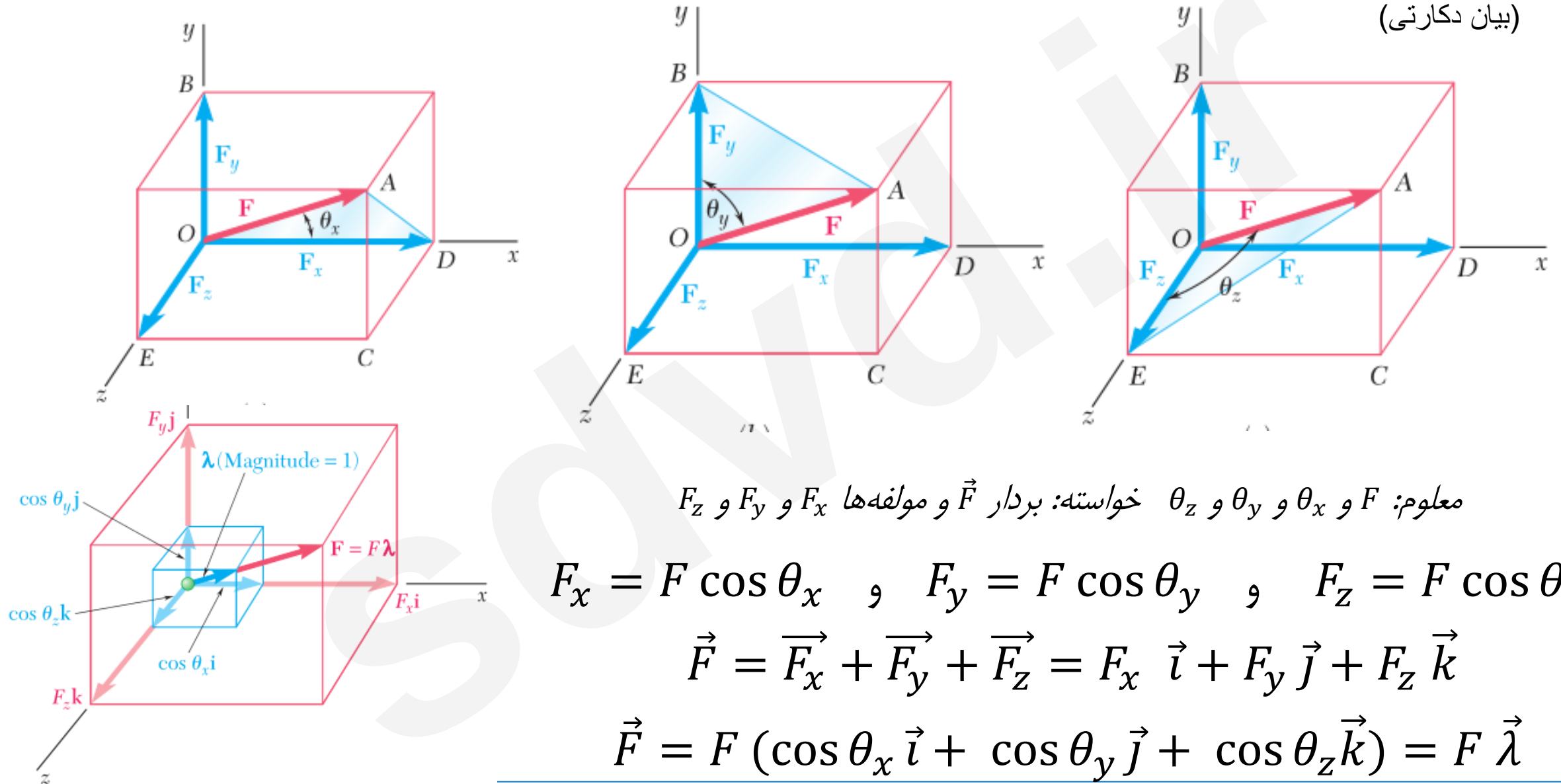
(b)



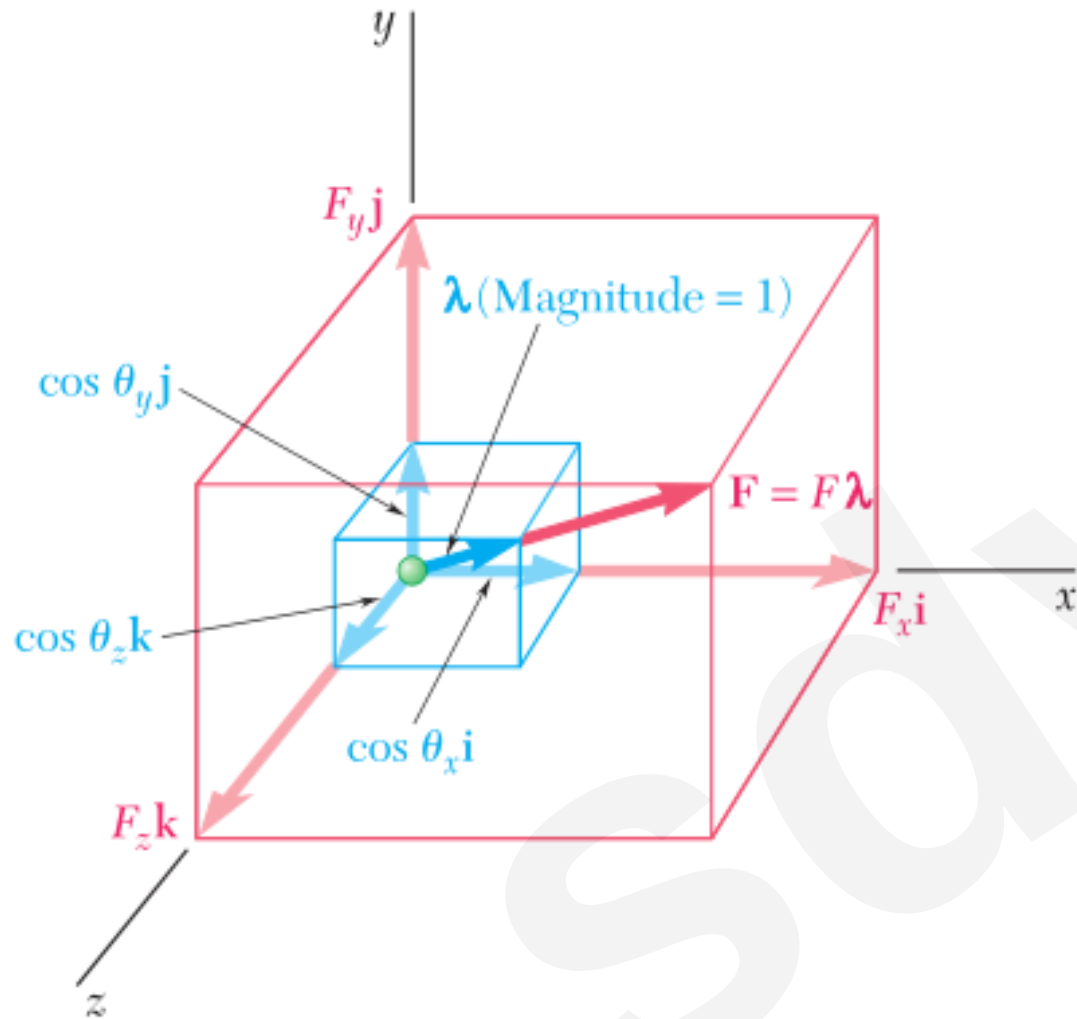
(c)

مولفه‌های متعامد یک نیرو و بردار یکه (دستگاه دکارتی سه بعدی)

(بیان دکارتی)



مولفه‌های متعامد یک نیرو و بردار یکه (دستگاه دکارتی سه بعدی)



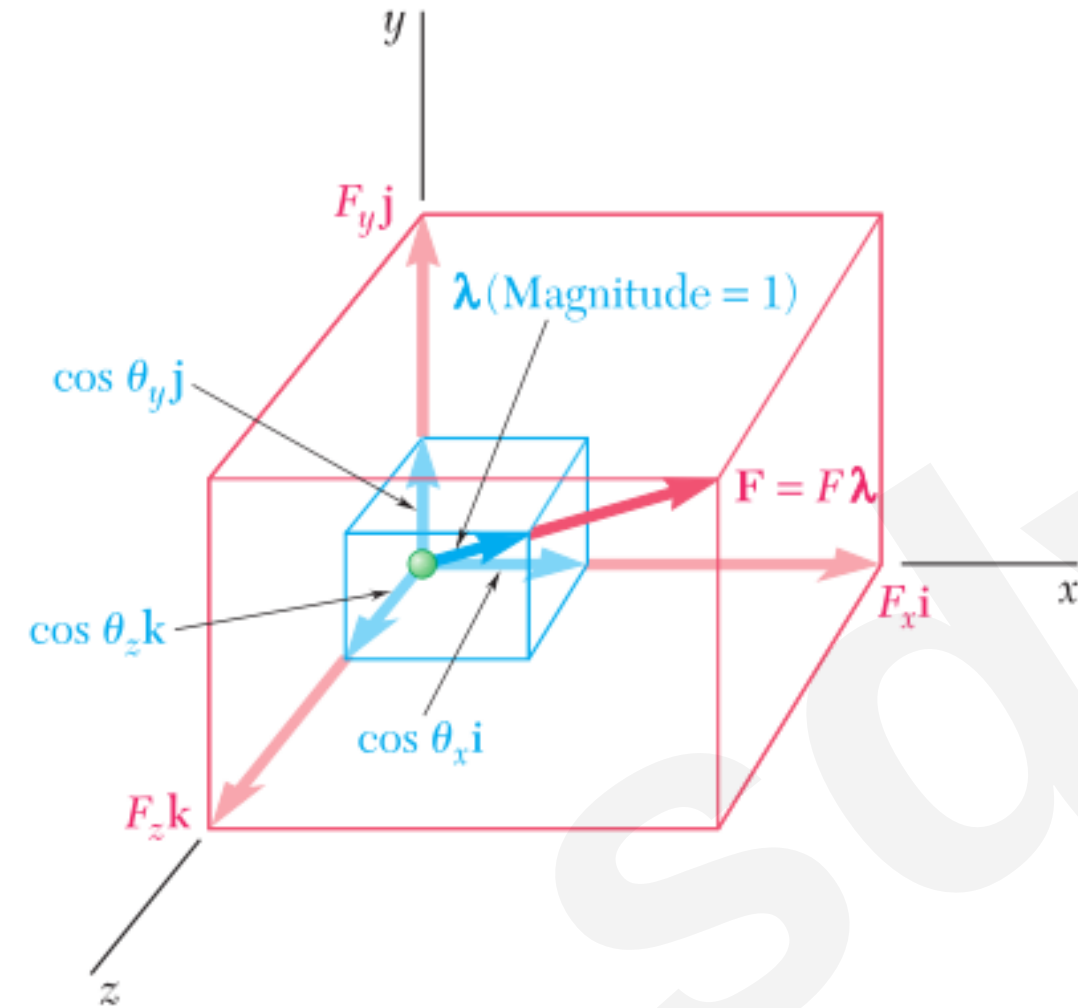
$$\vec{F} = F (\cos \theta_x \vec{i} + \cos \theta_y \vec{j} + \cos \theta_z \vec{k}) = F \vec{\lambda}$$

$$\vec{\lambda} = \frac{\vec{F}}{F} = \frac{F_x}{F} \vec{i} + \frac{F_y}{F} \vec{j} + \frac{F_z}{F} \vec{k}$$

$$\vec{\lambda} = \cos \theta_x \vec{i} + \cos \theta_y \vec{j} + \cos \theta_z \vec{k}$$
$$= \lambda_x \vec{i} + \lambda_y \vec{j} + \lambda_z \vec{k}$$

$$\lambda = 1 \Rightarrow \cos^2 \theta_x + \cos^2 \theta_y + \cos^2 \theta_z = 1$$

مولفه‌های متعامد یک نیرو و بردار یکه (دستگاه دکارتی سه بعدی)

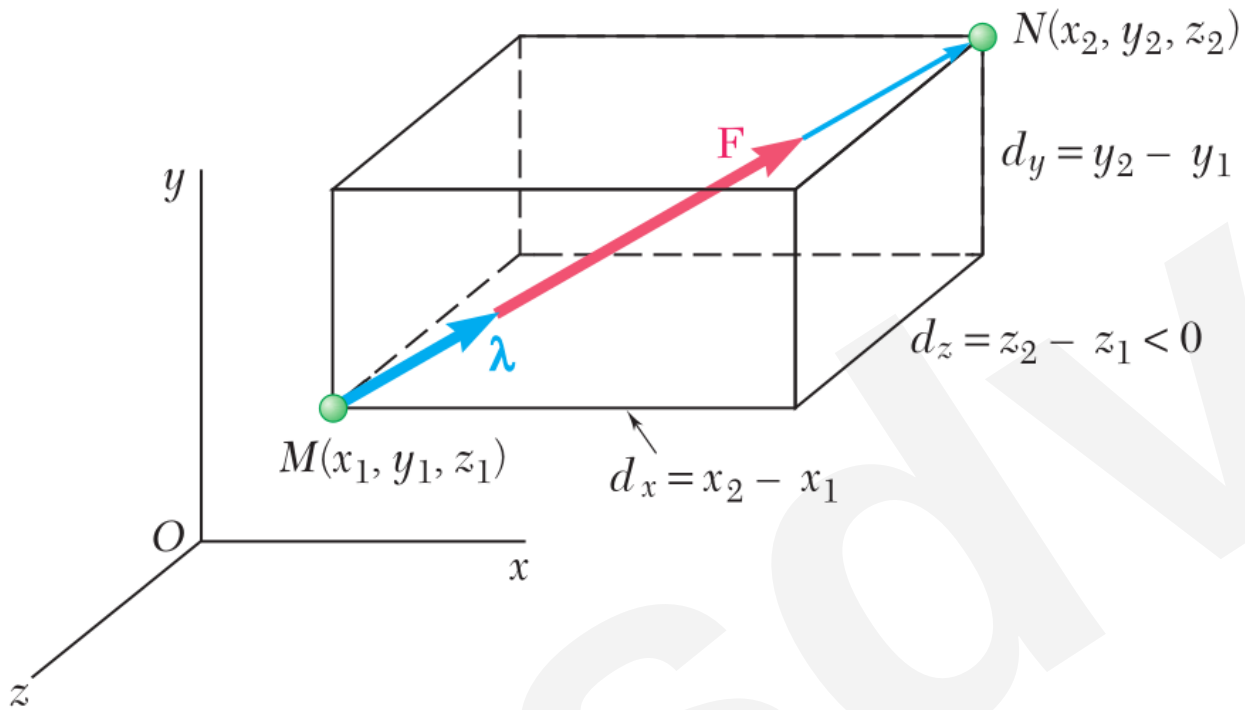


معلوم: بردار $\vec{F}$ و مولفه‌ها F_x و F_y و F_z خواسته: F و θ_x و θ_y و θ_z

$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2 + F_z^2}$$

$$\theta_x = \cos^{-1} \frac{F_x}{F} \quad , \quad \theta_y = \cos^{-1} \frac{F_y}{F} \quad , \quad \theta_z = \cos^{-1} \frac{F_z}{F}$$

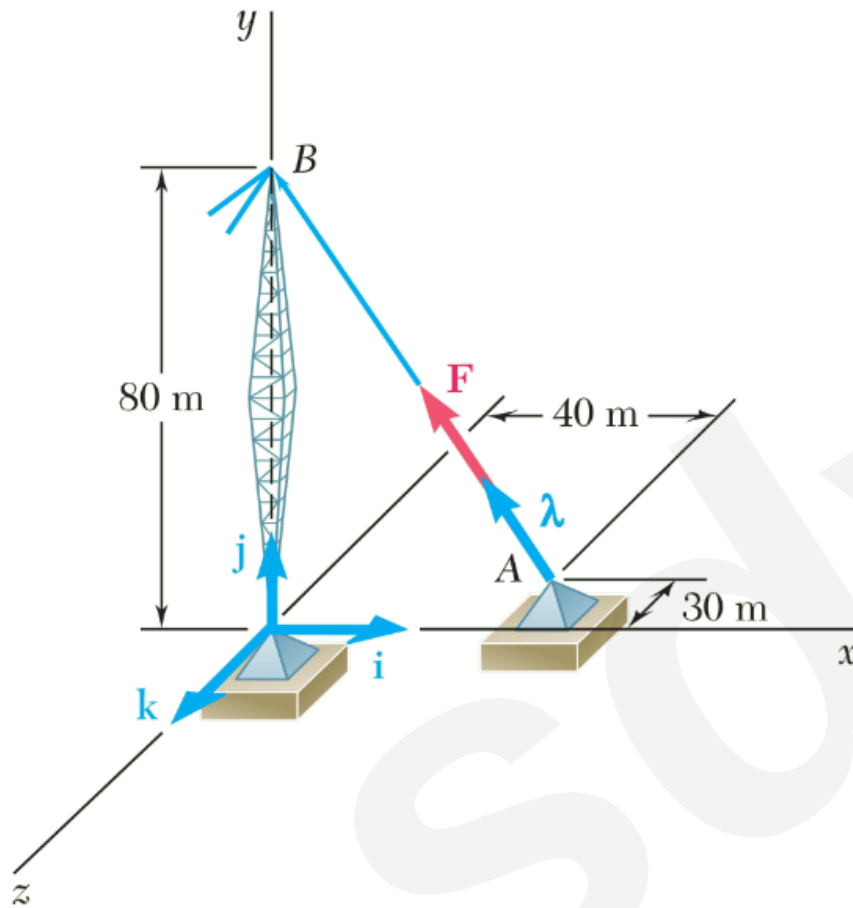
محاسبه بردار یکه $(\vec{\lambda})$ با داشتن دو نقطه



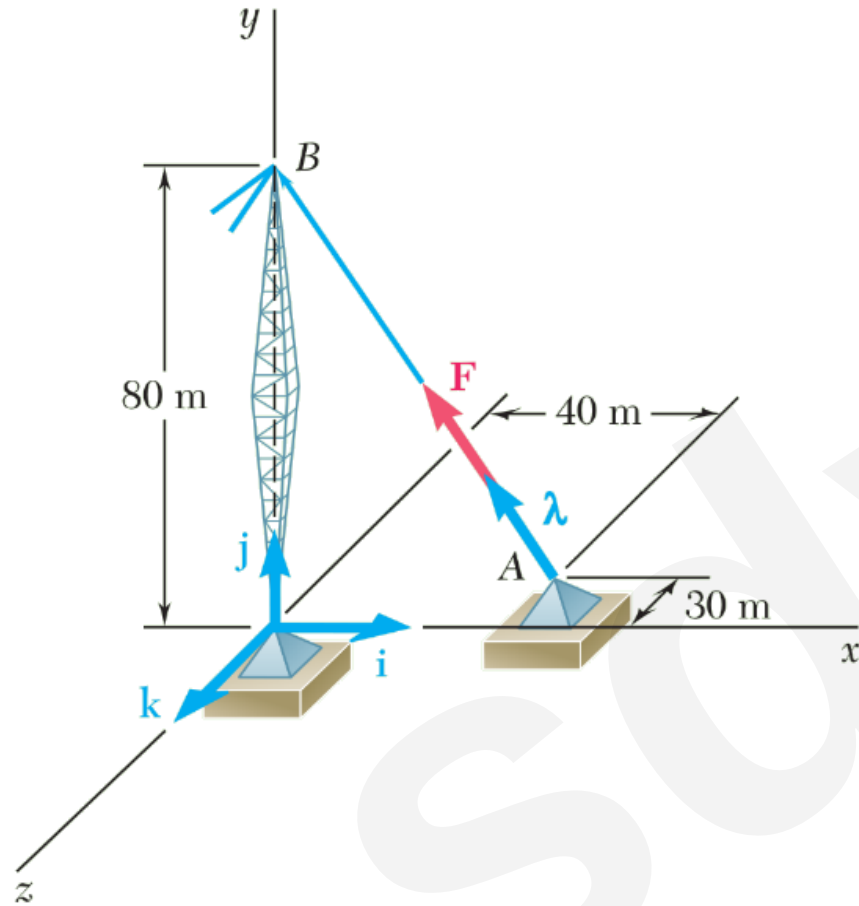
$$\begin{aligned}\vec{\lambda}_F &= \vec{\lambda}_{MN} = \frac{\overrightarrow{MN}}{MN} \\ &= \frac{(x_2 - x_1)\vec{i} + (y_2 - y_1)\vec{j} + (z_2 - z_1)\vec{k}}{\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}}\end{aligned}$$

مثال: کابل نگه‌دارنده دکل

- نیروی کابل نگه‌دارنده دکل 2500 N است. بردار نیروی وارد بر تکیه‌گاه A و زوایای این نیرو را تعیین کنید.



مثال: نیروی کابل نگه‌دارنده دکل



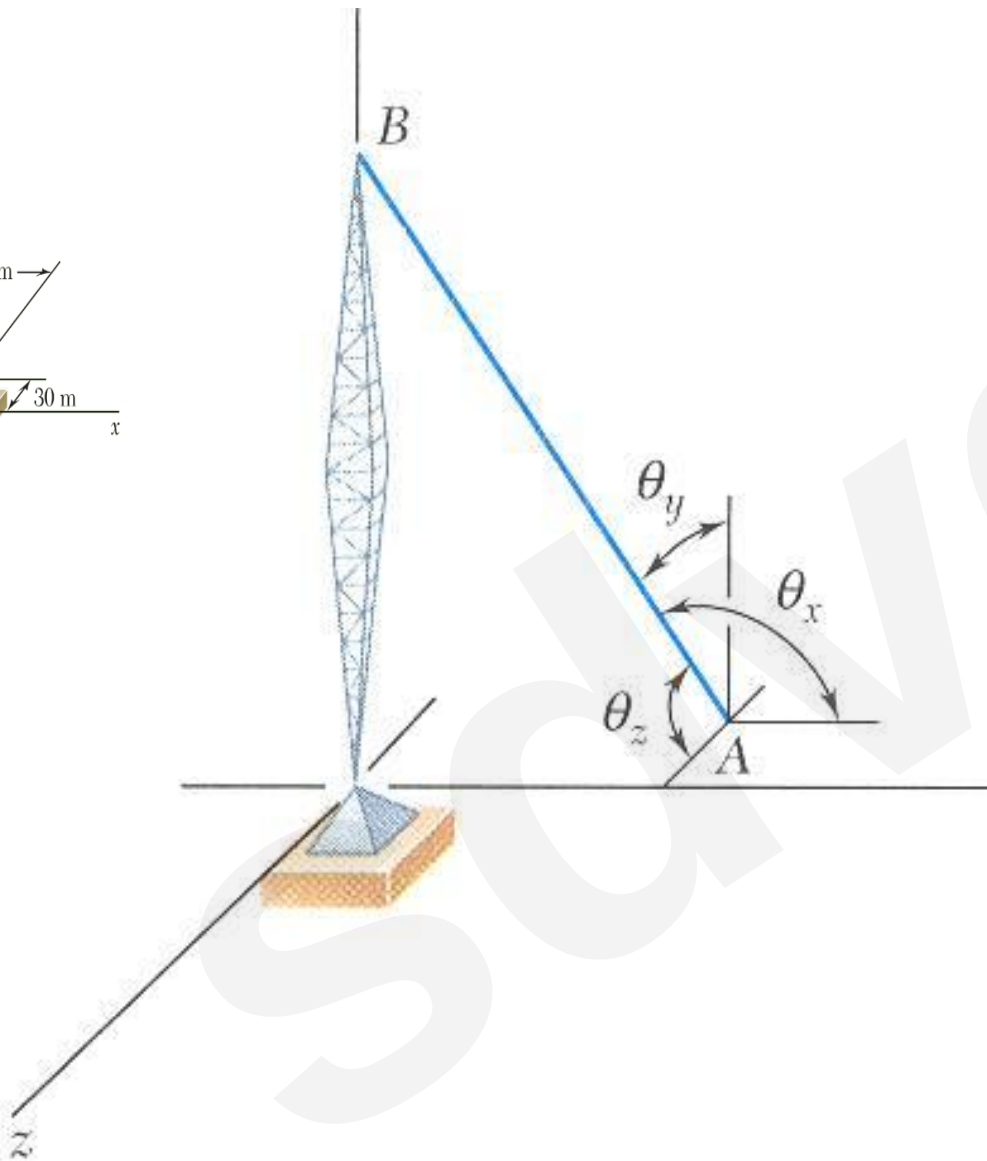
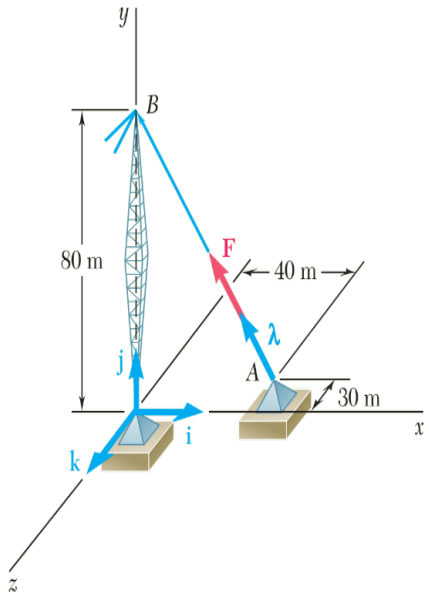
$$\overline{AB} = (-40\text{ m})\vec{i} + (80\text{ m})\vec{j} + (30\text{ m})\vec{k}$$

$$AB = \sqrt{(-40\text{ m})^2 + (80\text{ m})^2 + (30\text{ m})^2}$$
$$= 94.3\text{ m}$$

$$\vec{\lambda} = \left(\frac{-40}{94.3}\right)\vec{i} + \left(\frac{80}{94.3}\right)\vec{j} + \left(\frac{30}{94.3}\right)\vec{k}$$
$$= -0.424\vec{i} + 0.848\vec{j} + 0.318\vec{k}$$

$$\vec{F} = F\vec{\lambda}$$
$$= (2500\text{ N})(-0.424\vec{i} + 0.848\vec{j} + 0.318\vec{k})$$
$$= (-1060\text{ N})\vec{i} + (2120\text{ N})\vec{j} + (795\text{ N})\vec{k}$$

مثال: نیروی کابل نگه‌دارنده دکل



$$\begin{aligned}\vec{\lambda} &= \cos \theta_x \vec{i} + \cos \theta_y \vec{j} + \cos \theta_z \vec{k} \\ &= -0.424 \vec{i} + 0.848 \vec{j} + 0.318 \vec{k}\end{aligned}$$

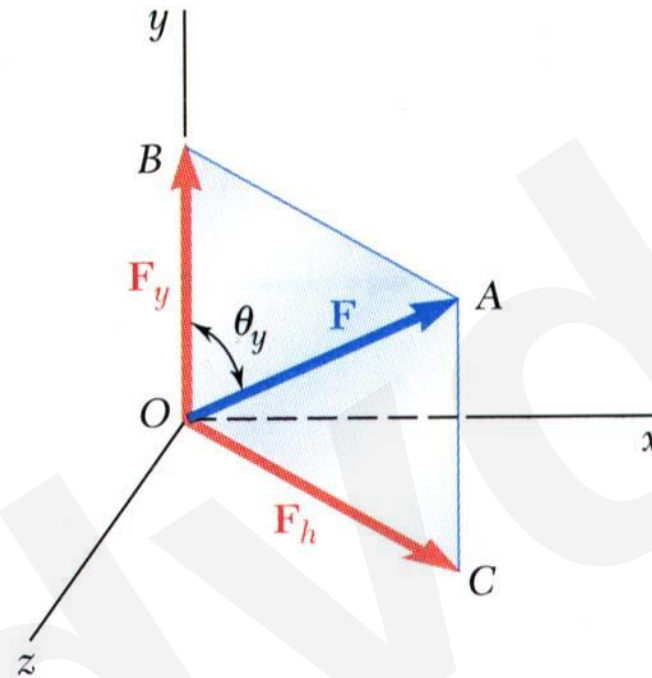
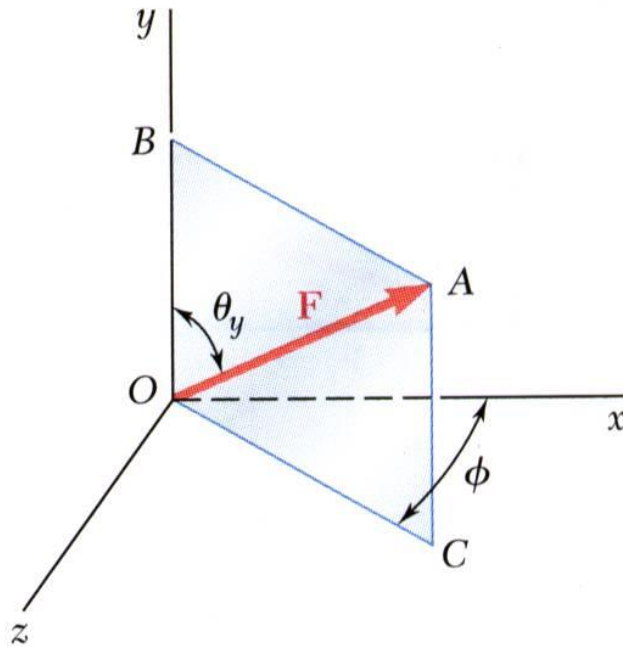
$$\theta_x = 115.1^\circ$$

$$\theta_y = 32.0^\circ$$

$$\theta_z = 71.5^\circ$$

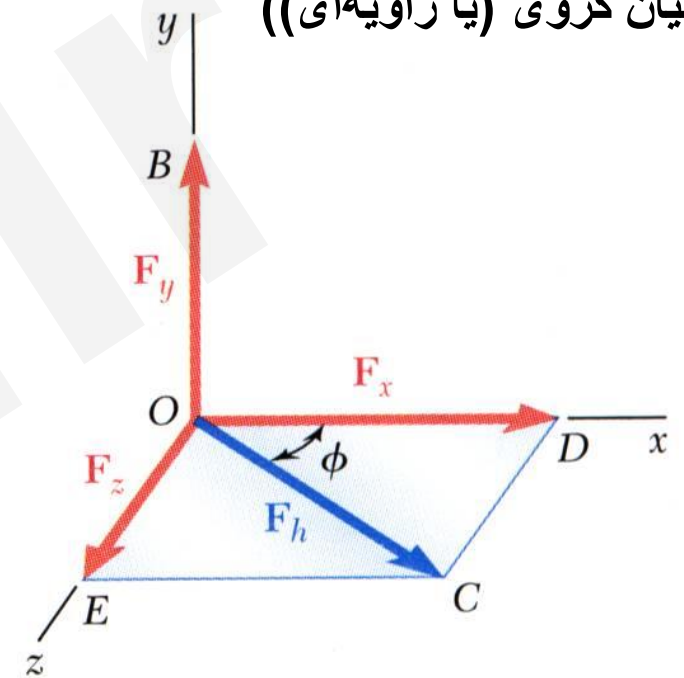
مولفه‌های متعامد یک نیرو و بردار یکه (دستگاه دکارتی سه بعدی)

(بیان کروی (یا زاویه‌ای))



$$F_y = F \cos \theta_y$$

$$F_h = F \sin \theta_y$$



$$F_x = F_h \cos \phi$$

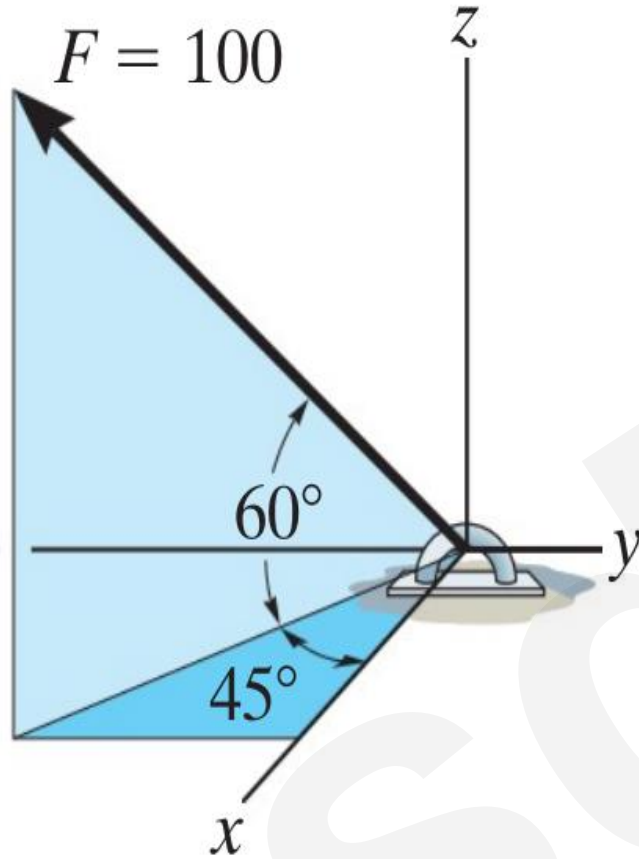
$$= F \sin \theta_y \cos \phi$$

$$F_z = F_h \sin \phi$$

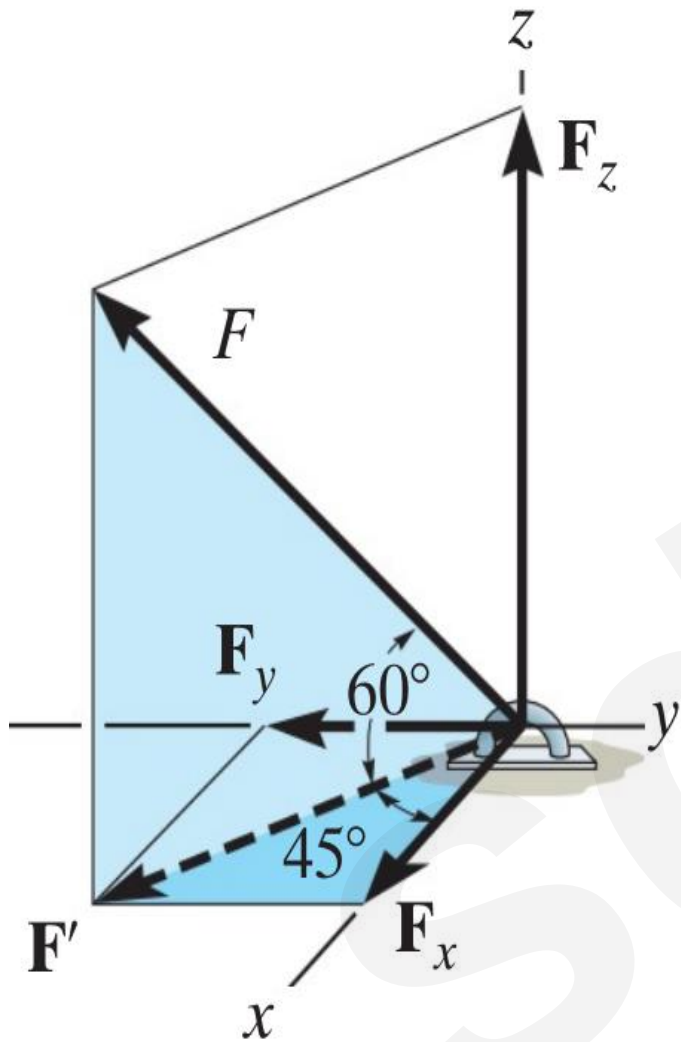
$$= F \sin \theta_y \sin \phi$$

محاسبه بردار نیرو (بیان کروی (یا زاویه‌ای))

- بردار نیرو F و زوایا با محوره‌های مختصات را محاسبه کنید



محاسبه بردار نیرو (بیان کروی (یا زاویه‌ای))



$$F_z = F \sin 60 = 86.6 \text{ N}$$

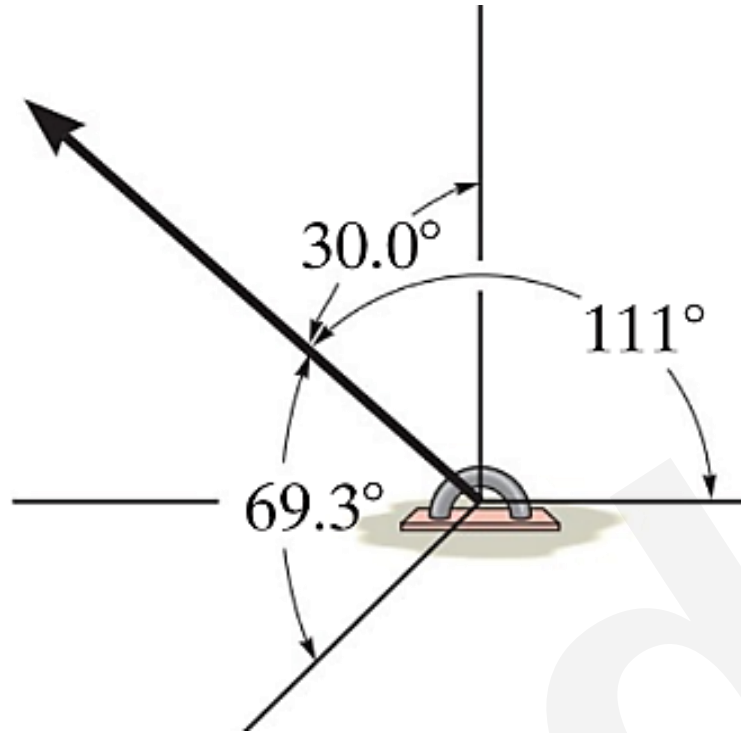
$$F_{xy} = F \cos 60 = 50 \text{ N}$$

$$F_x = F_{xy} \cos 45 = 50 * \cos 45 = 35.4 \text{ N}$$

$$F_y = F_{xy} \sin 45 = 50 * \sin 45 = 35.4 \text{ N}$$

$$\vec{F} = 35.4 \vec{i} - 35.4 \vec{j} + 86.6 \vec{k} \text{ N}$$

محاسبه بردار نیرو (بیان کروی (یا زاویه‌ای))



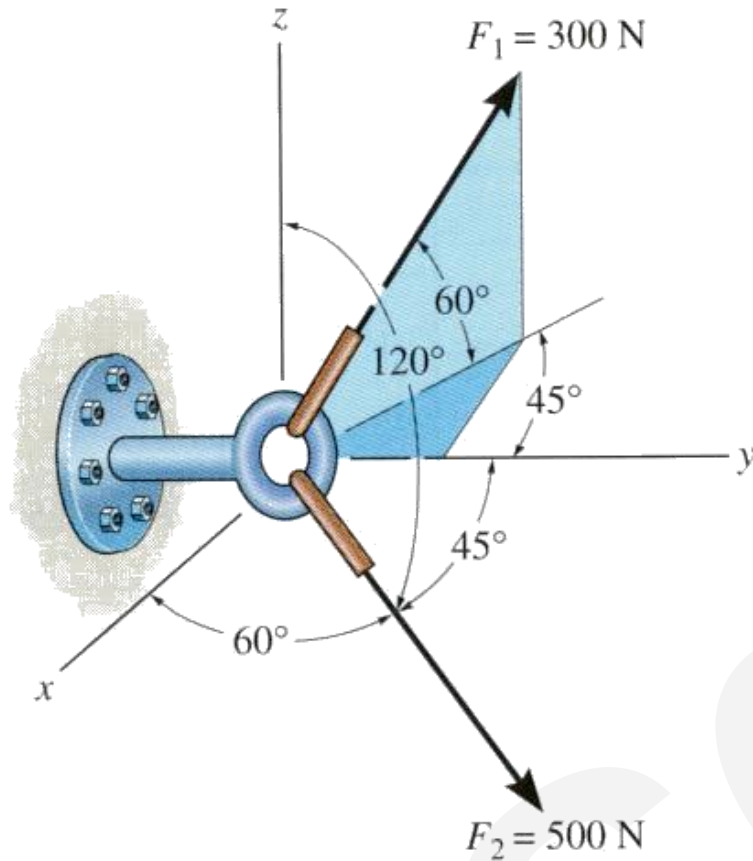
$$\theta_x = \cos^{-1} \frac{-35.4}{100} = 69.3^\circ$$

$$\theta_y = \cos^{-1} \frac{-35.4}{100} = 110.7^\circ$$

$$\theta_z = \cos^{-1} \frac{86.6}{100} = 30.0^\circ$$

مثال: برآیند نیروی وارد بر حلقه در فضای سه بعدی

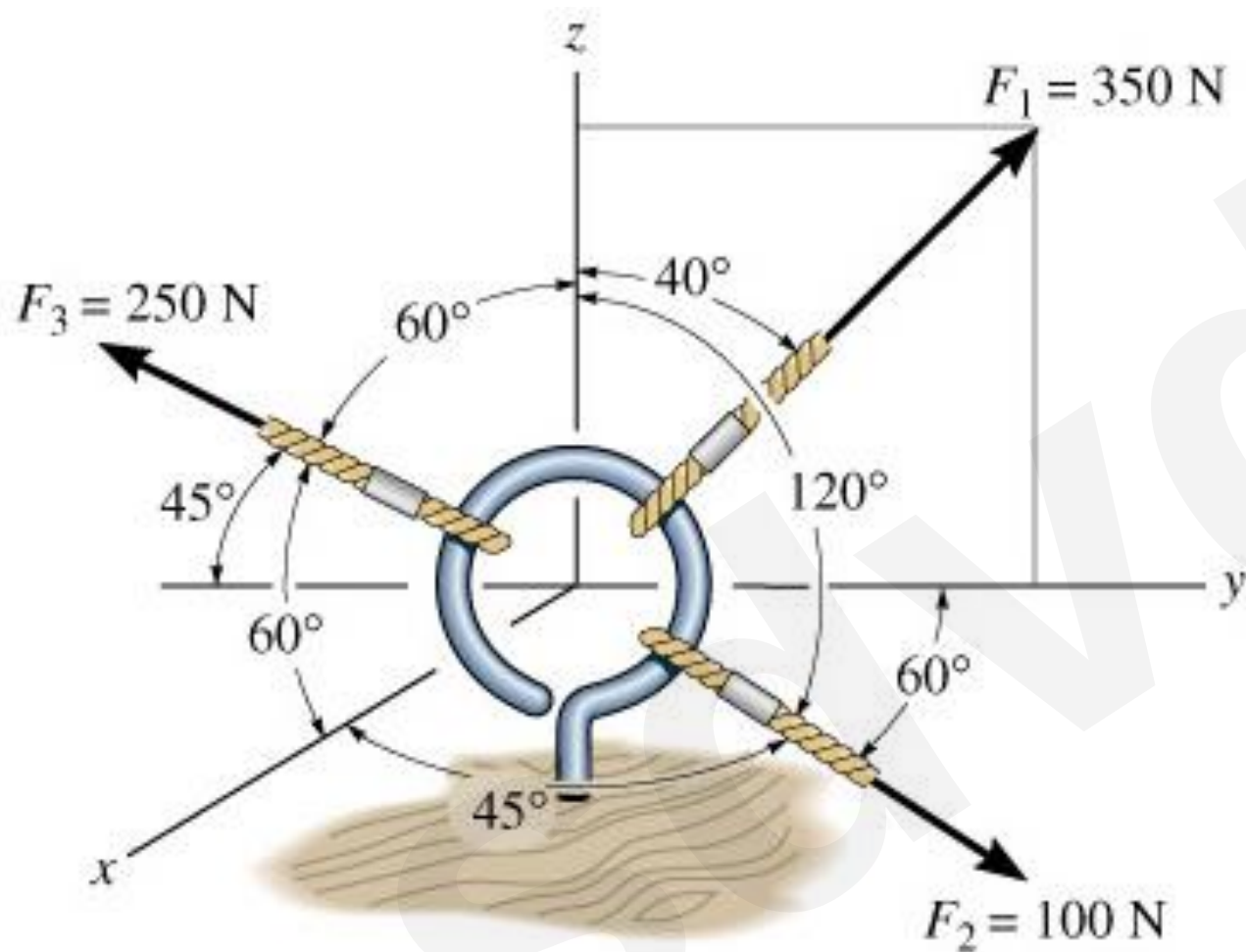
- اندازه و زاویه بردار نیروی برآیند را محاسبه کنید.



- $F_R = (143.9^2 + 459.6^2 + 9.81^2)^{1/2} = 482 \text{ N}$
- $\alpha = \cos^{-1} (F_{Rx} / F_R) = \cos^{-1} (143.9/481.7) = 72.6^\circ$
- $\beta = \cos^{-1} (F_{Ry} / F_R) = \cos^{-1} (459.6/481.7) = 17.4^\circ$
- $\gamma = \cos^{-1} (F_{Rz} / F_R) = \cos^{-1} (9.81/481.7) = 88.8^\circ$

مثال: برآیند نیروی وارد بر حلقه در فضای سه بعدی

- اندازه و زاویه بردار نیروی برآیند را محاسبه کنید.



جمع بردارها

• دو بردار P و Q را در نظر بگیریم:

$$\mathbf{P} = \mathbf{i} P_x + \mathbf{j} P_y + \mathbf{k} P_z$$

$$\mathbf{Q} = \mathbf{i} Q_x + \mathbf{j} Q_y + \mathbf{k} Q_z$$

• می‌توانیم بنویسیم:

$$\mathbf{P} + \mathbf{Q} = \mathbf{i} (P_x + Q_x) + \mathbf{j} (P_y + Q_y) + \mathbf{k} (P_z + Q_z)$$

$$\mathbf{P} + \mathbf{Q} = \mathbf{Q} + \mathbf{P}$$

اصل جابه‌جایی

$$\mathbf{P} + (\mathbf{Q} + \mathbf{R}) = (\mathbf{P} + \mathbf{Q}) + \mathbf{R}$$

اصل شرکت‌پذیری

$$\mathbf{P} - \mathbf{Q} = \mathbf{P} + (-\mathbf{Q})$$

مثال و تمرین: تک برگ بردار سه بعدی

محاسبه برایندها با کمک مولفه‌های متعامد در فضای سه بعدی

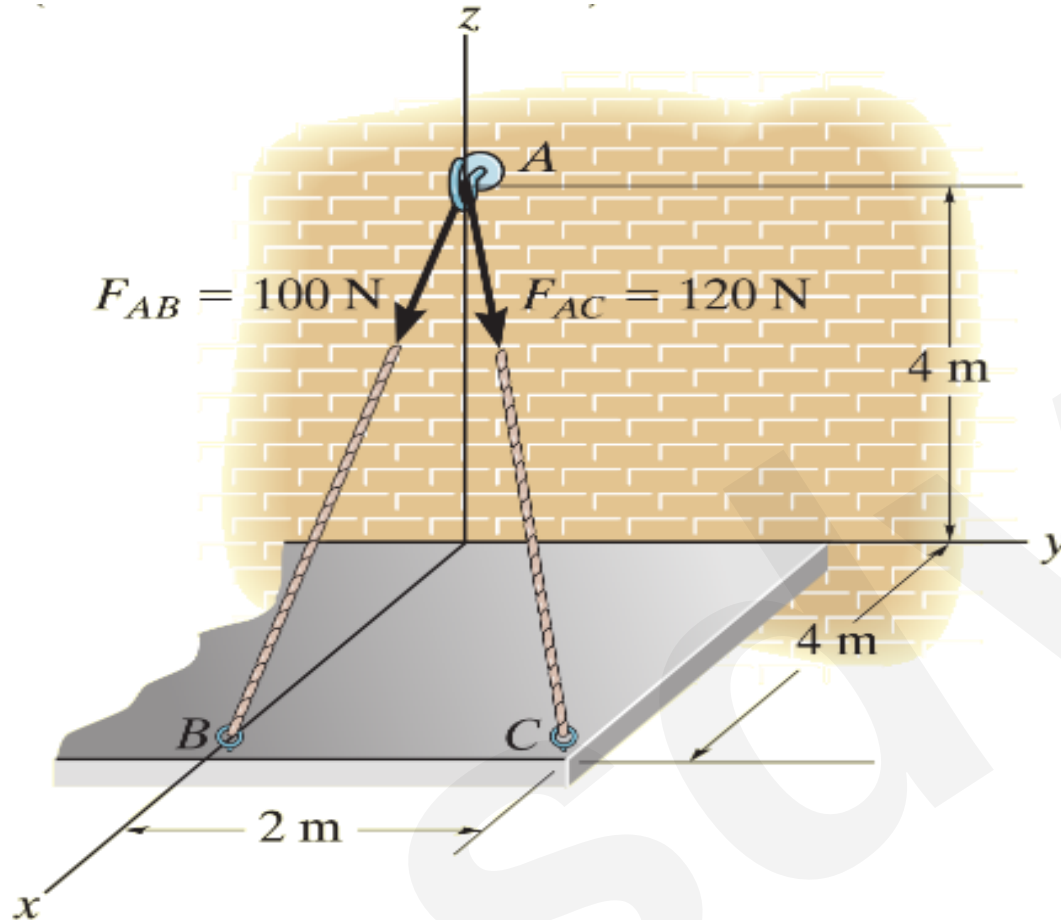
$$\vec{R} = R_x \vec{i} + R_y \vec{j} + R_z \vec{k} = \sum F_x \vec{i} + \sum F_y \vec{j} + \sum F_z \vec{k}$$

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2 + R_z^2}$$

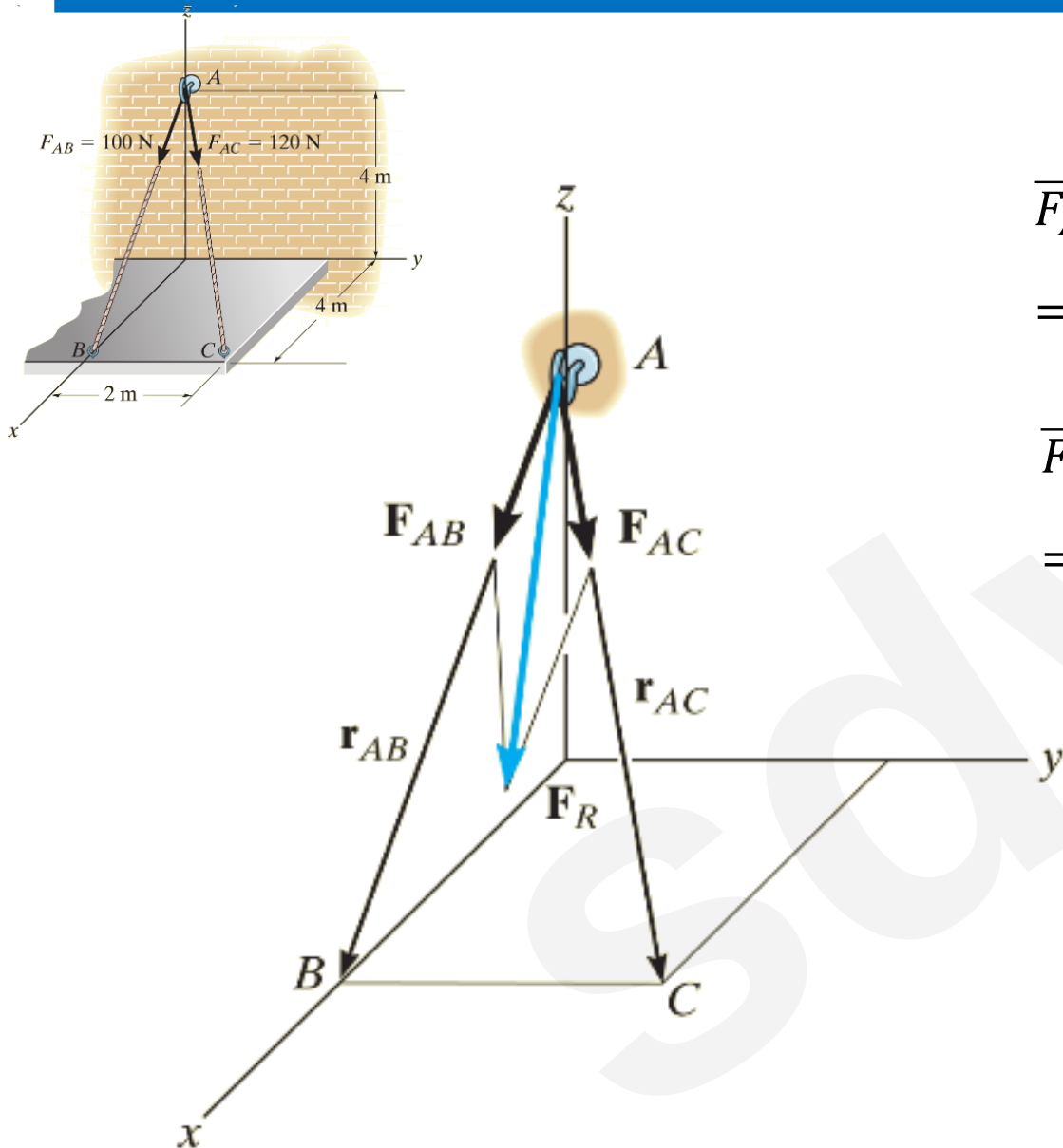
$$\theta_{R_x} = \cos^{-1} \frac{R_x}{R} \quad , \quad \theta_{R_y} = \cos^{-1} \frac{R_y}{R} \quad , \quad \theta_{R_z} = \cos^{-1} \frac{R_z}{R}$$

مثال: نیروی برآیند سایه‌بان

- سایه‌بانی توسط دو کابل AB و AC نگه داشته شده است. اگر نیروی کشش کابل‌ها $F_{AC} = 120\text{ N}$ و $F_{AB} = 100\text{ N}$ باشند، بردار و مقدار نیروی برآیند وارد بر نقطه A را محاسبه کنید.



مثال: نیروی برابند سایه‌بان



$$\begin{aligned}\vec{F}_{AB} &= F_{AB} \vec{\lambda}_{F_{AB}} = F_{AB} \vec{\lambda}_{AB} = F_{AB} \frac{\vec{AB}}{AB} = 100 * \frac{4\vec{i} + 0\vec{j} - 4\vec{k}}{\sqrt{4^2 + 0^2 + 4^2}} \\ &= 70.7\vec{i} + 0\vec{j} - 70.7\vec{k} \text{ N}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\vec{F}_{AC} &= F_{AC} \vec{\lambda}_{F_{AC}} = F_{AC} \vec{\lambda}_{AC} = F_{AC} \frac{\vec{AC}}{AC} = 120 * \frac{4\vec{i} + 2\vec{j} - 4\vec{k}}{\sqrt{4^2 + 2^2 + 4^2}} \\ &= 80\vec{i} + 40\vec{j} - 80\vec{k} \text{ N}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\vec{F}_R &= \vec{F}_{AB} + \vec{F}_{AC} \\ &= (70.7\vec{i} + 0\vec{j} - 70.7\vec{k}) + (80\vec{i} + 40\vec{j} - 80\vec{k}) \\ &= 150.7\vec{i} + 40\vec{j} - 150.7\vec{k} \text{ N}\end{aligned}$$

$$F_R = \sqrt{150.7^2 + 40^2 + 150.7^2} = 216.8 \text{ N}$$