

استاتیک

بخش اول: معارفه، مقدمه و یادآوری

مدرس: شهاب داودی

www.sdvd.ir

davoudi@gmail.com

معارفه

معرفی و ارتباط با مدرس



مدرس: شهاب داودی

• ارتباط با مدرس: تمامی تماس‌ها و طرح سوالات فقط از طریق ایمیل انجام شود.

• ایمیل: davoudi@gmail.com

- حتما از ایمیل دارای نام و نام خانوادگی استفاده کنید. به ایمیل‌های با نام‌های غیرمتعارف پاسخ داده نمی‌شود.
- در خط موضوع یا Subject حتما کلمه STATICS به انگلیسی نوشته و سپس خلاصه موضوع درج گردد، تا ایمیل دریافت شود. در غیر اینصورت هرزنامه شناخته و به طور خودکار حذف می‌شود.
- در انتهای ایمیل، حتما خودتان را با نام و نام خانوادگی و دانشگاه و رشته و گروه درسی معرفی کنید.

لینک‌های دریافت مطالب

• دریافت مطالب درسی، شامل فایل‌ها و تمرین‌ها و...

skyroom •

• فایل سرور دانشگاه: <http://dl.tvct1.ac.ir/>

• سامانه سمیاد

• تارنما www.sdvd.ir

• کانال تلگرام فیزیکانیک: @sdvdir

• اطلاعیه‌های مربوط به کلاس

• سامانه سمیاد

• کانال تلگرام فیزیکانیک: @sdvdir

کد درس	نام درس	کد ارائه	نام کلاس	زمان بندی
3242014	استاتیک	1007		یکشنبه از 09:55 تا 12:20
3171365	استاتیک	1406		یکشنبه از 07:30 تا 09:55
3261604	استاتیک	1602		یکشنبه از 13:30 تا 15:55

• مدت زمان هر جلسه 3 ساعت آموزشی (135 دقیقه مفید) است.

• حضور و غیاب در هر زمانی از کلاس (ابتدا، وسط یا انتها) ممکن است انجام شود؛ و ملاک حضور در آن لحظه است.

• در صورت غیبت، از مطالب تدریس شده آگاهی یابید.
غیبت بهانه عدم اطلاع از مطالب تدریس شده و برنامه جلسه بعد نیست.
به دلیل محدودیت زمانی و کمبود شدید وقت، فرصتی برای تکرار مطالب نخواهد بود.
تعداد و شرایط و عواقب غیبت مطابق قانون دانشگاه است.

• ساعت کلاس ثبت‌نام شده را با گروه دیگر تغییر ندهید.

قابل توجه دانشجویان: مبنای کلاس دانشجو، انتخاب واحد در ناد (<https://reg.tvu.ac.ir/>) می باشد.

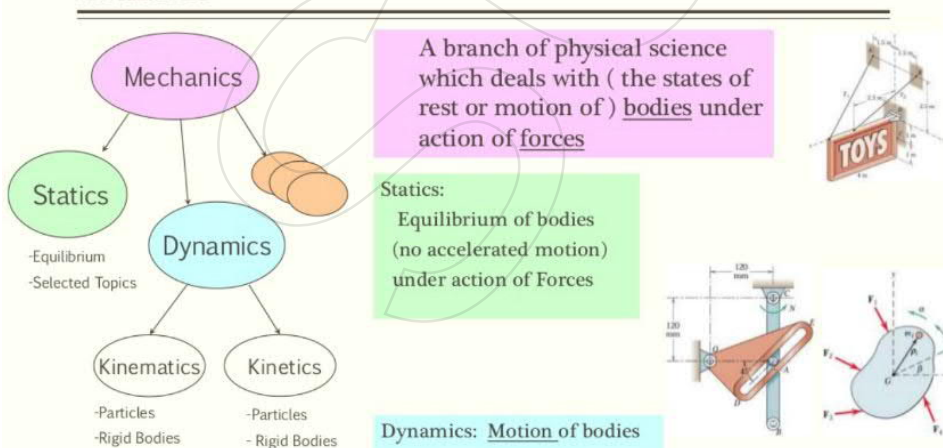
• ماشین حساب مهندسی همراه داشته باشید.

موضوع درس استاتیک

مکانیک شاخه‌ای از فیزیک است که وضعیت اجسام را بررسی می‌کند و شامل دو مبحث است:

- 1. استاتیک (ایستایی):** بررسی تعادل اجسام ساکن تحت اثر بار (نیرو یا گشتاور) و بررسی نیروها و گشتاورهای داخلی و خارجی سازه‌ها و ماشین‌ها می‌باشد.
- 2. دینامیک (پویایی):** بررسی حرکت اجسام

Mechanics



مکانیک مهندسی: روش محاسباتی برای پیش‌بینی رفتار اجزاء و مجموعه‌های مهندسی شامل نیرو و حرکت

اهمیت درس استاتیک

- شروع مهندسی است.
- مرز بین علوم پایه (مثلا فیزیک مکانیک) و دروس مهندسی است.
- پیش‌نیاز اساسی درس «مقاومت مصالح» و سپس «طراحی اجزاء ماشین» که از دروس بسیار مهم رشته مکانیک می‌باشند، است.

چگونه در استاتیک موفق شویم

- بدون تعارف، درس سخت!! متأسفانه با آمار قبولی پایین.
- برای خوب یادگرفتن استاتیک، لازم است بسیار تلاش کنیم.
- به ازاء هر جلسه کلاس، حداقل 5 (پنج) ساعت تمرین و «حل مساله» خارج کلاس الزامی است.
- حل مساله، یعنی نوشتن روی کاغذ و انجام تمام محاسبات یک مساله از ابتدا تا پاسخ نهایی توسط خودتان. استاتیک را با روخوانی نمی‌توان یاد گرفت.

سرفصل استاتیک

مصوب سیزدهمین جلسه تاریخ ۱۴/۵/۱۳۹۸

شورای برنامه ریزی آموزشی دانشگاه فنی و حرفه‌ای

ج - منبع درسی (حداقل سه مورد منبع فارسی و خارجی)

عنوان منبع	مؤلف	مترجم	ناشر	سال انتشار
Engineering Mechanics	L. G. Kraige, J. L. Meriam		John Wiley & Inc. Sons	۲۰۱۲
VECTOR MECHANICS FOR ENGINEERS Statics	Ferdinand P. Beer Jr., E. Russell Johnston David F. Mazurek Elliot R. Eisenberg		Craw Hill	
Engineering Mechanics Statics	William F. Riley Leroy D. Sturges		John Wiley & Inc. Sons	
استاتیک	اربعیم واحدیان و فرید و احدیان			علوم دانشگاهی

د - استانداردهای آموزشی (شرایط آموزشی و یادگیری مطلوب درس)

ویژگی‌های مدرس (مدیر تحصیلی، مرتبه علمی، سوابق تحصیلی و تجربی)

مدیر تحصیلی: دکتری مهندسی مکانیک / کارشناسی ارشد مهندسی مکانیک

مرتبه علمی: استادیار / مری

سوابق تدریس: حداقل ۲ سال

سوابق تجربی: فوق با افراد فعال در عرصه صنعت می‌باشد.

گزاره‌اند دوره روش تدریس در دانشگاه فنی و حرفه‌ای

گزاره‌اند دوره روش تدریس درس استاتیک

ساخت و تجهیزات وسایل مورد نیاز درس

کلاس مجهز به Data Projector و آزمایشگاهی که بتوان برخی از مباحث را به صورت عملی نیز در آن ارائه کرد

روش تدریس و ارائه درس (سخنرانی، مباحثه‌ای، تمرین و تکرار، کارگاه، آزمایشگاه، پروژه‌ای، پژوهشی، گروهی، مطالعه موردی و)

سخنرانی، مباحثه‌ای، تمرین و تکرار

روش سنجش و ارزشیابی پرسش‌های شفاهی، حل مسئله، آزمون کتبی، عملکردی - آزمون شناسایی (حیثیاتی - رفع

عیب و...) انجام کار در محیط‌های شبیه‌سازی شده، تولید نمونه کار (توانمندی‌ها) پرسش‌های عملی و انشایی،

مشاهده رفتار (سنسوریت‌پذیر، رعایت اخلاق حرفه‌ای و...) پروژه مجسمه کار، ارائه مقالات و طرح‌ها گزارش

فعالیت‌های تحقیقاتی، خود سنجی و...

پرسش‌های شفاهی، تکالیف و آزمون کتبی

<https://tvu.ac.ir/syllable>

		(گسسته و پیوسته خطی، سطحی و حجمی) ناشی از کل بار توزیع شده، مرکز جرم و موقعیت مرکز جرم (گسسته و پیوسته خطی، سطحی و حجمی) و گشتاور اول سطح (سطوح گسسته و پیوسته)
۷	۶	انواع تیرها از نظر نوع تکیه‌گاه‌ها (تیرهای داخلی یا جهات قراردادی مثبت و منفی هر کدام) در آن‌ها، انواع بارگذاری عرضی (قطعی)، گسترده یکپارچه، گسترده غیر یکپارچه و مرکب، تیری محوری و برشی و گشتاور خمشی در مقطع تیر براساس روش مقطع
۸	۶	انواع اصطکاک (داخلی، بیابان و خشک) و اصطکاک غلتشی و لغزشی و موارد کاربردی هر کدام در صنعت، زاویه اصطکاک لغزشی و غلتشی و بررسی اصطکاک در حالت‌های مختلف حرکت (قبل از حرکت و بعد از حرکت)، ضریب اصطکاک بین مواد مختلف (فلز با فلز، فلز با چوب و ...) کاربردهای اصطکاک خشک در پیچ‌ها، دیسک‌ها و چرخ شمشه‌ها
۹	۴	گشتاور دوم سطح، محاسبه گشتاور دوم سطح سطح پیوسته با استفاده از روش انتگرال‌گیری و سطح گسسته و مرکب، مرکز جرم محوری‌های X و Y گشتاور قطعی سطح حول محور ده قضیه انتقال محورها و شعاع چرخش سطح
جمع	۱۸	

ب - مهارت‌های عمومی و تخصصی مورد انتظار

مهارت‌های:

- تبدیل واحدهای نیرو، جرم، طول در سیستم‌های مختلف به هم محاسبه تصویربرداری در هر راستا، محاسبه مولفه‌های برداری ناشی از تجزیه یک بردار در دو راستای قائم و غیر قائم، محاسبه بردار برآیند ناشی از ترکیب چندین بردار باهم و تعیین اندازه و زاویه آن نسبت به محور افقی به روش تحلیلی و ترسیمی، تعیین اندازه و جهت بردارهای گشتاور و گشتاور تکرار و اندازه گشتاور حول یک محور، تعیین معادلات تعادل یک سیستم در حالت سکون و محاسبه اندازه نیروها و گشتاورهای مجهول، تعیین اندازه و نوع نیروی داخلی هر کدام از اعضای خرابه‌ها، تعیین مرکز جرم و مرکز بار در سیستم‌های تیرهای توزیعی گسسته و پیوسته، تعیین نیروها و زمان خمشی مقاطع تیرهای تحت بارهای عرضی، محاسبه گشتاور لازم برای باز و بسته کردن پیچ‌های تخت بار محوری، محاسبه گشتاور انتقال توسط دیسک‌های اصطکاک، محاسبه گشتاور انتقال توسط چرخ شمشه، محاسبه گشتاور دوم سطح حول محورهای X و Y محاسبه شعاع زیراسیون سطح

- حل مسئله

ردیف	سرفصل و ریز محتوا	نظری (ساعت)	عملی (ساعت)
۱	قوانین علم مکانیک، واحدهای جرم، طول، زمان و نیرو در سیستم‌های بین‌المللی رایج (MKS) و منسوخ شده (CGS)، آمریکایی، انگلیسی، یادآوری قانون سینوس‌ها و کسینوس‌ها در یک مثلث و تصویربرداری در یک راستا	۳	۱۸
۲	ترکیب و تجزیه بردارها به روش ترسیمی و تحلیلی در دستگاه مختصات دو بعدی (قائم و غیر قائم) و سه بعدی (قائم، برافه‌های برداری و اسکالر یک بردار در دستگاه مختصات دو بعدی (قائم و غیر قائم و سه راستای محوری معامد، بردار واحد، اندازه بردار، کسینوس‌های هادی یک بردار در دستگاه مختصات سه بعدی کارتزین و ضرب داخلی و خارجی بردارها)	۴	۱
۳	گشتاور حول یک نقطه، گشتاور حول یک محور، رابطه بین گشتاور حول یک نقطه و حول محور در دستگاه مختصات کارتزین، زوج نیرو، گشتاور زوج نیرو، سیستم‌های هم‌اثری نیروها (تبدیل نیرو به نیرو-تکین و برعکس)	۵	۰
۴	ترسیم جسم آزاد، درجه آزادی سیستم، انواع تکیه‌گاه‌های دو بعدی، تعادل دو بعدی (نیروهای هم راستا، متقابل در یک نقطه، موازی هم و متقاطع در بیش از یک نقطه)، تعادل معین و نامعین استاتیکی در حالت دو بعدی، شناسایی انواع تکیه‌گاه‌های سه‌بعدی، تعادل سه‌بعدی (نیروهای هم‌سر در یک نقطه، نیروهای هم‌سر در یک محور، موازی هم و حالت کلی) و تعادل معین و نامعین استاتیکی در حالت سه بعدی	۹	۰
۵	خرابهای لغزشی و قضایی و کاربرد خرابه‌ها، تعریف مفرد دو نیروی، روش‌های تحلیل خرابه‌ها (روش مفصل و روش نقطه)، معین یا نامعین بودن خرابه از نظر استاتیکی، اعضای یا نیروی صفر در خرابه معرفی چند نوع از انواع پرکاربرد خرابه‌ها و ویژگی‌های خاص آن‌ها (Fink, Baltimore, K. Warren, Howe, Pratt)	۶	۰
۶	نیروهای توزیعی و انواع آن (خطی، سطحی و حجمی)، شدت توزیع نیرو واحد مربوط به هر کدام از انواع توزیع‌ها، قضیه وارینتون، نحوه محاسبه برآیند نیروی توزیعی و موقعیت مرکز بار	۶	۰

1-9

استاتیک | شهاب داودی | davoudi@gmail.com | www.sdvd.ir

سرفصل استاتیک

3 واحد، 48 ساعت (16 جلسه 3 ساعته)

1. قوانین مکانیک، یادآوری (قانون سینوس‌ها و کسینوس‌ها، بردارها، کسینوس‌های هادی، ضرب داخلی و خارجی، ...)
2. ترکیب و تجزیه نیرو به روش ترسیمی و تحلیلی، مولفه‌های نیرو،
3. گشتاور حول نقطه و محور، زوج نیرو و گشتاور زوج نیرو، هم‌ارزی نیروها
4. ترسیم جسم آزاد، تکیه‌گاه‌های دو و سه بعدی، تعادل
5. خرابه‌های صفحه‌ای و قضایی، تحلیل خرابه با روش مفصل و مقطع
6. توزیع نیرو پیوسته، قضیه وارینتون، مرکز بار، مرکز جرم، گشتاور اول سطح
7. تیرها، نیروهای داخلی تیر، بارگذاری عرضی، نیروهای محوری و برشی و گشتاور خمشی در مقطع تیر
8. اصطکاک غلتشی و لغزشی، زاویه و ضریب اصطکاک، کاربرد در پیچ و دیسک و چرخ تسمه
9. گشتاور دوم سطح، محاسبه با روش انتگرال و سطوح پیوسته، قضیه انتقال محورها، گشتاور حول محور، شعاع چرخش سطح

1-10

استاتیک | شهاب داودی | davoudi@gmail.com | www.sdvd.ir

پیش‌نیازهای درس استاتیک (ریاضیات)

ریاضیات

- محاسبات عددی (در حد دبیرستان)
- حل معادلات و دستگاه معادلات
- هندسه (آشنایی و کاربرد قضایای ساده در حد هندسه دبیرستانی)
- مثلثات (تعاریف و کاربردهای ابتدایی نسبت‌های مثلثاتی و توابع معکوس نسبت‌های مثلثاتی در حد دبیرستان)
- دستگاه دکارتی و مختصات قائم (در حد درس ریاضی دانشگاه)
- بردار
 - تعریف
 - عملیات برداری
 - جمع و تفریق
 - قوانین متوازی‌الاضلاع و مثلث و زنجیری
 - ضرب
 - عدد در بردار
 - بردار در بردار (داخلی و خارجی)

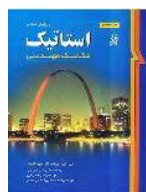
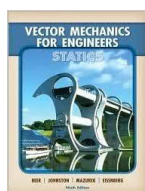
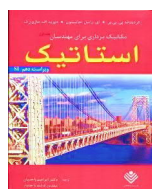
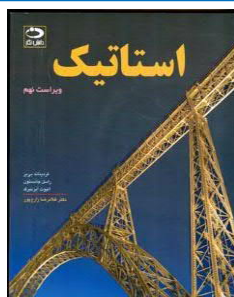
پیش‌نیازهای درس استاتیک (فیزیک-مکانیک)

فیزیک-مکانیک

- یکاها
- کمیات، و تفاوت کمیت‌های عددی (اسکالر) و برداری
- تعریف و مفهوم نیرو
- قوانین نیوتن
 - به خصوص فهم صحیح قانون سوم نیوتن (عمل و عکس‌العمل)
- تعادل ذرات

مراجع درس

منبع و مرجع اصلی درس
کتاب استاتیک (ویرایش نهم)
• تألیف بیر و جانستون و آیزنبرگ
• ترجمه غلامرضا زارعپور
• ناشر دانش نگار



• این کتاب در ویرایش‌ها و ترجمه‌ها و ناشران دیگر نیز چاپ شده است.
مثلاً ترجمه "ابراهیم واحدیان" نشر علوم دانشگاهی.

• در صورت تمایل نسخه زبان اصلی (انگلیسی) این کتاب از اینترنت قابل دانلود است.

• کتاب استاتیک تألیف "بیر و جانستون" برای دانشجویان متوسط مناسب است.
برای دانشجویان قوی، یا حل مسائل پیچیده‌تر، کتاب "مریام و کرایگ" پیشنهاد می‌شود.

ارزیابی

نمره نهایی شامل مجموع نمرات زیر است:

- فعالیت‌های کلاسی (*2 نمره، علاوه بر 20 نمره)
- تکالیف و تمرین‌ها (0%) !!
- کوییزها (بر مبنای تکالیف هر جلسه) و آزمون‌های طول ترم (40%)
- آزمون میان‌ترم (20%)
- آزمون پایان‌ترم (40%)

توجه مهم: مطابق دستورالعمل وزارت علوم، سرعت عمل ناشی از تمرین کافی شرط موفقیت در آزمون‌ها می‌باشد. زمان حل هر سوال طولانی‌تر از مقدار لازم نخواهد بود.

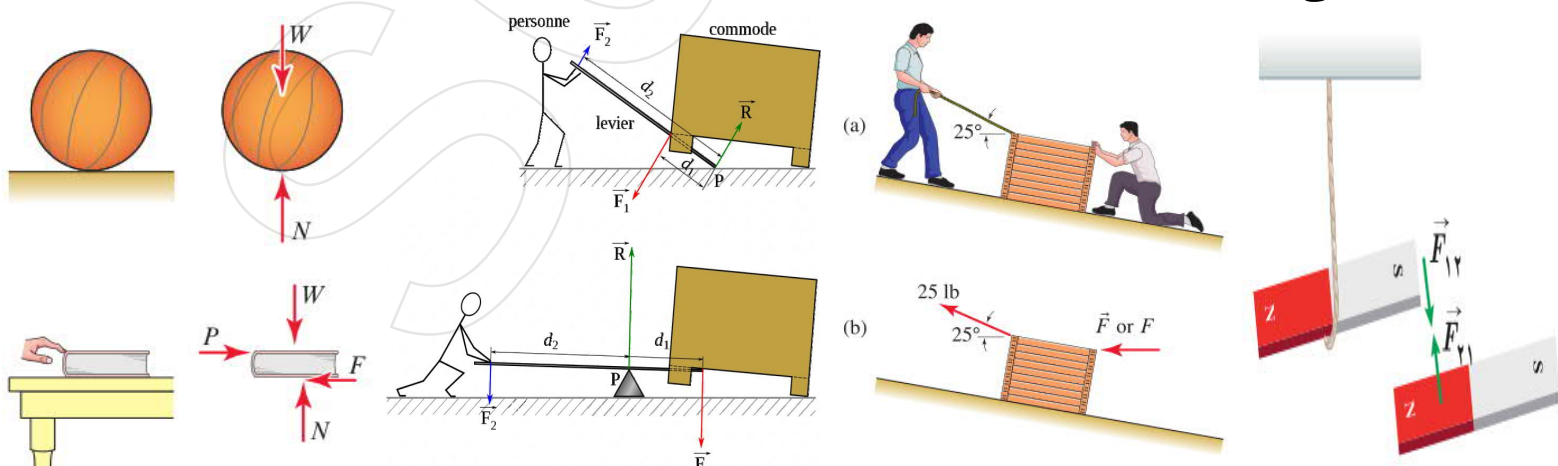
مقدمه

مروری بر فیزیک و ریاضیات

مرور فیزیک

نیرو: تاثیر یا عمل یک جسم بر جسم دیگر.

- هر گاه دو جسم با هم در تماس باشند، حتما بین آن دو جسم نیرو وجود دارد.
- نیروهای گرانش، الکتریکی و مغناطیسی به تماس دو جسم نیاز ندارند.
- نیروی وارد بر یک جسم در آن حرکت یا "تمایل" به حرکت در امتداد نیرو ایجاد می‌کند.

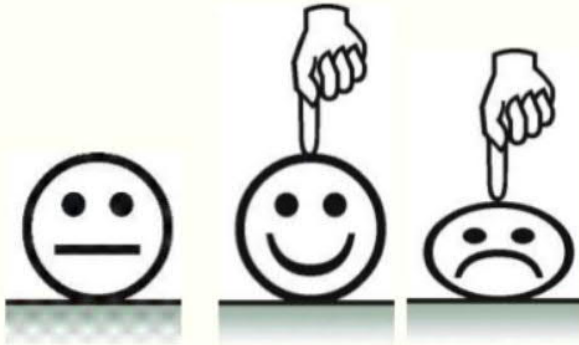


مرور فیزیک

جسم صلب: جسمی که بین ذرات تشکیل دهنده‌اش هیچ‌گونه جابه‌جایی نسبی اتفاق نیافتد؛ و در اثر اعمال نیرو تغییر شکل ندهد.

Rigid body: Body with negligible deformations

Non-rigid body: Body which can deform



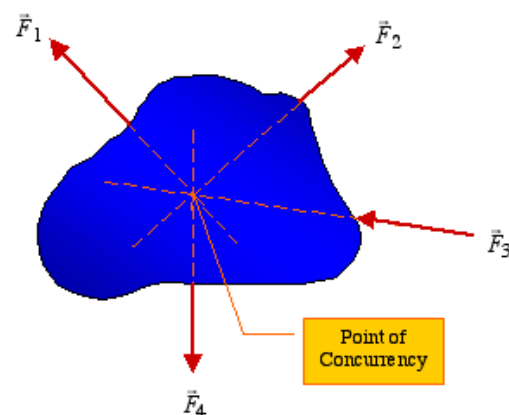
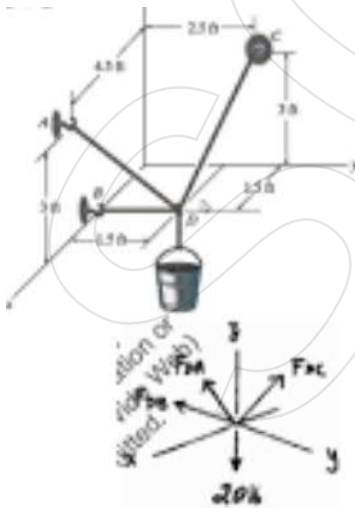
In Statics, bodies are considered rigid unless stated otherwise.

1-17

استاتیک | شهاب داودی | davoudi@gmail.com | www.sdvd.ir

مرور فیزیک

ذره: جسمی که از ابعاد و شکل آن بتوان صرف‌نظر کرد، و ابعادش را «صفر» و مثل یک نقطه در نظر گرفت، و تمام جرم آن را بتوان در یک نقطه متمرکز فرض کرد.



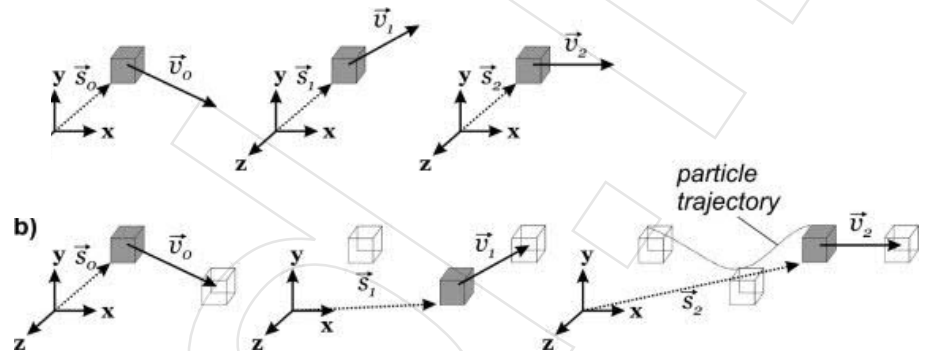
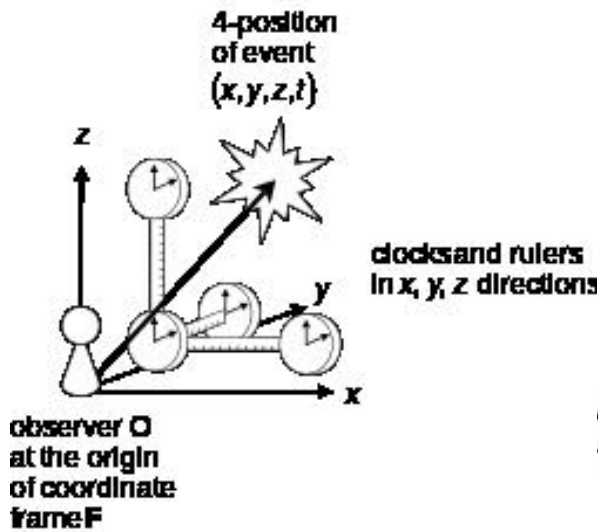
System of concurrent forces acting on a body

1-18

استاتیک | شهاب داودی | davoudi@gmail.com | www.sdvd.ir

مرور فیزیک

شبکه یا دستگاه مختصات مرجع: مجموعه‌ای از محورهای متعامد ثابت بدون حرکت و چرخش.

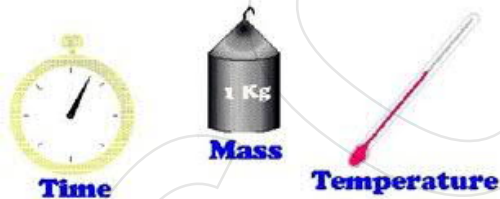


1-19

استاتیک | شهاب داودی | www.sdvd.ir | davoudi@gmail.com

مرور فیزیک

کمیات عددی: فقط مقدار حائز اهمیت است.
• مثل: زمان، جرم، انرژی، جرم، دما.



1-20

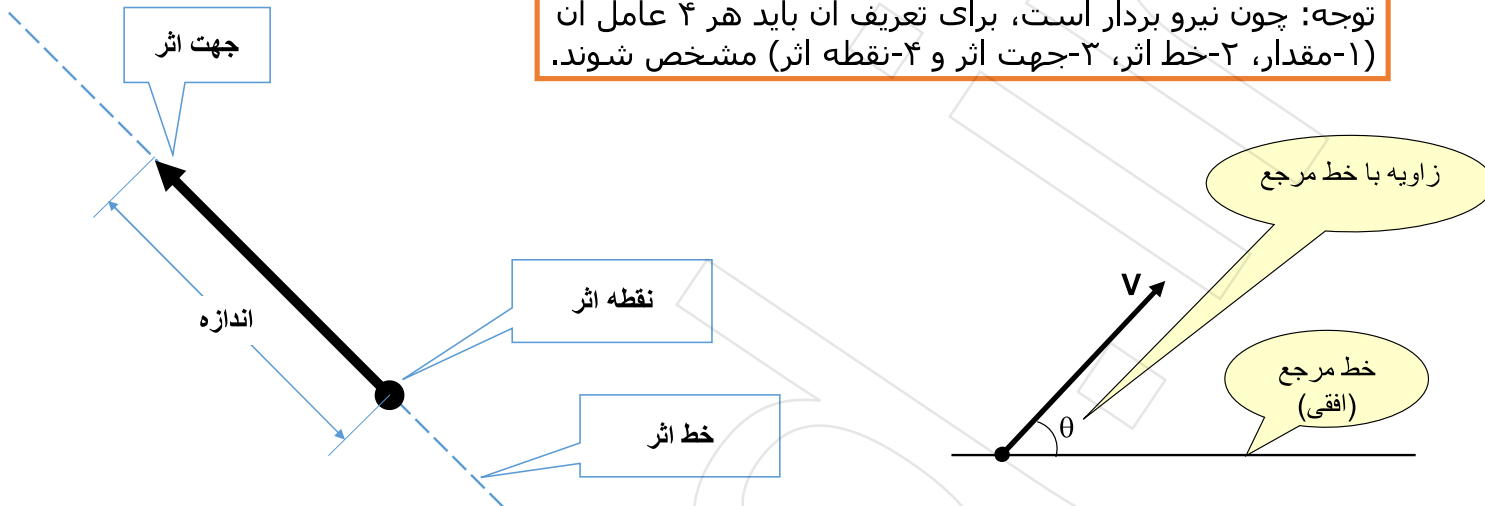
استاتیک | شهاب داودی | www.sdvd.ir | davoudi@gmail.com

مرور فیزیک

کمیات برداری: علاوه بر مقدار، دارای "خط اثر"، "جهت اثر" و "نقطه اثر" نیز هستند.

• مثل جابه‌جایی، نیرو، گشتاور

توجه: چون نیرو بردار است، برای تعریف آن باید هر ۴ عامل آن (۱-مقدار، ۲-خط اثر، ۳-جهت اثر و ۴-نقطه اثر) مشخص شوند.



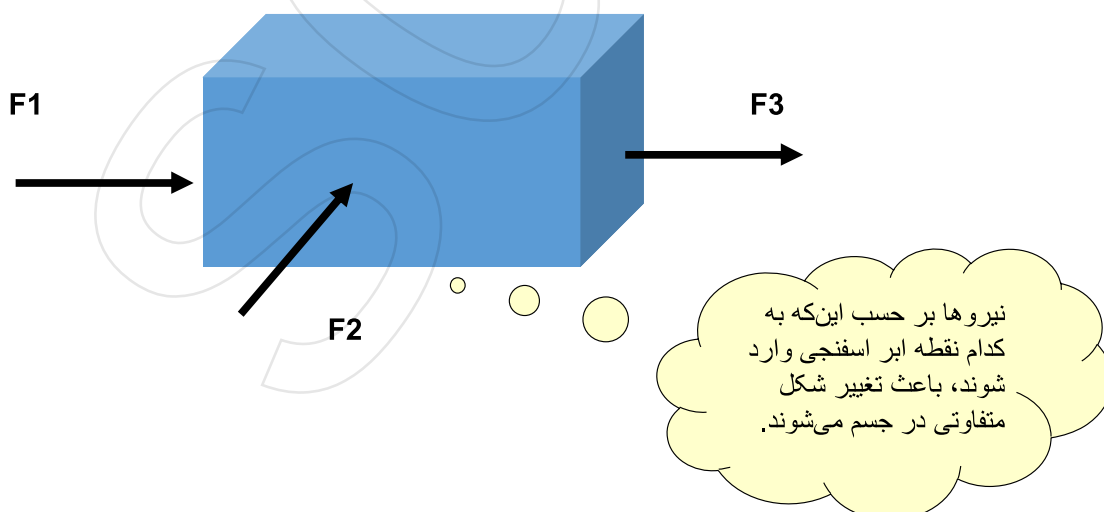
1-21

استاتیک | شهاب داودی | davoudi@gmail.com | www.sdvd.ir

مرور فیزیک

انواع بردار-بردار ثابت: برداری که نقطه اثر آن به طور کامل معین شده باشد. و فقط یک موقعیت خاص را در فضا اشغال کند.

• مثل اثر نیرو روی جسم غیرصلب (مثلا اسفنج).

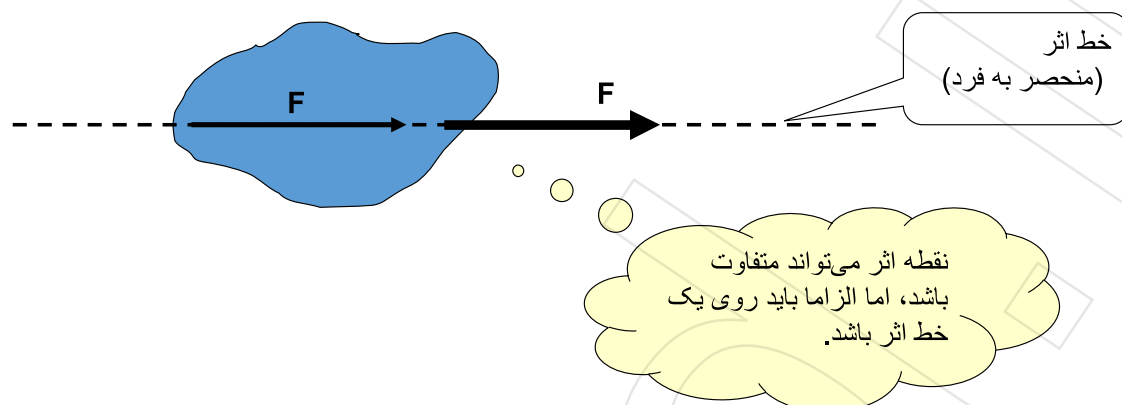


1-22

استاتیک | شهاب داودی | davoudi@gmail.com | www.sdvd.ir

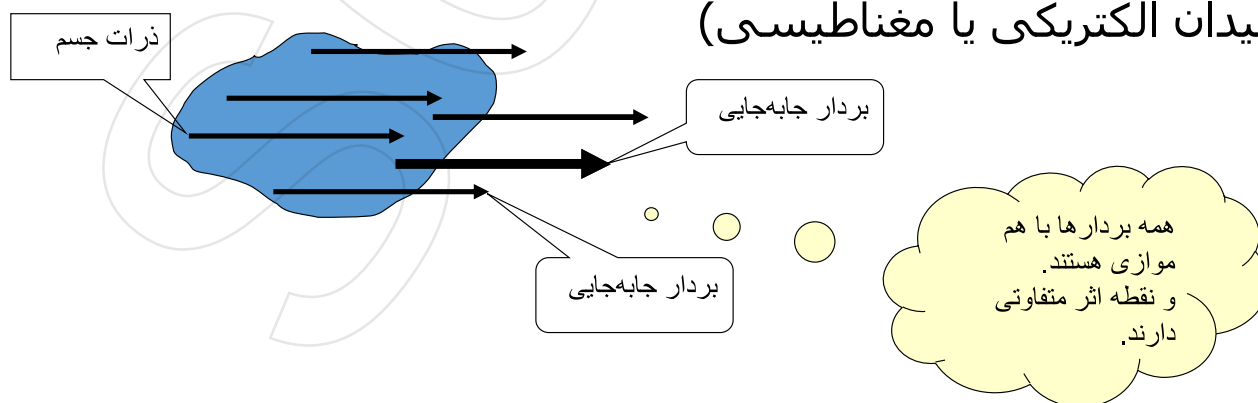
انواع بردار-بردار لغزان: برای عمل آن در فضا، یک خط اثر منحصر به فرد وجود دارد که بردار در امتداد آن اثر می‌کند.

- مثل اثر یک نیروی خارجی روی یک جسم صلب که نقطه اثر می‌تواند هر نقطه‌ای در امتداد خط اثر نیرو در نظر گرفته شود.



انواع بردار-بردار آزاد: عمل آن محدود به یک خط اثر منحصر به فرد در فضا نمی‌باشد.

- مثل بردار جابه‌جایی جسمی که بدون چرخش در حرکت است، بردار نیروی جاذبه عمومی، گشتاور زوج نیرو، نیروهای حاصل از میدان‌ها (میدان الکتریکی یا مغناطیسی)



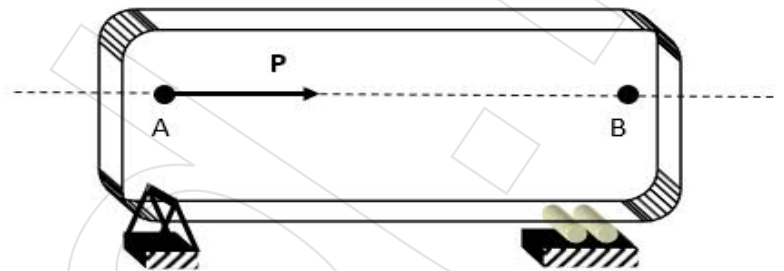
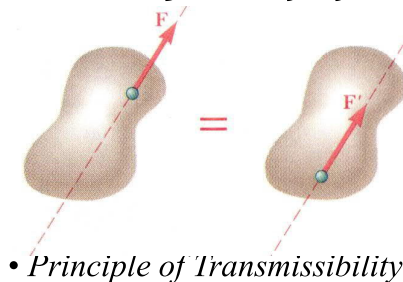
مرور فیزیک

اصل قابلیت انتقال نیرو در اجسام صلب: نیرو را می‌توان در هر نقطه‌ای از خط اثرش بر جسم صلب موثر دانست، بدون اینکه اثرات «نیروهای خارجی» جسم صلب تغییر کند.

• نیروی وارد بر جسم صلب بردار لغزان است.

• مقدار، خط اثر و جهت اثر کاملاً ثابت و مشخص و تعریف شده،

• اما، «نقطه اثر» می‌تواند هر نقطه‌ای در امتداد خط اثر نیرو در نظر گرفته شود.



1-25

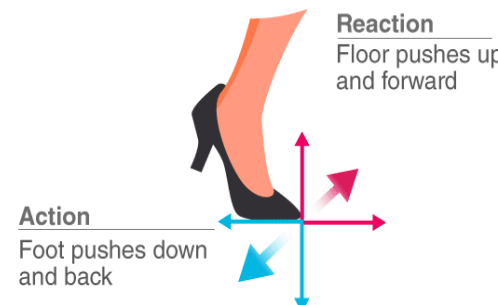
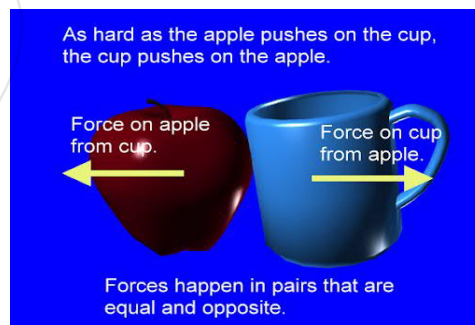
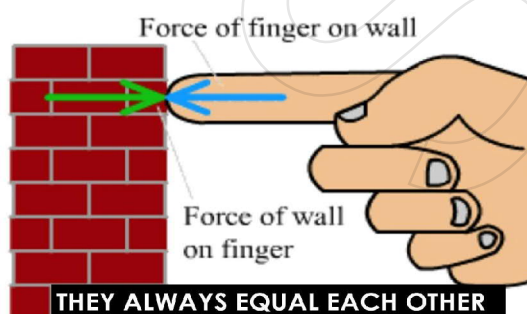
استاتیک | شهاب داودی | davoudi@gmail.com | www.sdvd.ir

مرور فیزیک

قانون سوم نیوتن: نیروهای عمل و عکس‌العمل بین دو جسم از نظر مقدار برابرند، و در خلاف جهت هم و در یک راستا عمل می‌کنند.

• هر کدام از نیروهای عمل و عکس‌العمل بر روی یکی از اجسام اثر می‌کنند.

توجه: هرگز هرگز دو نیروی عمل و عکس‌العمل بر یک جسم اثر نمی‌کنند! به همین دلیل برآیند دو نیروی عمل و عکس‌العمل کاملاً بی‌مفهوم است. عدم توجه به این اصل، منجر به اشتباه در حل مسائل می‌شود.



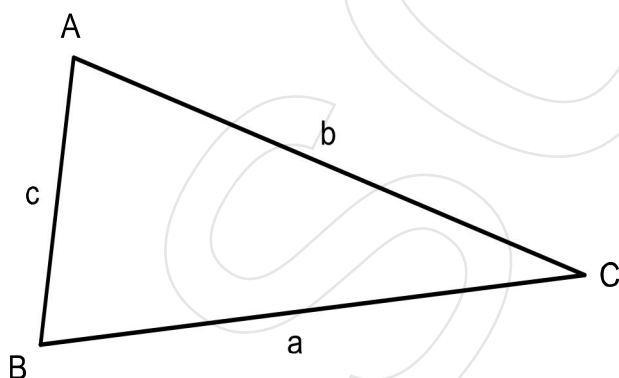
1-26

استاتیک | شهاب داودی | davoudi@gmail.com | www.sdvd.ir

خلاصه برخی از مباحث پیش‌نیاز به صورت «تک برگ» تک موضوعی، شامل مرور درس، مثال حل شده، و مساله:

1. مرور مثلث قائم‌الزاویه
2. قانون کسینوس و سینوس‌ها در مثلث
3. بردار و نیرو
4. بردار و نیرو در فضای دو بعدی
5. بردار و نیرو در فضای سه بعدی (۱)
6. بردار و نیرو در فضای سه بعدی (۲)
7. بردار و نیرو در فضای سه بعدی (۳)
8. تعادل ذره

قانون سینوس‌ها و کسینوس‌ها در هر مثلث دلخواه



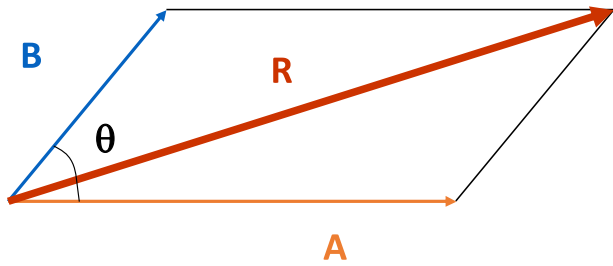
• قانون سینوس‌ها

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

• قانون کسینوس‌ها

$$\begin{aligned}a^2 &= b^2 + c^2 - 2bc \cos A \\b^2 &= a^2 + c^2 - 2ac \cos B \\c^2 &= a^2 + b^2 - 2ab \cos C\end{aligned}$$

مثال و تمرین: تک برگ قانون سینوس‌ها و کسینوس‌ها

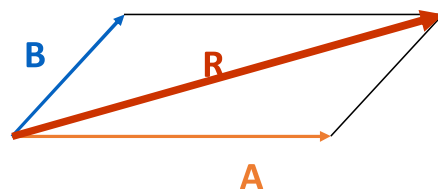
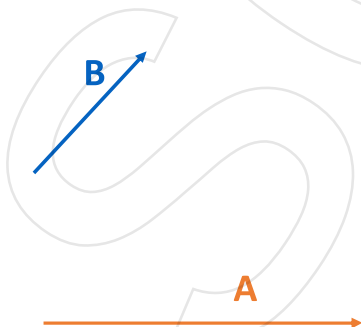


$$R = \sqrt{A^2 + B^2 + 2AB \cos \theta}$$

توجه: این علامت + با علامت - در قضیه کسینوس ها اشتباه نشود!

جمع دو بردار (روش متوازی الاضلاع) (برای دو بردار)

- دو بردار **A** و **B** بردار آزاد در نظر گرفته می شوند. آنها را می توان توسط معادلشان، بردار **R** که قطر متوازی الاضلاع است جانشین ساخت.

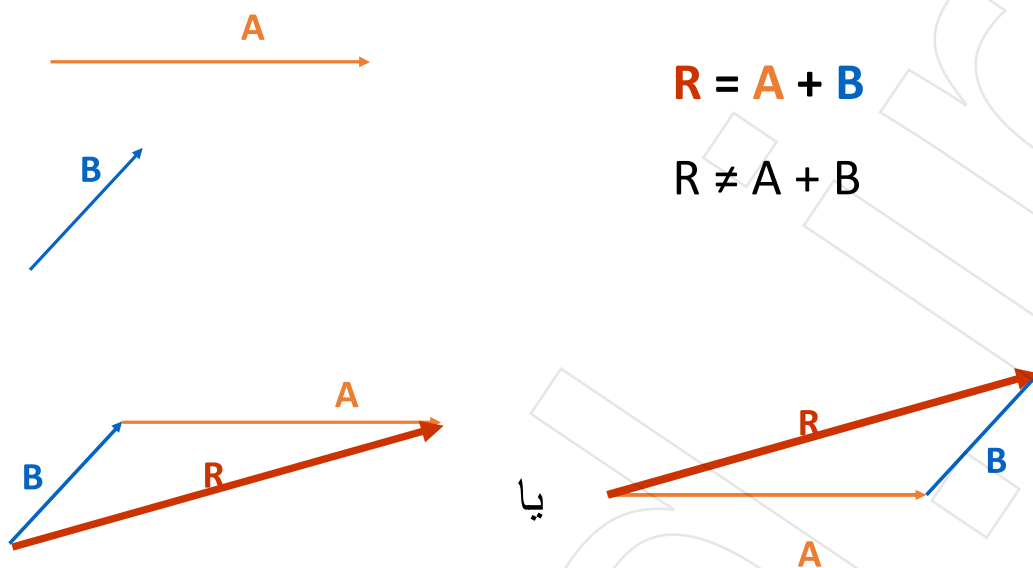


$$R = A + B$$

$$R \neq A + B$$

مرور ریاضیات

جمع دو بردار (روش مثلثی) (برای دو بردار)

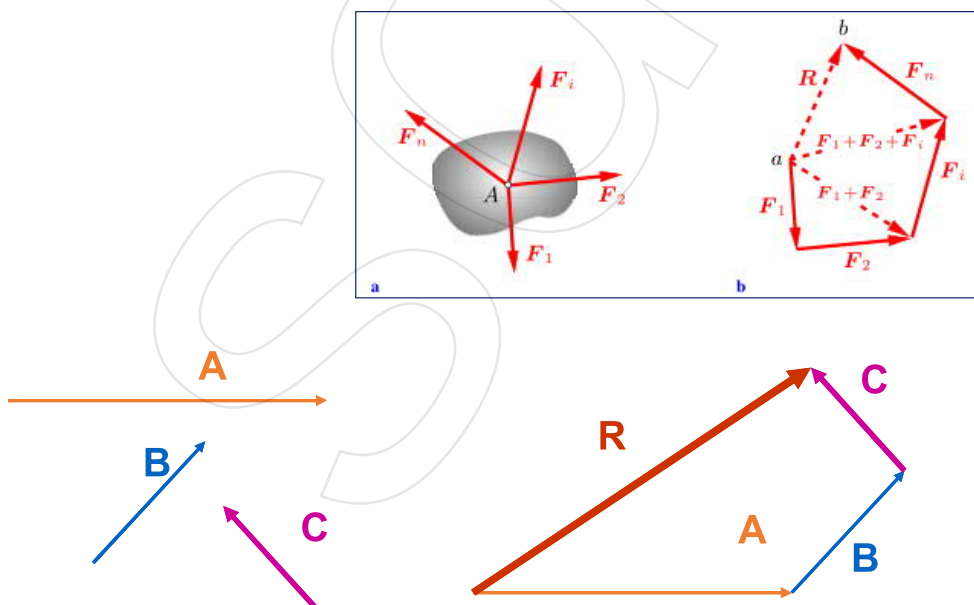


1-31

استاتیک | شهاب داودی | davoudi@gmail.com | www.sdvd.ir

مرور ریاضیات

جمع دو بردار (روش زنجیری) (برای چند بردار)



$$R = A + B + C$$

$$R \neq A + B + C$$

مثال و تمرین: تک برگ بردار

1-32

استاتیک | شهاب داودی | davoudi@gmail.com | www.sdvd.ir

مرور ریاضیات

منفی بردار A (بردار -A)



- همان اندازه
- همان خط اثر
- جهت اثر خلاف A
- [همان نقطه اثر]

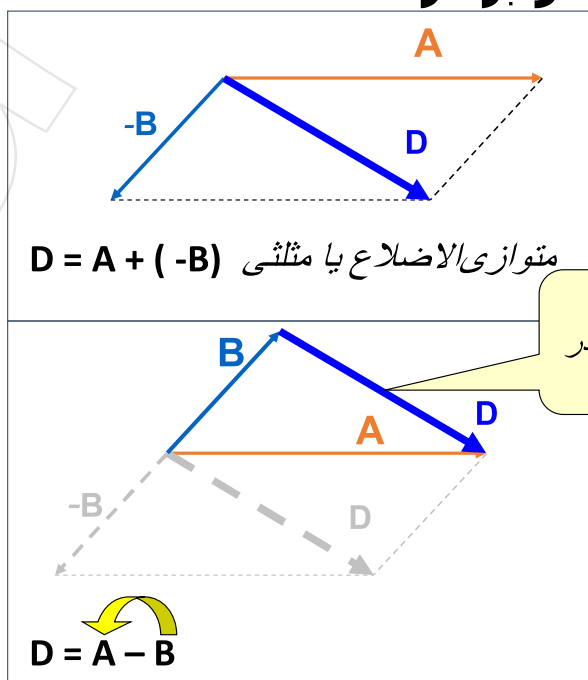
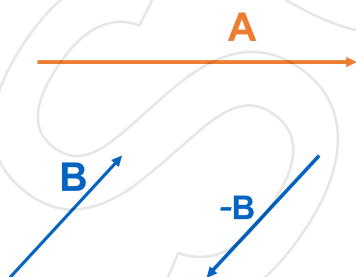
1-33

استاتیک | شهاب داودی | davoudi@gmail.com | www.sdvd.ir

مرور ریاضیات

تفاضل دو بردار

$$D = A - B = A + (-B)$$



متوازی الاضلاع یا مثلثی $D = A + (-B)$

قطر گذرنده از نقطه
غیر مشترک بردارها در
متوازی الاضلاع

$$D = A - B$$

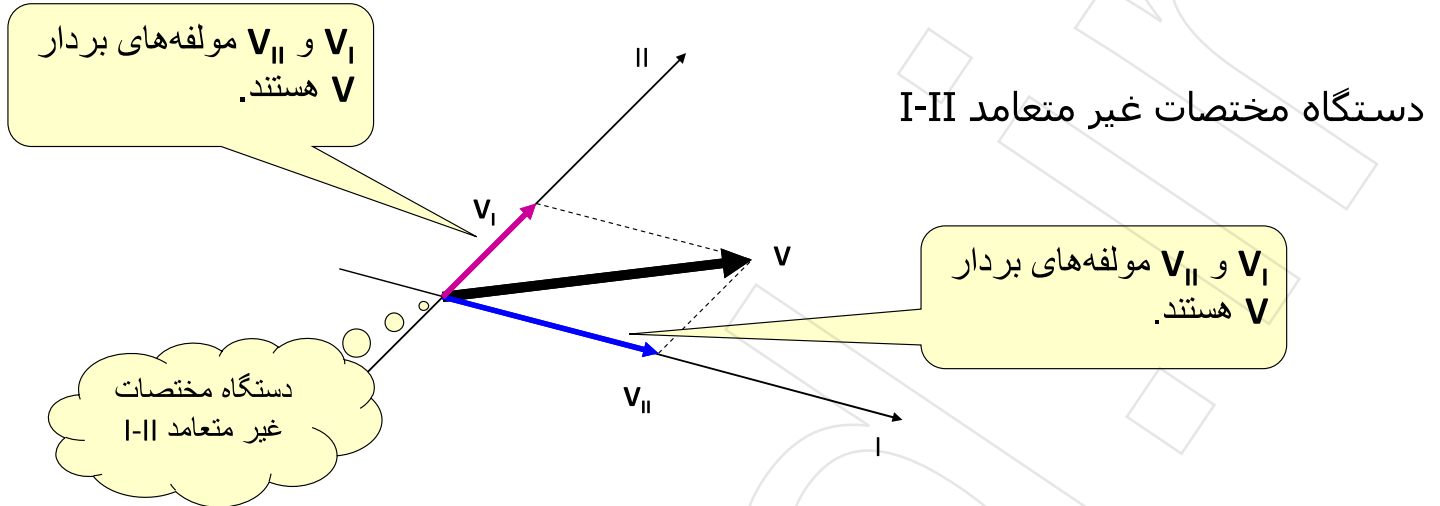
1-34

استاتیک | شهاب داودی | davoudi@gmail.com | www.sdvd.ir

مرور ریاضیات

تجزیه یک بردار به مولفه‌هایش (دو بعدی)

- هر دو یا چند بردار که مجموع آنها تشکیل بردار V را بدهد، مولفه‌های بردار V نامیده می‌شوند.



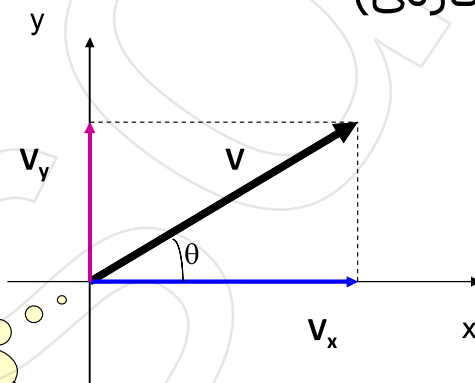
1-35

استاتیک | شهاب داودی | davoudi@gmail.com | www.sdvd.ir

مرور ریاضیات

تجزیه یک بردار به مولفه‌هایش (دو بعدی دکارتی)

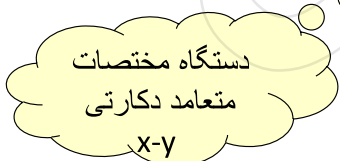
- دستگاه مختصات متعامد $x-y$ (دکارتی)



$$V_x = V \cos \theta$$

$$V_y = V \sin \theta$$

$$\theta = \tan^{-1}(V_y / V_x)$$

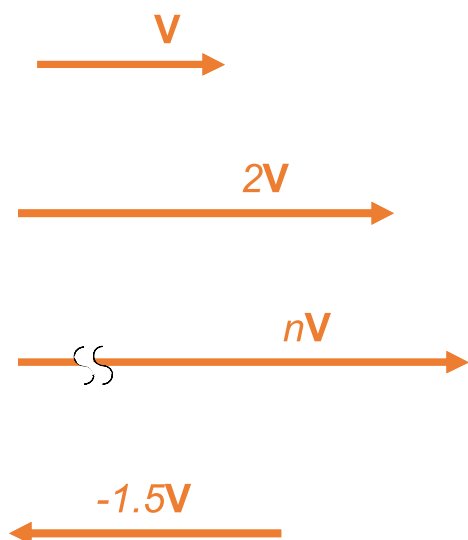


1-36

استاتیک | شهاب داودی | davoudi@gmail.com | www.sdvd.ir

مرور ریاضیات

ضرب بردار در عدد



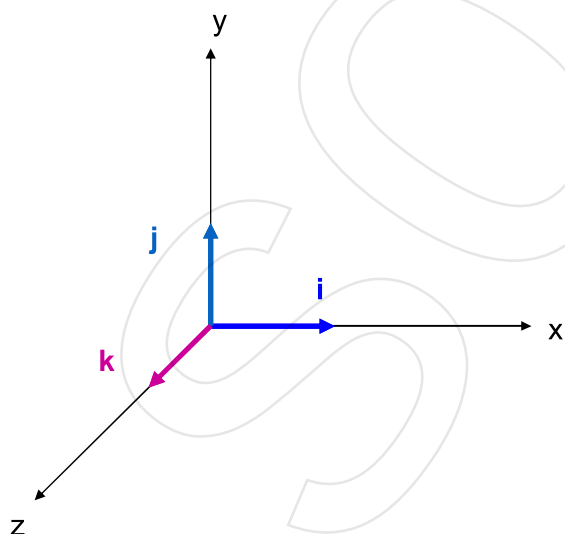
$$\mathbf{V}' = n \mathbf{V}$$

$$|\mathbf{V}'| = n |\mathbf{V}|$$

- خط اثر ثابت می‌ماند.
- اگر $n < 0$ باشد، جهت اثر خلاف جهت اثر اولیه خواهد شد.
- اگر $n = 0$ باشد، بردار حاصل دارای بزرگی (مقدار) صفر است.

مرور ریاضیات

بردار یکه (یگانه، واحد)



$\mathbf{i}$ و $\mathbf{j}$ و $\mathbf{k}$ به ترتیب در امتداد محوره‌های x ، y و z در دستگاه مختصات قائم (متعامد) هستند، به نحوی که بزرگی (طول) آنها برابر 1 (واحد) باشد.

$$|\mathbf{i}| = |\mathbf{j}| = |\mathbf{k}| = 1$$

مرور ریاضیات

بردار بر حسب بردار یکه

بردار

- مقدار یا اندازه
- خط اثر
- جهت اثر

- مقدار یا اندازه بردار

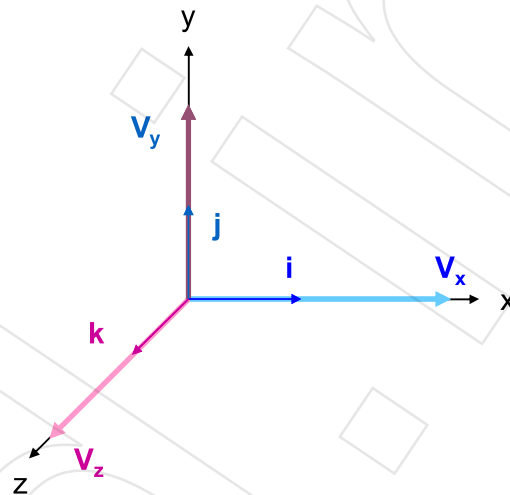
بردار یکه

- خط اثر
- جهت اثر

$$\mathbf{V}_x = V_x \mathbf{i}$$

$$\mathbf{V}_y = V_y \mathbf{j}$$

$$\mathbf{V}_z = V_z \mathbf{k}$$

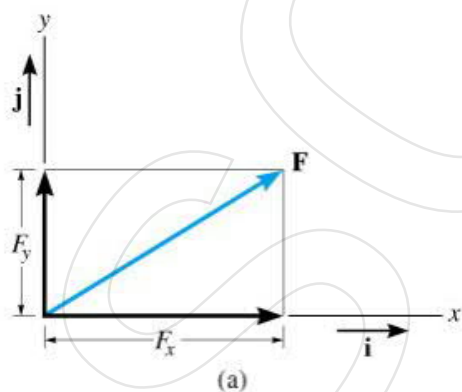


1-39

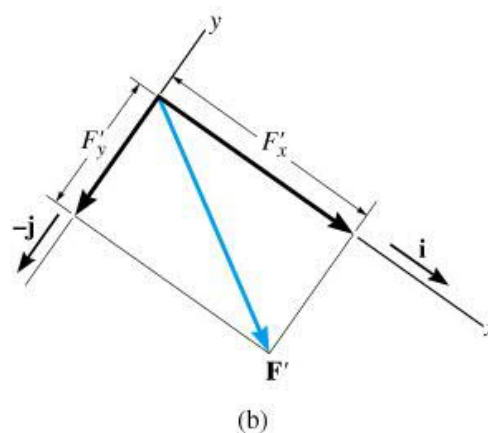
استاتیک | شهاب داودی | davoudi@gmail.com | www.sdvd.ir

مرور ریاضیات

بردار بر حسب بردار یکه (۲ بعدی) در دستگاه مختصات متعامد (قائم یا دکارتی)



$$\mathbf{F} = F_x \mathbf{i} + F_y \mathbf{j}$$



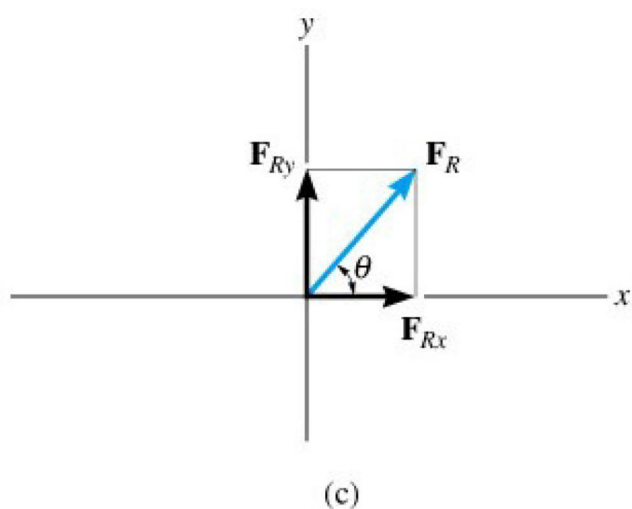
$$\mathbf{F}' = F'_x \mathbf{i} - F'_y \mathbf{j}$$

1-40

استاتیک | شهاب داودی | davoudi@gmail.com | www.sdvd.ir

مرور ریاضیات

اندازه (بزرگی) و جهت بردار (۲ بعدی)



$$F_R = \sqrt{F_{Rx}^2 + F_{Ry}^2}$$

$$\theta = \tan^{-1} \left| \frac{F_{Ry}}{F_{Rx}} \right|$$

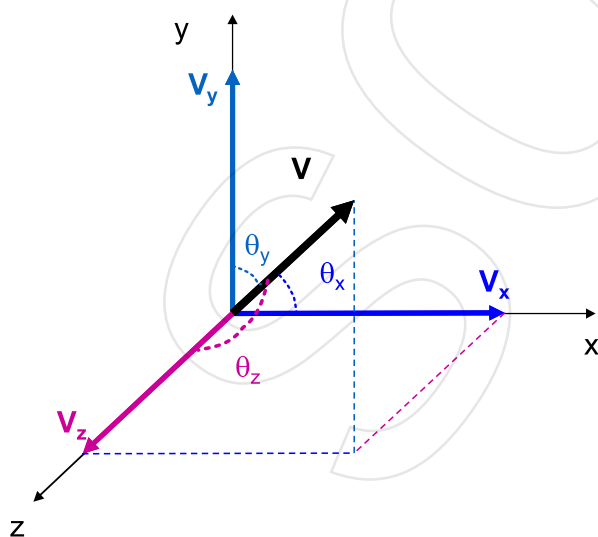
مثال و تمرین: تک برگ بردار دو بعدی

1-41

استاتیک | شهاب داودی | davoudi@gmail.com | www.sdvd.ir

مرور ریاضیات

بردار بر حسب بردار یکه (۳ بعدی) در دستگاه مختصات متعامد (قائم یا دکارتی)



$$\mathbf{V} = V_x + V_y + V_z$$

$$\mathbf{V} = V_x \mathbf{i} + V_y \mathbf{j} + V_z \mathbf{k}$$

$$V_x = V \cos \theta_x = V l$$

$$V_y = V \cos \theta_y = V m$$

$$V_z = V \cos \theta_z = V n$$

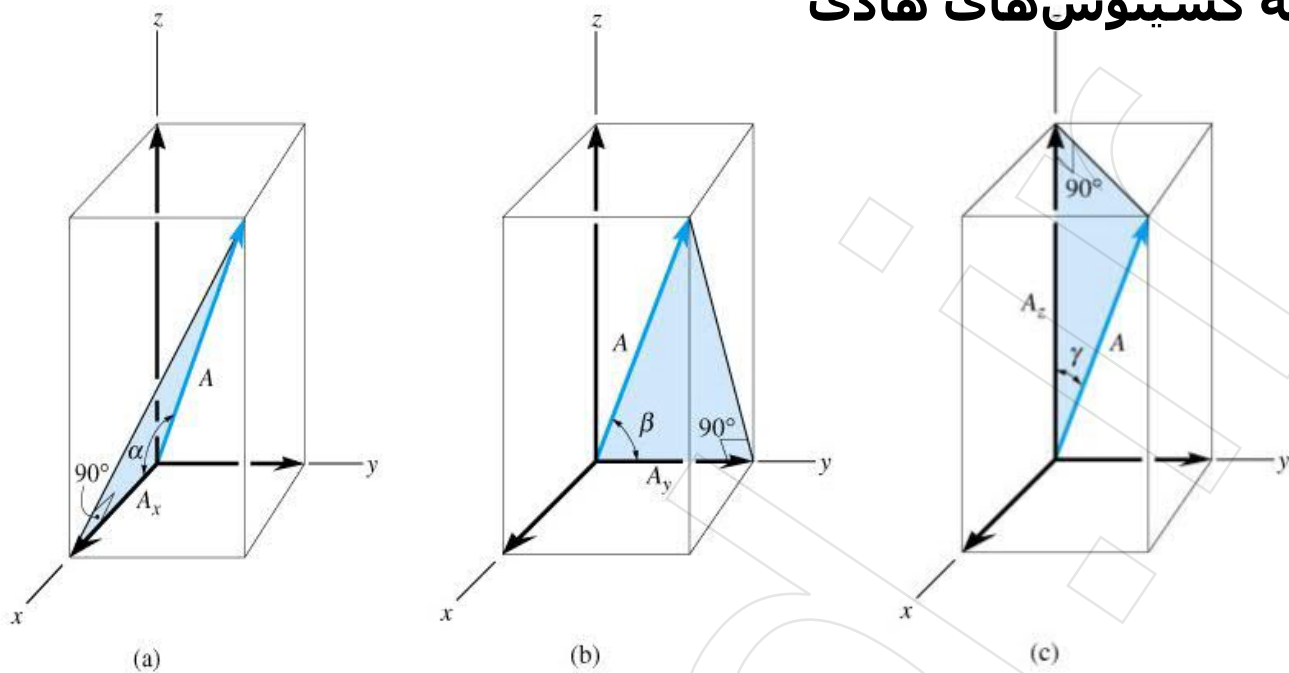
l و m و n را کسینوس‌های هادی بردار می‌نامند.

1-42

استاتیک | شهاب داودی | davoudi@gmail.com | www.sdvd.ir

مرور ریاضیات

زاویه کسینوس‌های هادی

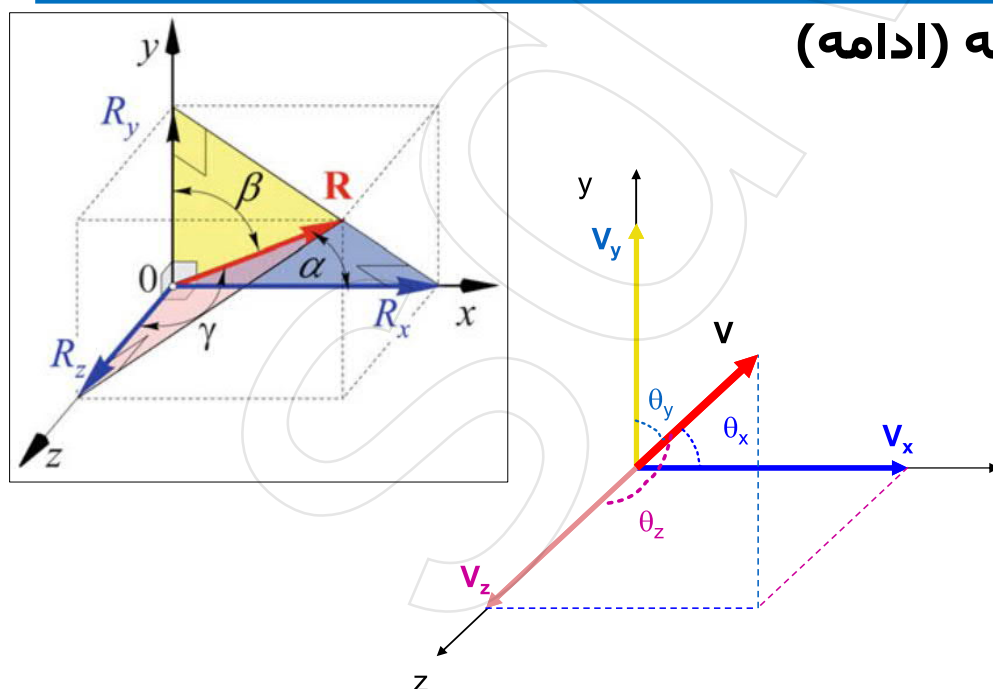


1-43

استاتیک | شهاب داودی | davoudi@gmail.com | www.sdvd.ir

مرور ریاضیات

بردار بر حسب بردار یکه (ادامه)



$$l = \cos \theta_x = \cos \alpha$$

$$m = \cos \theta_y = \cos \beta$$

$$n = \cos \theta_z = \cos \gamma$$

$$V^2 = V_x^2 + V_y^2 + V_z^2$$

$$l^2 + m^2 + n^2 = 1$$

1-44

استاتیک | شهاب داودی | davoudi@gmail.com | www.sdvd.ir

مرور ریاضیات

جمع بردارها

• دو بردار P و Q را در نظر بگیریم:

$$\mathbf{P} = i P_x + j P_y + k P_z$$

$$\mathbf{Q} = i Q_x + j Q_y + k Q_z$$

• می‌توانیم بنویسیم:

$$\mathbf{P} + \mathbf{Q} = i (P_x + Q_x) + j (P_y + Q_y) + k (P_z + Q_z)$$

$$\mathbf{P} + \mathbf{Q} = \mathbf{Q} + \mathbf{P}$$

اصل جابجایی

$$\mathbf{P} + (\mathbf{Q} + \mathbf{R}) = (\mathbf{P} + \mathbf{Q}) + \mathbf{R}$$

اصل شرکت‌پذیری

$$\mathbf{P} - \mathbf{Q} = \mathbf{P} + (-\mathbf{Q})$$

مثال و تمرین: تک برگ بردار سه بعدی

1-45

استاتیک | شهاب داودی | www.sdvd.ir | davoudi@gmail.com

مرور ریاضیات

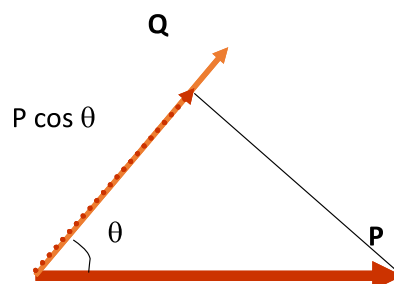
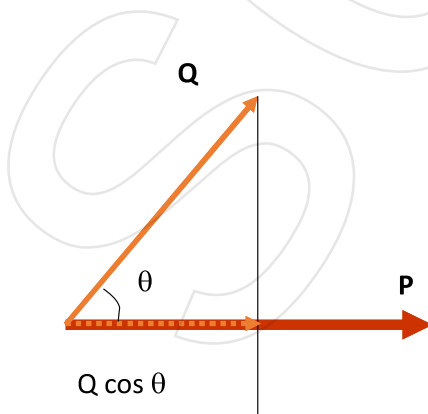
ضرب داخلی (عددی یا نقطه‌ای)

$$\mathbf{P} \cdot \mathbf{Q} = P Q \cos \theta$$

• یک تعریف است.

$$\mathbf{P} \cdot \mathbf{Q} = \mathbf{Q} \cdot \mathbf{P}$$

• نتیجه، یک کمیت عددی است.



1-46

استاتیک | شهاب داودی | www.sdvd.ir | davoudi@gmail.com

ضرب داخلی (عددی یا نقطه‌ای)

$$\mathbf{P} \cdot \mathbf{Q} = P Q \cos \theta$$

$$\mathbf{P} \cdot \mathbf{Q} = \mathbf{Q} \cdot \mathbf{P}$$

$$\mathbf{i} \cdot \mathbf{i} = \mathbf{j} \cdot \mathbf{j} = \mathbf{k} \cdot \mathbf{k} = 1$$

$$\mathbf{i} \cdot \mathbf{j} = \mathbf{j} \cdot \mathbf{i} = \mathbf{i} \cdot \mathbf{k} = \mathbf{k} \cdot \mathbf{i} = \mathbf{j} \cdot \mathbf{k} = \mathbf{k} \cdot \mathbf{j} = 0$$

$$\mathbf{P} \cdot \mathbf{Q} = (\mathbf{i} P_x + \mathbf{j} P_y + \mathbf{k} P_z) \cdot (\mathbf{i} Q_x + \mathbf{j} Q_y + \mathbf{k} Q_z)$$

$$\mathbf{P} \cdot \mathbf{Q} = P_x Q_x + P_y Q_y + P_z Q_z$$

$$\mathbf{P} \cdot \mathbf{P} = P_x^2 + P_y^2 + P_z^2$$

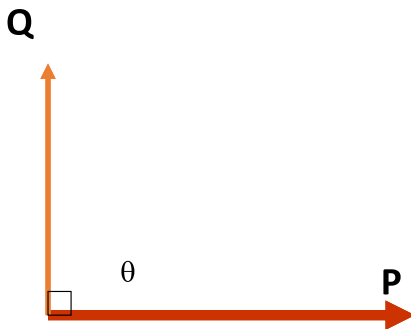
چرا؟

نکات ضرب داخلی (۱)

$$\mathbf{P} \cdot \mathbf{Q} = P Q \cos \theta \rightarrow \cos \theta = \frac{\mathbf{P} \cdot \mathbf{Q}}{P Q}$$

$$\cos \theta = \frac{P_x Q_x + P_y Q_y + P_z Q_z}{P Q} = l_p l_q + m_p m_q + n_p n_q$$

l و m و n کسینوس‌های هادی بردارها هستند.



$$\mathbf{P} \cdot \mathbf{Q} = 0 \Leftrightarrow \mathbf{P} \perp \mathbf{Q}$$

$$l_p l_q + m_p m_q + n_p n_q = 0 \Leftrightarrow \mathbf{P} \perp \mathbf{Q}$$

$$(\cos 90 = 0)$$

$$\mathbf{P} \cdot (\mathbf{Q} + \mathbf{R}) = (\mathbf{P} \cdot \mathbf{Q}) + (\mathbf{P} \cdot \mathbf{R})$$

• قانون شرکت پذیری

مرور ریاضیات

ضرب خارجی (Cross) دو بردار

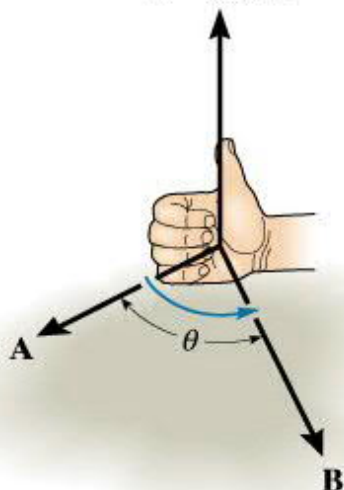
- مطابق تعریف، ضرب خارجی دو بردار **A** و **B**، برداری مثل **C** است که به صورت زیر نوشته می‌شود.

$$\mathbf{C} = \mathbf{A} \times \mathbf{B}$$

$$\mathbf{C} = \mathbf{A} \times \mathbf{B}$$

- چند نکته:

- عمود بر صفحه دو بردار **A** و **B**
- اندازه مساحت متوازی‌الاضلاع دو بردار **A** و **B**
- قانون دست راست



1-51

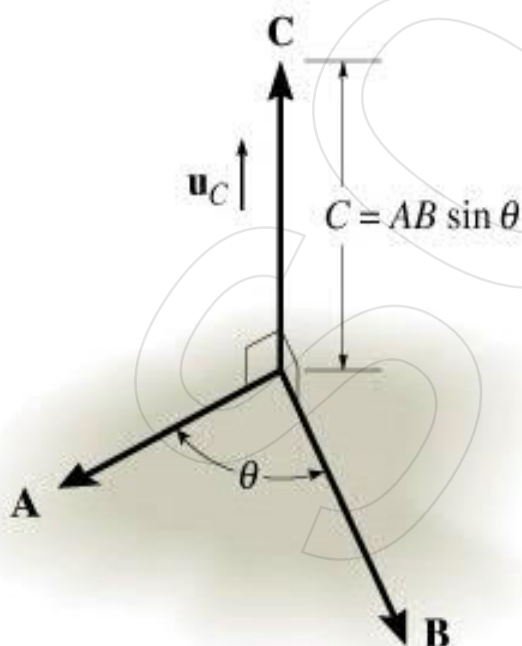
استاتیک | شهاب داودی | davoudi@gmail.com | www.sdvd.ir

مرور ریاضیات

ضرب خارجی دو بردار (ادامه)

- اندازه

$$C = AB \sin \theta$$



- جهت

$$\mathbf{C} = \mathbf{A} \times \mathbf{B} = (AB \sin \theta) \mathbf{u}_C$$

1-52

استاتیک | شهاب داودی | davoudi@gmail.com | www.sdvd.ir

محاسبه ضرب خارجی دو بردار A و B با استفاده از دترمینان

$$\mathbf{A} \times \mathbf{B} = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{A} \times \mathbf{B} = & +(A_y B_z - A_z B_y)\mathbf{i} \\ & -(A_x B_z - A_z B_x)\mathbf{j} \\ & +(A_x B_y - A_y B_x)\mathbf{k} \end{aligned}$$

$$\mathbf{i} \times \mathbf{i} = 0, \dots$$

$$\mathbf{i} \times \mathbf{j} = \mathbf{k}, \mathbf{j} \times \mathbf{i} = -\mathbf{k}, \dots$$

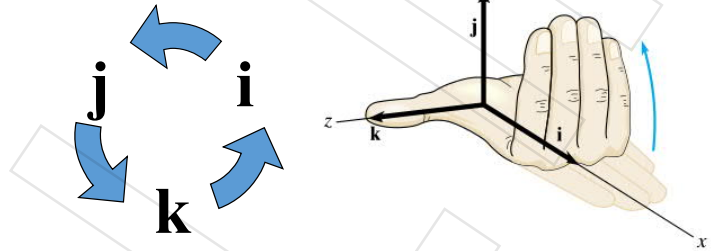


Figure 2.26

The right-hand rule indicates that $\mathbf{i} \times \mathbf{j} = \mathbf{k}$.

مثال و تمرین: تک برگ گشتاور