

آنتروپی

۱- معرفی

- قانون دوم ترمودینامیک، منجر به عبارت هایی بصورت **نامساوی** می گردد.
- مثلاً ماشین گرمایی برگشت ناپذیر واقعی در مقایسه با ماشین برگشت پذیری که بین همان دو دما کار می کند، دارای بازدهی کمتری می باشد.
- نامساوی دیگری که در این قانون کاربرد دارد، **نامساوی کلازیوس** است.

$$\oint \frac{\delta Q}{T} \leq 0$$

- ✓ یعنی انتگرال سیکلی این عبارت همواره کوچکتر یا مساوی صفر است. (تمام مقادیر دیفرانسیلی انتقال گرما به یا از سیستم تقسیم بر دمای مطلق)
- ✓ این نامساوی برای تمامی چرخه ها (برگشت پذیر و برگشت ناپذیر) کاربرد دارد.

• آنتروپی

✓ کلازیوس در سال ۱۸۶۵ متوجه خاصیت جدیدی از ماده شد و آن را **آنتروپی**

نامید. (با علامت S)

$$dS = \left(\frac{\delta Q}{T} \right)_{\text{int rev}} \quad (\text{kJ/K})$$

✓ آنتروپی جرم واحد را با s نمایش می دهند که یک خاصیت شدتی (Intensive) است.

✓ تغییر آنتروپی هر سیستم با انتگرال گیری بین حالت های اولیه و نهایی بدست می آید:

$$\Delta S = S_2 - S_1 = \int_1^2 \left(\frac{\delta Q}{T} \right)_{\text{int rev}} \quad (\text{kJ/K})$$

✓ توجه شود که آنتروپی یک خاصیت است و مانند سایر خواص دارای یک مقدار معین می باشد. بنابراین تغییر آنتروپی ΔS بین دو حالت، دارای مقدار معینی است که به مسیر فرآیند، برگشت پذیری و یا برگشت ناپذیری بستگی ندارد.

• مثال: تغییر آنتروپی فرایند تک‌دما (Isothermal)

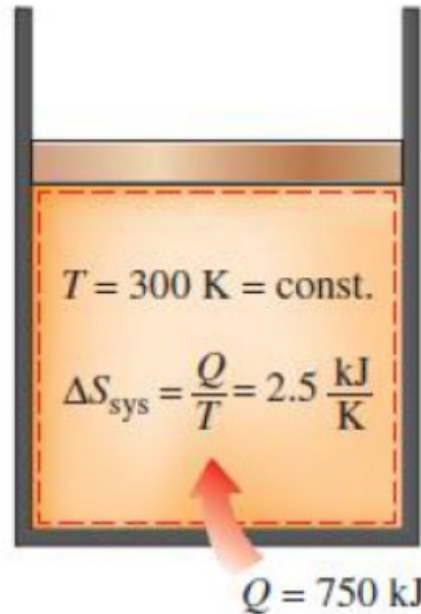
• هدف تعیین تغییر آنتروپی فرایند تک‌دمای تبخیر آب است. این فرایند در دمای ۳۰۰

کلوین و با انتقال ۷۵۰ کیلوژول گرما به مخلوط آب مایع و بخار انجام می‌شود.

✓ در طی فرایند تغییر فاز، دما ثابت می‌ماند.

✓ فرایند برگشت‌پذیر است.

✓ بنابراین:



$$\Delta S_{\text{sys, isothermal}} = \frac{Q}{T_{\text{sys}}} = \frac{750 \text{ kJ}}{300 \text{ K}} = 2.5 \text{ kJ/K}$$

✓ تغییر آنتروپی مثبت است.

(زیرا انرژی به سیستم داده شده است.)

۲- اصل افزایش آنتروپی

• یک چرخه را که از دو فرایند تشکیل شده است (یکی اختیاری و دیگری برگشت پذیر)، در نظر بگیرید:

$$\oint \frac{\delta Q}{T} \leq 0$$

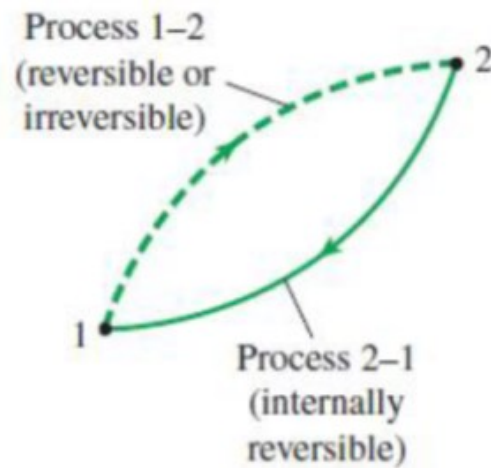
✓ حال نامساوی کلازیوس را می توان به این شکل نوشت:

$$\int_1^2 \frac{\delta Q}{T} + \int_2^1 \left(\frac{\delta Q}{T} \right)_{\text{int rev}} \leq 0$$

✓ یا

✓ برای ترم دوم سمت چپ، تغییر آنتروپی همان $S_1 - S_2$ است:

✓ بنابراین:



$$\int_1^2 \frac{\delta Q}{T} + S_1 - S_2 \leq 0$$

$$S_2 - S_1 \geq \int_1^2 \frac{\delta Q}{T}$$

$$dS \geq \frac{\delta Q}{T}$$

• علامت نامساوی در این معادله به این معنی است که تغییر آنتروپی یک سیستم بسته در طی فرآیند برگشت‌ناپذیر همیشه بزرگتر از انتقال آنتروپی است.

یعنی در طی یک فرآیند برگشت‌ناپذیر، مقداری آنتروپی خلق یا تولید می‌شود.

✓ این تولید آنتروپی تماماً بر اثر وجود برگشت‌ناپذیری‌هاست.

✓ این آنتروپی تولید شده را به S_{gen} نمایش می‌دهند.

$$\Delta S_{\text{sys}} = S_2 - S_1 = \int_1^2 \frac{\delta Q}{T} + S_{\text{gen}}$$

✓ آنتروپی تولید شده همواره مثبت است و یا صفر.

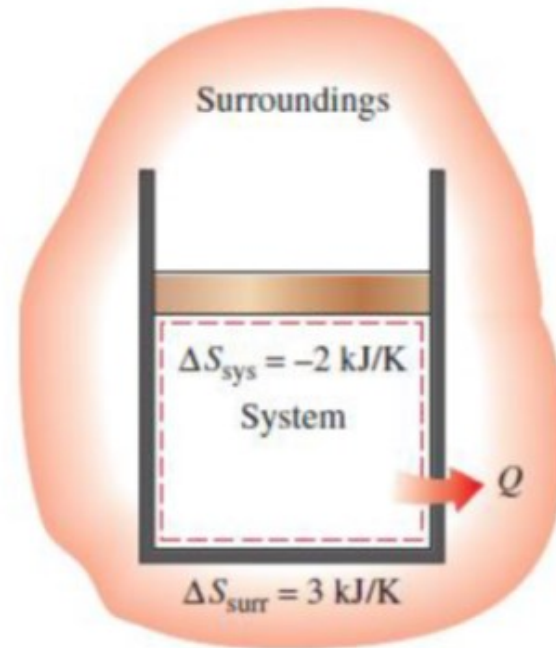
$$\Delta S_{\text{isolated}} \geq 0$$

✓ بنابراین، برای یک سیستم ایزوله:

• پس، آنتروپی یک سیستم ایزوله همواره در حال افزایش است.

✓ این نگرانی وجود دارد که آنتروپی جهان هستی بعنوان یک سیستم ایزوله، همواره افزایش می یابد.

✓ از تغییرات آنتروپی می توان به امکان پذیر بودن یک فرایند و یا برگشت پذیری آن پی برد.



$$S_{\text{gen}} \begin{cases} > 0 & \text{Irreversible process} \\ = 0 & \text{Reversible process} \\ < 0 & \text{Impossible process} \end{cases}$$

تغییر آنتروپی یک سیستم می تواند منفی باشد، اما تولید آنتروپی نمی تواند.

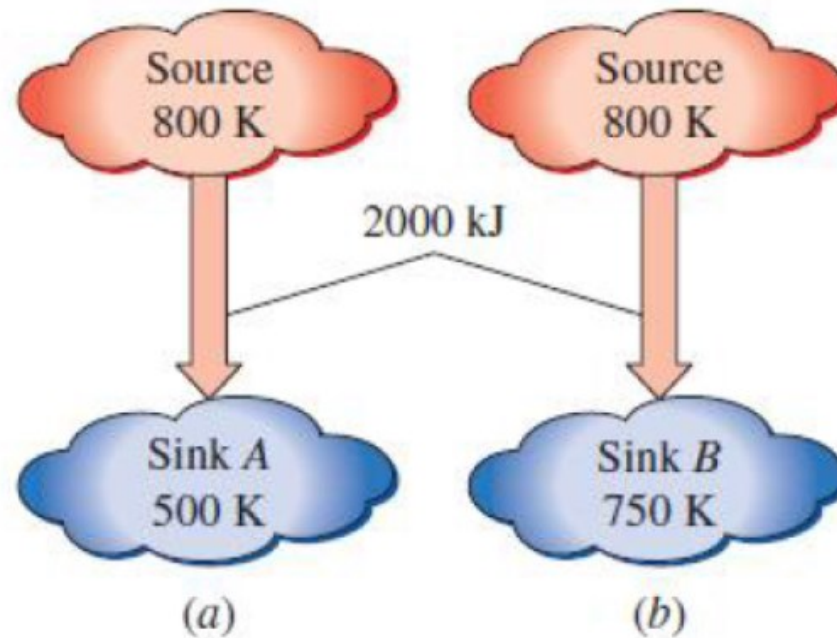
$$S_{\text{gen}} = \Delta S_{\text{total}} = \Delta S_{\text{sys}} + \Delta S_{\text{surr}} = 1 \text{ kJ/K}$$

• چند نکته در مورد آنالیز:

- ✓ هر فرآیند تنها در جهت افزایش آنالیز می تواند انجام پذیرد.
- ✓ آنالیز یک خاصیت ناپایستار است. (اصل بقای آنالیز وجود ندارد.)
- ✓ تولید آنالیز معیاری برای مقدار برگشت ناپذیری های یک سیستم است.

مثال: (تولید آنتروپی در فرآیند انتقال گرما)

• گرماده (source) با دمای ۸۰۰ کلوین، ۲۰۰۰ کیلوژول گرما را به گرماگیرهایی (sink) با دمای ۵۰۰ و ۷۵۰ کلوین می‌دهد. تعیین کنید کدام فرآیند انتقال گرما برگشت‌ناپذیرتر است.



• مثال: (حل-الف)

✓ برای گرماگیر با دمای ۵۰۰ کلوین:

$$\Delta S_{\text{source}} = \frac{Q_{\text{source}}}{T_{\text{source}}} = \frac{-2000 \text{ kJ}}{800 \text{ K}} = -2.5 \text{ kJ/K}$$

$$\Delta S_{\text{sink}} = \frac{Q_{\text{sink}}}{T_{\text{sink}}} = \frac{2000 \text{ kJ}}{500 \text{ K}} = +4.0 \text{ kJ/K}$$

✓ پس:

$$S_{\text{gen}} = \Delta S_{\text{total}} = \Delta S_{\text{source}} + \Delta S_{\text{sink}} = (-2.5 + 4.0) \text{ kJ/K} = 1.5 \text{ kJ/K}$$

✓ بنابراین 1.5 kJ/K آنتروپی در این فرایند تولید می شود.

• مثال: (حل-ب)

✓ با تکرار این محاسبات برای ۷۵۰ کلوین داریم:

$$\Delta S_{\text{source}} = -2.5 \text{ kJ/K}$$

$$\Delta S_{\text{sink}} = +2.7 \text{ kJ/K}$$

✓ پس:

$$S_{\text{gen}} = \Delta S_{\text{total}} = (-2.5 + 2.7) \text{ kJ/K} = 0.2 \text{ kJ/K}$$

✓ بنابراین تغییر آنتروپی در قسمت (ب) کمتر است.

✓ یعنی جایی که اختلاف دمای کمتری وجود دارد.

✓ اگر از یک ماشین کارنو بین این دو منبع استفاده شود، برگشتناپذیری برای هر دو حالت به صفر می‌رسد.

• آنترופی یک خاصیت است.

✓ بنابراین، آنترופی هر سیستم دارای مقدار معینی است.

✓ با مشخص بودن دو خاصیت شدتی مستقل، حالت یک ماده‌ی تراکم پذیر ساده مشخص می‌شود.

✓ پس مقدار آنترופی آن نیز مشخص می‌گردد.

✓ مقادیر آنترופی مواد نسبت به یک حالت مرجع اندازه‌گیری می‌شود.

✓ این حالت مرجع برای آب، آنترופی مایع اشباع در دمای $0/01$ درجه‌ی سانتیگراد برابر صفر در نظر گرفته شده است.

✓ این مقدار برای مبرد R-134a در دمای منفی 40 درجه‌ی سانتیگراد صفر است.

✓ مقدار آنترופی در دماهای کمتر، منفی نیز می‌تواند باشد.

۳- تغییر آنتروپی مواد خالص

• بدست آوردن آنتروپی از جدول همانند سایر خواص ماده است.

✓ مثلاً در ناحیه‌ی مخلوط اشباع:

$$s = s_f + xs_{fg} \quad (\text{kJ/kg}\cdot\text{K})$$

✓ همچنین آنتروپی مایع متراکم را می‌توان با مقدار مایع اشباع آن یکسان در نظر

$$s_{@T,p} \cong s_{f@T} \quad (\text{kJ/kg}\cdot\text{K})$$

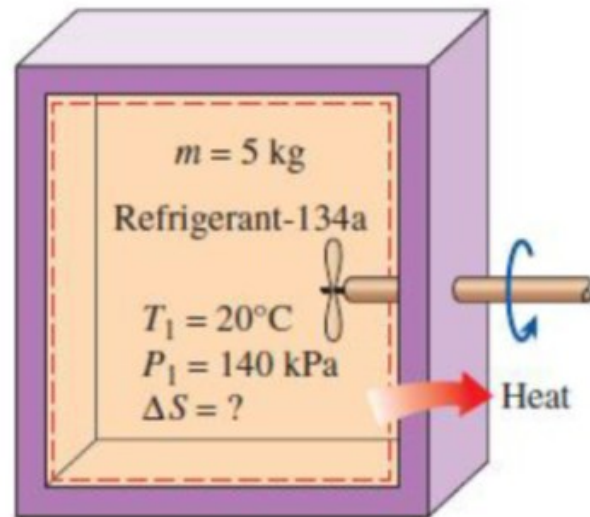
گرفت:

• مثال: (تغییر آنتروپی یک ماده داخل تانک)

• تانک صلبی حاوی ۵ کیلوگرم مبرد 134a در شرایط ۲۰ درجه‌ی سانتیگراد و ۱۴۰ کیلوپاسکال است. مبرد را سرد کرده و هم می‌زنیم تا فشار آن به ۱۰۰ کیلوپاسکال برسد. تغییر آنتروپی مبرد را در این فرایند محاسبه‌ی نمایید.

✓ در اینجا یک سیستم بسته داریم.

✓ بنابراین، تغییر آنتروپی برابر است با اختلاف بین مقادیر آن در حالت اولیه و نهایی.



• مثال: (حل)

✓ حجم تانک ثابت است. ($v_1 = v_2$)

✓ در حالت اول:

$$\left. \begin{array}{l} P_1 = 140 \text{ kPa} \\ T_1 = 20^\circ\text{C} \end{array} \right\} \begin{array}{l} s_1 = 1.0625 \text{ kJ/kg}\cdot\text{K} \\ v_1 = 0.16544 \text{ m}^3/\text{kg} \end{array}$$

✓ در حالت دوم:

$$\left. \begin{array}{l} P_2 = 100 \text{ kPa} \\ (v_2 = v_1) \end{array} \right\} \begin{array}{l} v_f = 0.0007258 \text{ m}^3/\text{kg} \\ v_g = 0.19255 \text{ m}^3/\text{kg} \end{array}$$

✓ مبرد در حالت نهایی بصورت مخلوط اشباع است. چرا که حجم مخصوص داده

شده بین حالت مایع و بخار اشباع است.

✓ تعیین کیفیت مخلوط:

$$x_2 = \frac{v_2 - v_f}{v_{fg}} = \frac{0.16544 - 0.0007258}{0.19255 - 0.0007258} = 0.859$$

۳- تغییر آنتروپی مواد خالص

مثال: (ادامه‌ی حل)

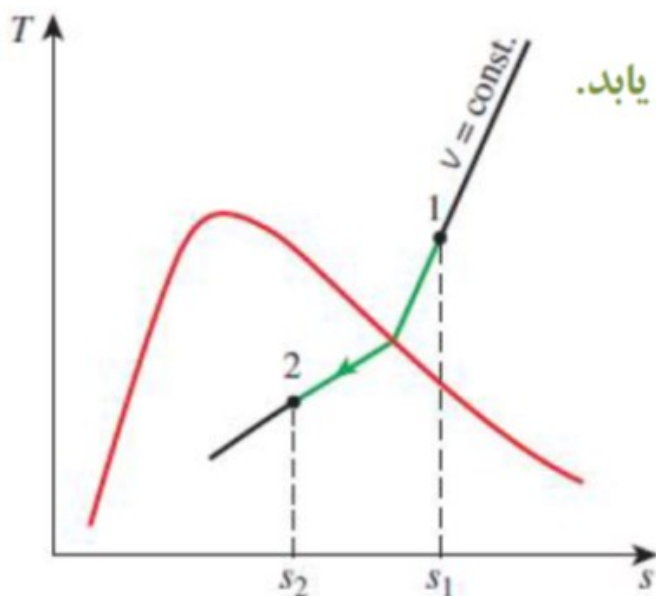
✓ پس مقدار آنتروپی نهایی برابر است با:

$$s_2 = s_f + x_2 s_{fg} = 0.07182 + (0.859)(0.88008) = 0.8278 \text{ kJ/kg}\cdot\text{K}$$

✓ تغییر آنتروپی مبرد در طی فرایند برابر است با:

$$\begin{aligned}\Delta S &= m(s_2 - s_1) = (5 \text{ kg})(0.8278 - 1.0625) \text{ kJ/kg}\cdot\text{K} \\ &= -1.173 \text{ kJ/K}\end{aligned}$$

پس آنتروپی سیستم در طی فرایند کاهش می‌یابد.



✓ قبلاً گفته شد که دو عامل می تواند آنتروپی یک جرم معین را تغییر دهد:

(۱) انتقال گرما

(۲) برگشت ناپذیری ها

✓ بنابراین:

در فرایند برگشت پذیر آدیاباتیکی، آنتروپی یک جرم معین تغییر نمی کند.

✓ فرایندی که در آن آنتروپی ثابت می ماند را فرایند تک آنتروپی گویند.

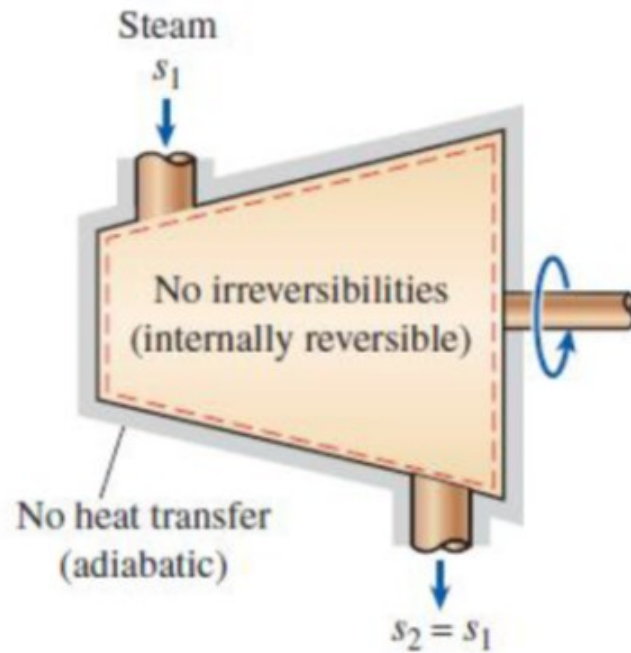
$$\Delta s = 0 \quad \text{or} \quad s_2 = s_1 \quad (\text{kJ/kg}\cdot\text{K})$$

✓ بسیاری از سیستم ها و وسایل صنعتی مانند پمپ ها، توربین ها و ... اساساً آدیاباتیکی

هستند و اگر برگشت ناپذیری ها مانند اصطکاک به حداقل برسد، بهترین عملکرد را خواهند داشت.

• فرایندهای تک‌آنتروپی (Isentropic)

✓ بنابراین، فرآیند تک‌آنتروپی را می‌توان به عنوان مدل مناسبی برای فرایندهای واقعی در نظر گرفت.



چرا که ممکن است
انتقال گرما باعث
تغییر آنتروپی حالت
نهایی شده باشد.

فرایند آدیاباتیکی برگشت‌پذیر لزوماً
تک‌آنتروپی است، اما فرایند
تک‌آنتروپی لزوماً آدیاباتیکی
برگشت‌پذیر نیست.

• مثال: (انبساط تک آنروپی بخار آب در توربین).

• بخار آب در شرایط ۵ مگاپاسکال و ۴۵۰ درجه‌ی سانتیگراد وارد یک توربین آدیاباتیک شده و با فشار ۱/۴ مگاپاسکال از آن خارج می‌شود. اگر فرایند برگشت‌پذیر و تغییرات انرژی جنبشی و پتانسیل ناچیز باشد، کار خروجی از توربین را برای جرم واحد بخار آب بیابید.

• فرضیات: $\dot{m}_1 = \dot{m}_2 = \dot{m}$

$$\Delta m_{cv} = 0 \quad \checkmark \text{ حجم کنترل پایا}$$

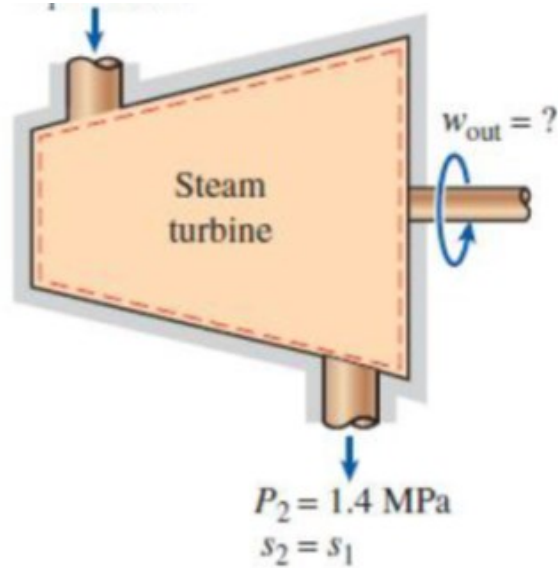
$$\Delta E_{cv} = 0$$

$$\Delta S_{cv} = 0$$

✓ فرایند برگشت‌پذیر

✓ تغییرات انرژی جنبشی و پتانسیل ناچیز است.

✓ توربین آدیاباتیک است.



۳- تغییر آنتروپی مواد خالص

مثال: (حل)

✓ قانون بقای انرژی:

$$\underbrace{\dot{E}_{in} - \dot{E}_{out}}_{\text{Rate of net energy transfer by heat, work, and mass}} = \underbrace{\frac{dE_{system}}{dt}}_{\text{Rate of change in internal, kinetic, potential, etc., energies}} \overset{0 \text{ (steady)}}{=} 0$$

✓ این معادله به شکل زیر ساده می شود:

$$\dot{E}_{in} = \dot{E}_{out}$$

$$\dot{m}h_1 = \dot{W}_{out} + \dot{m}h_2 \quad (\text{since } \dot{Q} = 0, \text{ ke} \cong \text{pe} \cong 0)$$

$$\dot{W}_{out} = \dot{m}(h_1 - h_2)$$

• مثال: (ادامه‌ی حل)

✓ دو خاصیت در ورودی داده شده است:

$$\left. \begin{array}{l} P_1 = 5 \text{ MPa} \\ T_1 = 450^\circ\text{C} \end{array} \right\} \begin{array}{l} h_1 = 3317.2 \text{ kJ/kg} \\ s_1 = 6.8210 \text{ kJ/kg}\cdot\text{K} \end{array}$$

✓ شرایط خروجی با استفاده از مساوی قرار دادن آنتروپی بدست می‌آید:

$$\left. \begin{array}{l} P_2 = 1.4 \text{ MPa} \\ s_2 = s_1 \end{array} \right\} h_2 = 2967.4 \text{ kJ/kg}$$

✓ بنابراین کار خروجی توربین برای جرم واحد بخار آب:

$$w_{\text{out}} = h_1 - h_2 = 3317.2 - 2967.4 = 349.8 \text{ kJ/kg}$$

• مفهوم واقعی آنروپی

✓ تاکنون دیدیم که چگونه می‌توان از آنروپی برای حل مسائل ترمودینامیک استفاده نمود.

✓ اما هنوز مفهوم واقعی آن را درک نکرده ایم.

✓ همانطور که در ابتدا هم درک درستی از مفهوم انرژی نداشتیم.

آنروپی را می‌توان به عنوان معیاری برای بی‌نظمی مولکولی در نظر گرفت.

✓ هر چه سیستمی بی‌نظم تر شود، آنروپی آن نیز افزایش می‌یابد.

✓ می‌توان پیشبینی نمود که آنروپی گازها بیشتر از حالت مایع و جامد است.

✓ از آنجا که آنروپی معیاری برای بی‌نظمی مولکولی است، هرگاه یک سیستم

ایزوله دچار تغییر در یک فرایند گردد، آنروپی آن نیز افزایش می‌یابد.

✓ این انرژی نظم نیافته توان انجام کار را ندارد.

مسئله ۱

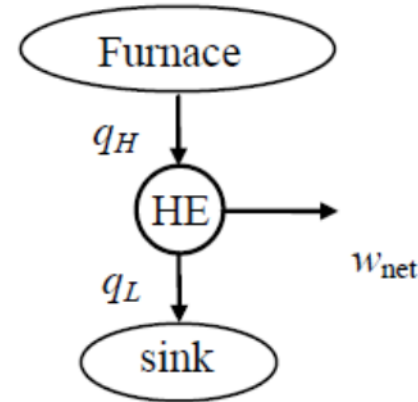
- یک ماشین گرمایی دارای بازده گرمایی ۴۵ درصد می باشد. این ماشین ۵۰۰ کیلوژول بر کیلوگرم گرما به منبع سرد انتقال می دهد. مقدار گرمای داده شده به ماشین چقدر است؟

$$w_{\text{net}} = \eta_{\text{th}} q_H$$

$$q_H - q_L = \eta_{\text{th}} q_H$$

which when rearranged gives

$$q_H = \frac{q_L}{1 - \eta_{\text{th}}} = \frac{500 \text{ kJ/kg}}{1 - 0.45} = \mathbf{909 \text{ kJ/kg}}$$



مسئله ۲

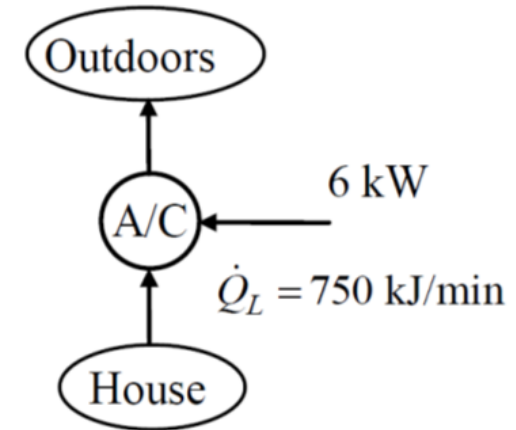
- یک دستگاه تهویه مطبوع به صورت پایا با اهنک ۷۵۰ کیلوژول در دقیقه گرما را از یک خانه برداشت می کند. توان وردی دستگاه ۶ کیلووات است. محاسبه کنید؟
- الف- ضریب عملکرد دستگاه
- ب- اهنک انتقال گرما به خانه

Analysis (a) The coefficient of performance of the air-conditioner (or refrigerator) is determined from its definition,

$$\text{COP}_R = \frac{\dot{Q}_L}{\dot{W}_{\text{net,in}}} = \frac{750 \text{ kJ/min}}{6 \text{ kW}} \left(\frac{1 \text{ kW}}{60 \text{ kJ/min}} \right) = \mathbf{2.08}$$

b) The rate of heat discharge to the outside air is determined from the energy balance,

$$\dot{Q}_H = \dot{Q}_L + \dot{W}_{\text{net,in}} = (750 \text{ kJ/min}) + (6 \times 60 \text{ kJ/min}) = \mathbf{1110 \text{ kJ/min}}$$



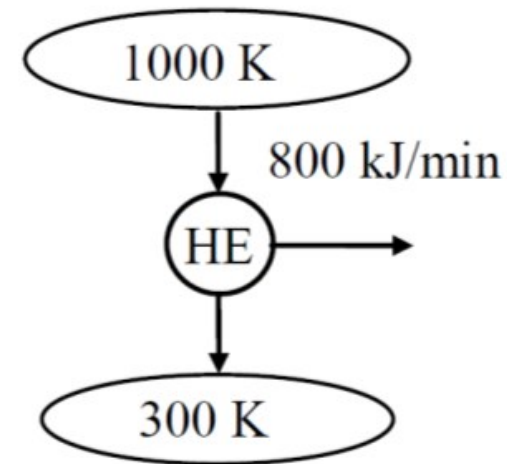
مسئله ۳

- یک ماشین کارنو بین منبع در دمای 1000 کلوین و چاه در دمای 300 کلوین کار می کند. اگر ماشین 800 کیلوژول در دقیقه گرما دریافت کند. محاسبه کنید:
- الف- بازده گرمایی ماشین
- ب- توان تولیدی ماشین

$$\eta_{\text{th,C}} = 1 - \frac{T_L}{T_H} = 1 - \frac{300 \text{ K}}{1000 \text{ K}} = 0.70 \text{ or } \mathbf{70\%}$$

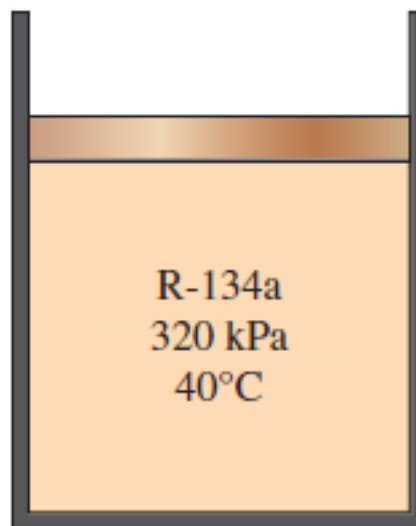
(b) The power output of this heat engine is determined from the definition of thermal efficiency,

$$\dot{W}_{\text{net,out}} = \eta_{\text{th}} \dot{Q}_H = (0.70)(800 \text{ kJ/min}) = 560 \text{ kJ/min} = \mathbf{9.33 \text{ kW}}$$



مسئله ۴

- یک کیلوگرم از مبرد R134a در فضا ۳۲۰ کیلو پاسکال و دمای ۴۰ درجه سلسیوس در داخل یک سیلندر پیستون قرار دارد. در یک فرایند همدمای کیفیت آن به ۴۵ درصد می رسد. کار انجام شده و گرمای منتقل شده در این فرایند را حساب کنید



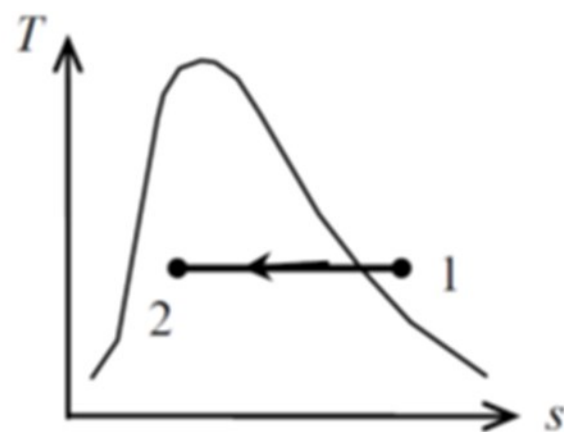
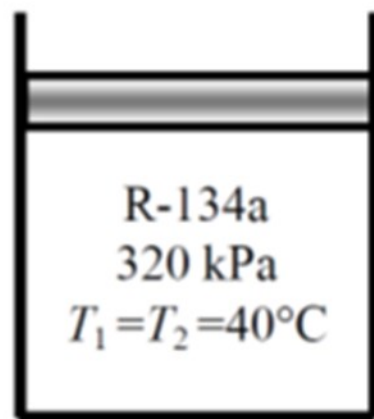
Analysis The energy balance for this system can be expressed as

$$\underbrace{E_{\text{in}} - E_{\text{out}}}_{\text{Net energy transfer by heat, work, and mass}} = \underbrace{\Delta E_{\text{system}}}_{\text{Change in internal, kinetic, potential, etc. energies}}$$

$$W_{\text{in}} - Q_{\text{out}} = \Delta U = m(u_2 - u_1)$$

The initial state properties are

$$\left. \begin{array}{l} P_1 = 320 \text{ kPa} \\ T_1 = 40^\circ\text{C} \end{array} \right\} \begin{array}{l} u_1 = 261.62 \text{ kJ/kg} \\ s_1 = 1.0452 \text{ kJ/kg} \cdot \text{K} \end{array} \quad (\text{Table A - 13})$$



For this isothermal process, the final state properties are (Table A-11)

$$\left. \begin{array}{l} T_2 = T_1 = 40^\circ\text{C} \\ x_2 = 0.45 \end{array} \right\} \begin{array}{l} u_2 = u_f + x_2 u_{fg} = 107.39 + (0.45)(143.61) = 172.02 \text{ kJ/kg} \\ s_2 = s_f + x_2 s_{fg} = 0.39493 + (0.45)(0.52059) = 0.62920 \text{ kJ/kg} \cdot \text{K} \end{array}$$

The heat transfer is determined from

$$q_{\text{in}} = T_0 (s_2 - s_1) = (313 \text{ K})(0.62920 - 1.0452) \text{ kJ/kg} \cdot \text{K} = -130.2 \text{ kJ/kg}$$

The negative sign shows that the heat is actually transferred from the system. That is,

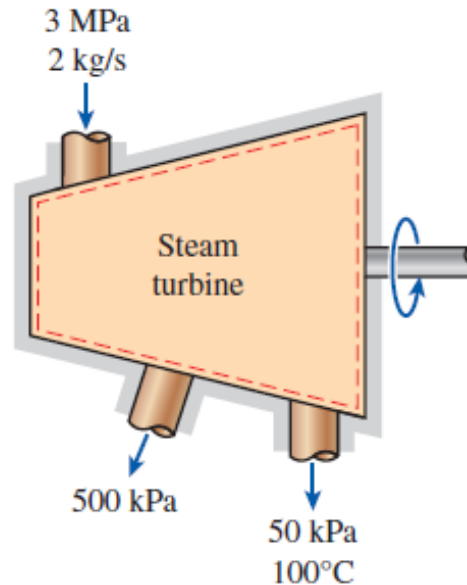
$$q_{\text{out}} = \mathbf{130.2 \text{ kJ/kg}}$$

The work required is determined from the energy balance to be

$$w_{\text{in}} = q_{\text{out}} + (u_2 - u_1) = 130.2 \text{ kJ/kg} + (172.02 - 261.62) \text{ kJ/kg} = \mathbf{40.6 \text{ kJ/kg}}$$

مسئله ۵

- بخار با آهنگ 2 kg/s و در فشار 3 MPa مگاپاسکال وارد یک توربین بازگشت پذیری دررو (هم انتروپی) می شود. در فشار 500 kPa کیلوپاسکال 5% درصد بخار از توربین خارج می شود. باقی مانده بخار با فشار 50 kPa کیلوپاسکا و دمای 100°C درجه سلسیوس از توربین خارج می شود. توان تولید توربین چقدر است؟



adiabatic).

Analysis There is one inlet and two exits. We take the turbine as the system, which is a control volume since mass crosses the boundary. The energy balance for this steady-flow system can be expressed in the rate form as

$$\underbrace{\dot{E}_{\text{in}} - \dot{E}_{\text{out}}}_{\text{Rate of net energy transfer by heat, work, and mass}} = \underbrace{\dot{\Delta E}_{\text{system}}}_{\text{Rate of change in internal, kinetic, potential, etc. energies}} \stackrel{\text{no (steady)}}{=} 0$$

$$\dot{E}_{\text{in}} = \dot{E}_{\text{out}}$$

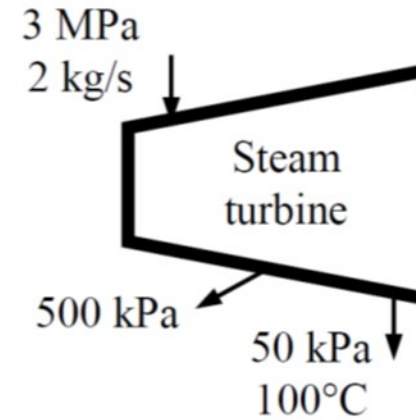
$$\dot{m}_1 h_1 = \dot{m}_2 h_2 + \dot{m}_3 h_3 + \dot{W}_{\text{out}}$$

$$\dot{W}_{\text{out}} = \dot{m}_1 h_1 - \dot{m}_2 h_2 - \dot{m}_3 h_3$$

From a mass balance,

$$\dot{m}_2 = 0.05 \dot{m}_1 = (0.05)(5 \text{ kg/s}) = 0.25 \text{ kg/s}$$

$$\dot{m}_3 = 0.95 \dot{m}_1 = (0.95)(5 \text{ kg/s}) = 4.75 \text{ kg/s}$$



Noting that the expansion process is isentropic, the enthalpies at three states are determined as follows:

$$\left. \begin{array}{l} P_3 = 50 \text{ kPa} \\ T_3 = 100^\circ\text{C} \end{array} \right\} \begin{array}{l} h_3 = 2682.4 \text{ kJ/kg} \\ s_3 = 7.6953 \text{ kJ/kg} \cdot \text{K} \end{array} \quad (\text{Table A - 6})$$

$$\left. \begin{array}{l} P_1 = 3 \text{ MPa} \\ s_1 = s_3 = 7.6953 \text{ kJ/kg} \cdot \text{K} \end{array} \right\} h_1 = 3851.2 \text{ kJ/kg} \quad (\text{Table A - 6})$$

$$\left. \begin{array}{l} P_2 = 500 \text{ kPa} \\ s_2 = s_3 = 7.6953 \text{ kJ/kg} \cdot \text{K} \end{array} \right\} h_2 = 3206.5 \text{ kJ/kg} \quad (\text{Table A - 6})$$

Substituting,

$$\begin{aligned} \dot{W}_{\text{out}} &= \dot{m}_1 h_1 - \dot{m}_2 h_2 - \dot{m}_3 h_3 \\ &= (2 \text{ kg/s})(3851.2 \text{ kJ/kg}) - (0.1 \text{ kg/s})(3206.5 \text{ kJ/kg}) - (1.9 \text{ kg/s})(2682.4 \text{ kJ/kg}) \\ &= \mathbf{2285 \text{ kW}} \end{aligned}$$

7–50 Water at 70 kPa and 100°C is compressed isentropically in a closed system to 4 MPa. Determine the final temperature of the water and the work required, in kJ/kg, for this compression.

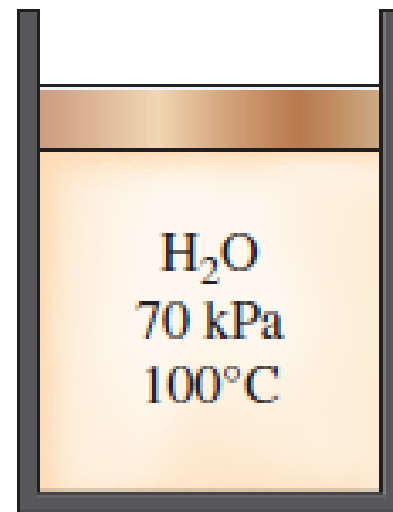


FIGURE P7–50

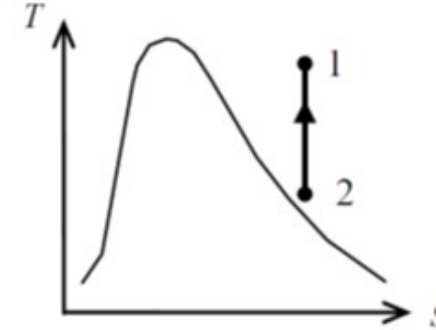
7-50 Water is compressed in a closed system during which the entropy remains constant. The final temperature and the work required are to be determined.

Analysis The initial state is superheated vapor and thus

$$\left. \begin{array}{l} P_1 = 70 \text{ kPa} \\ T_1 = 100^\circ\text{C} \end{array} \right\} \begin{array}{l} u_1 = 2509.4 \text{ kJ/kg} \\ s_1 = 7.5344 \text{ kJ/kg} \cdot \text{K} \end{array} \quad (\text{Table A - 6})$$

The entropy is constant during the process. The properties at the exit state are

$$\left. \begin{array}{l} P_2 = 4000 \text{ kPa} \\ s_2 = s_1 = 7.5344 \text{ kJ/kg} \cdot \text{K} \end{array} \right\} \begin{array}{l} u_2 = 3396.5 \text{ kJ/kg} \\ T_2 = \mathbf{664^\circ\text{C}} \end{array} \quad (\text{Table A - 6})$$



To determine the work done, we take the contents of the cylinder as the system. This is a closed system since no mass enters or leaves. The energy balance for this stationary closed system can be expressed as

$$\underbrace{E_{\text{in}} - E_{\text{out}}}_{\text{Net energy transfer by heat, work, and mass}} = \underbrace{\Delta E_{\text{system}}}_{\text{Change in internal, kinetic, potential, etc. energies}}$$

$$w_{\text{in}} = \Delta u = u_2 - u_1 \quad (\text{since } Q = \text{KE} = \text{PE} = 0)$$

Substituting,

$$w_{\text{in}} = u_2 - u_1 = (3396.5 - 2509.4) \text{ kJ/kg} = \mathbf{887.1 \text{ kJ/kg}}$$