

به نام خدا

آموزش برنامه نویسی با نرم افزار MATLAB

موضوع : محاسبات سمبلیک

مدرس : مجتبی برزویی

جلسه چهارم ۹۹/۲/۱۵

محاسبات سمبلیک

2

تعریف

✓ منظور از محاسبات سمبلیک، انجام محاسبات ریاضی به صورت پارامتریک است.



نحوه تعریف متغیر

✓ برای تعریف متغیر از دستور "syms" استفاده می شود.

... متغیر دوم متغیر اول **syms**: ساختار دستور

$$y = \frac{x}{2}$$

```
>> y = x/2
```

Undefined function or variable 'x'.

```
>> syms x
```

```
>> y = x/2
```

```
y =
```

```
x/2
```

محاسبات سمبلیک

دستور subs

✓ از این دستور جهت تعیین یک مقدار برای یک یا چند متغیر از یک تابع استفاده می شود.

(مقدار مورد نظر, متغیر مورد نظر, نام تابع) **subs**: ساختار دستور

مثال: مقدار تابع داده شده را در نقطه $x=5$ بدست آورید.

$$f(x) = 2x + y^2$$

ans.

```
>> syms x y
>> f = 2*x+y^2;
>> f=subs(f,x,5)

f =

y^2 + 10
```

نکته: هرگاه تعداد ورودی ها یا خروجی ها بیش از یک عدد باشد، بایستی ورودی ها و یا خروجی ها را داخل براکت گذاشت.

محاسبات سمبلیک

دستور subs

✓ جهت تعیین مقدار عددی برای بیش از یک متغیر، بصورت زیر عمل می شود:

subs(نام تابع, [x,y,...], [1,2,...]): ساختار دستور

مثال: مقدار تابع داده شده را در نقطه $x=1$ و $z=2$ بدست آورید.

$$f(x, z) = x^z - \sin(x + z)$$

ans.

```
>> syms x z
>> f = x^z-sin(x+z);
>> f = subs(f, [x,z], [1,2])

f =

1 - sin(3)
```

دستور poly2sym

✓ از این دستور جهت تبدیل چندجمله ای به تابع سمبلیک استفاده می شود.

نوع متغیر syms

ساختار دستور: {

- `poly2sym(نام چندجمله ای, 'نوع متغیر')`
- `poly2sym(sym(نوع متغیر), نام چندجمله ای)`

مثال: چندجمله ای داده شده را به تابع سمبلیک تبدیل کنید.

$$f(t) = -2t^3 + 4t + 1$$

```
>> f = [-2 0 4 1];
>> syms t
>> f = poly2sym(f, 't')

f =

- 2*t^3 + 4*t + 1
```

or

```
>> f = [-2 0 4 1];
>> f = poly2sym(f, sym(t))

f =

- 2*t^3 + 4*t + 1
```

دستور expand

✓ از این دستور جهت بسط توابع و اتحادها استفاده می شود.

(تابع) **expand**: ساختار دستور

$$(x + y)^2$$

```
>> syms x y
>> expand((x+y)^2)

ans =

x^2 + 2*x*y + y^2
```

$$(2x + 5)^2$$

```
>> syms x
>> f = (2*x+5)^2;
>> f = expand(f)

f =

4*x^2 + 20*x + 25
```

$$x(x + 1)(x + 2)$$

```
>> syms x
>> f = x*(x+1)*(x+2);
>> expand(f)

ans =

x^3 + 3*x^2 + 2*x
```

دستور factor

✓ از این دستور جهت فاکتورگیری استفاده می شود.

(تابع) **factor**: ساختار دستور

$$(X^3 + 1)$$

```
>> syms x
>> factor(x^3+1)

ans =

(x + 1)*(x^2 - x + 1)
```

$$f(X, y) = (X^3 - y^3)$$

```
>> syms x y
>> f=(x^3-y^3);
>> factor(f)

ans =

(x - y)*(x^2 + x*y + y^2)
```

$$f(X) = X^2 + X - 6$$

```
>> syms x
>> f=x^2+x-6;
>> f=factor(f)

f =

(x + 3)*(x - 2)
```


دستور pretty

✓ این دستور توابع را بصورت دست نویس نمایش می دهد و فقط برای زیباسازی عبارت موردنظر است و هیچگونه عملیات ساده سازی روی عبارت انجام نمی دهد.

(تابع) **pretty**: ساختار دستور

$$(X^3 - 1)$$

```
>> syms x
>> pretty(factor(x^3+1))
      2
(x + 1) (x  - x + 1)
```

$$f(x, y) = (x^3 - y^3)$$

```
>> syms x y
>> f=(x^3-y^3);
>> pretty(factor(f))
      2      2
(x - y) (x  + x y + y )
```

دستور numden

✓ از این دستور برای محاسبه صورت و مخرج کسر بصورت جداگانه استفاده می شود؛ به عبارت دیگر این دستور، حاصل جمع و تفریق کسرها را به کمک عملیات مخرج مشترک گیری انجام می دهد.

(نام تابع) numden=[n d]: ساختار دستور

$$a(s) = -\frac{1/6}{s+3} - \frac{1/2}{s+1} + \frac{2/3}{s}$$

ans.

مثال: حاصل جمع کسرهای زیر را بدست آورید.

```
>> syms s
>> a = -(1/6)/(s+3) - (1/2)/(s+1) + (2/3)/s;
>> [n d]=numden(a)
```

n =

s + 2

d =

s*(s + 1)*(s + 3)

f.a

$$\frac{s+2}{s(s+1)(s+3)}$$

محاسبات سمبلیک

محاسبه حد

11

$$\lim_{x \rightarrow n^+} f(x)$$

✓ در متلب برای محاسبه حد از دستور **"limit"** استفاده می شود.

limit(f(x) , x , n,'right'): ساختار دستور

✓ نکته ۱: برای محاسبه حد چپ، در ساختار بالا بجای عبارت *right*، عبارت *left* جایگزین می گردد.

✓ نکته ۲: برای محاسبه حد در بینهایت، در ساختار بالا بجای عدد *n*، عبارت *inf* جایگزین می گردد.

مثال: حد توابع داده شده را بدست آورید.

$$\lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{3x + 5}{x} \right)$$

```
>> syms x
>> f = (3*x+5)/x;
>> limit(f,x,2)

ans =

11/2
```

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \left(\frac{|x|}{x} \right)$$

```
>> syms x
>> limit(abs(x)/x,x,0,'left')

ans =

-1
```

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{x^3 - x^2 + x}{5x^3 - 3} \right)$$

```
>> syms x
>> f = (x^3-x^2+x)/(5*x^3-3);
>> limit(f,x,inf)

ans =

1/5
```

محاسبه مشتق

✓ برای گرفتن مشتق از دستور "diff" استفاده می شود.

ساختار دستور: $\left\{ \begin{array}{ll} \text{diff}(f) & \longrightarrow \text{محاسبه مشتق تابع } f(x) \\ \text{diff}(f, 'y') & \longrightarrow \text{مشتق بر حسب } y \\ \text{diff}(f, n, 'y') & \longrightarrow \text{مشتق مرتبه } n \text{ ام بر حسب } y \end{array} \right.$

مثال: مشتق توابع زیر را بدست آورید.

$$f(x, y) = x^4 + 3xy + y^4 \rightarrow f'(y) = ?$$

```
>> syms x y
>> f = x^4+3*x*y+y^4;
>> pretty(diff(f, 'y'))
      3
4 y  + 3 x
```

$$f(x) = (x^2 + 1)^{17} \rightarrow f''(x) = ?$$

```
>> syms x
>> f=(x^2+1)^17;
>> pretty(diff(f,2))
      2      16      2      2      15
34 (x  + 1)  + 1088 x  (x  + 1)
```

محاسبات سمبلیک

محاسبه انتگرال

✓ برای گرفتن انتگرال از دستور "int" استفاده می شود.

نکته: جهت محاسبه مساحت سطح بین توابع $f(x)$ و $g(x)$ که محدود به خطوط $x=a$ و $x=b$ است، از رابطه زیر استفاده می شود:

$$A = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx$$

انتگرال نامعین $\longrightarrow$ **int(متغیر, تابع)**
انتگرال معین $\longrightarrow$ **int(حد بالا, حد پایین, متغیر, تابع)**
انتگرال دوگانه $\longrightarrow$ **int(حد بالا, حد پایین, int(حد بالا, حد پایین, متغیر داخلی, تابع), متغیر)**

ساختار دستور:

$$\int 4x^3 dx$$

```
>> syms x
>> int(4*x^3,x)

ans =

x^4
```

$$\int_0^1 4x^3 dx$$

```
>> syms x
>> int(4*x^3,0,1)

ans =

1
```

$$\int_0^x \int_0^{\sin(x)} (x^2 + y^2) dy dx$$

```
>> syms x y
>> f = x^2+y^2;
>> int(int(f, y, 0, sin(x)), 0, pi)

ans =

pi^2 - 32/9
```

مثال: حاصل انتگرال های زیر را بدست آورید.

حل معادلات سمبلیک

- ✓ برای حل معادلات از دستور "solve" استفاده می شود.
- ✓ از دستور solve به دو شکل می توان استفاده کرد:
- ✓ الف) بدون استفاده از syms؛ در اینصورت معادله بصورت رشته (string) در آرگومان دستور solve نوشته می شود؛ مثال:

```
>> A = solve('x^2-2*x-4=0')  
  
A =  
  
5^(1/2) + 1  
1 - 5^(1/2)
```

- ✓ ب) با استفاده از syms؛ در اینصورت ابتدا متغیر باید توسط syms تعریف شده، سپس معادله داخل دستور solve بصورت سمبلیک وارد می شود. نکته مهم در این شکل این است که باید از دو عدد مساوی استفاده کرد.

```
>> syms x  
>> A = solve(x^2-2*x-4==0)  
  
A =  
  
5^(1/2) + 1  
1 - 5^(1/2)
```

حل معادلات سمبلیک

✓ نکته: پاسخ های ارائه شده توسط دستورات سمبلیک، بصورت عبارات سمبلیک است. برای تبدیل عبارات سمبلیک به مقادیر عددی از دستور "double" استفاده می شود؛ مثال:

```
>> syms x  
>> A = solve(x^2-2*x-4==0)
```

A =

$5^{(1/2)} + 1$
 $1 - 5^{(1/2)}$

مقدار سمبلیک

```
>> double(A)
```

ans =

3.2361
-1.2361

مقدار عددی

حل معادلات سمبلیک

✓ نکته: برای حل معادلات چندمتغیره، متغیر موردنظر را بایستی در آرگومان دستور solve تعیین کرد.

مثال: معادله زیر را بر حسب y حل نمائید.

$$2x - \ln(y) = 1$$

```
>> solve('2*x-log(y)=1','y')  
ans =  
exp(2*x - 1)
```


حل دستگاه چند معادله و چند مجهول

✓ برای این منظور، معادلات را بایستی بصورت رشته داخل آرگومان دستور solve به ترتیب وارد نمود.

✓ مثال: دستگاه معادلات داده شده را حل کنید.

$$\begin{cases} x + 2y = 7 \\ x - y = 1 \end{cases}$$

```
>> [x y]=solve('x+2*y=7','x-y=1')
x =
3
y =
2
```

$$\begin{cases} x + y + z = 6 \\ x - y^2 + 2z = 7 \\ x + y - z = 0 \end{cases}$$

```
>> s = solve('x+y+z=6','x-y^2+2*z=7','x+y-z=0');
>> s = [S.x S.y S.z]

s =

[ 2, 1, 3]
[ 5, -2, 3]
```

دستور ezplot

✓ از این دستور جهت ترسیم 2D عبارات، معادلات و توابع سمبلیک در مختصات کارترین استفاده می شود. ساختار این دستور بصورت زیر است:

`ezplot(f)` → ترسیم تابع f در بازه پیشفرض $[-2\pi, 2\pi]$ یا زیربازه ای از آن

`ezplot(f, [xmin, xmax])` → ترسیم تابع f در بازه $[x_{\min}, x_{\max}]$

`ezplot(f, [xmin, xmax, ymin, ymax])` → ترسیم تابع f در بازه $[x_{\min}, x_{\max}]$ و $[y_{\min}, y_{\max}]$

`ezplot(x, y)` → ترسیم منحنی های $x(t)$ و $y(t)$ در بازه پیشفرض $[0, 2\pi]$

`ezplot(x, y, [tmin, tmax])` → ترسیم منحنی های $x(t)$ و $y(t)$ در بازه $[t_{\min}, t_{\max}]$

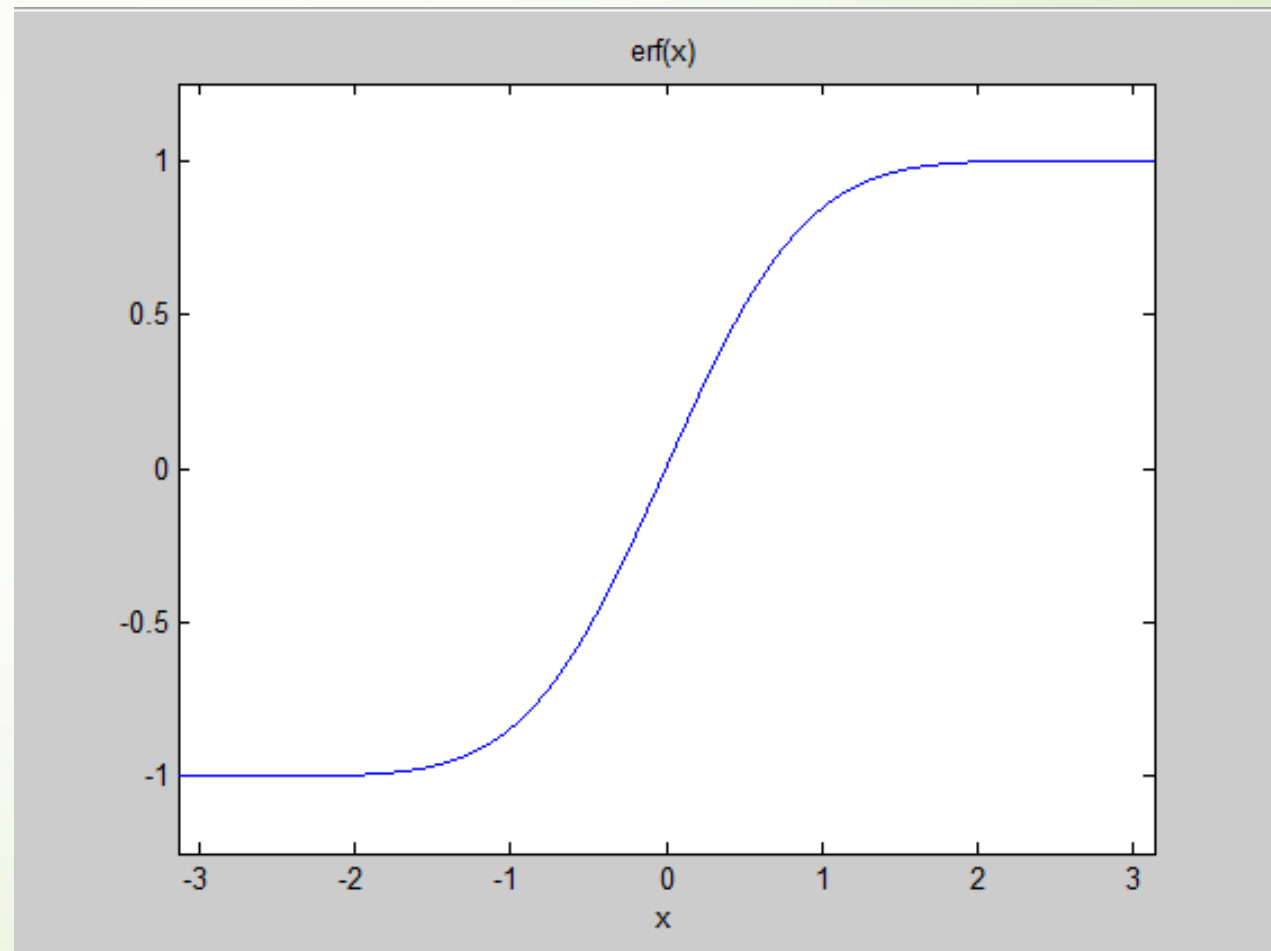
دستور `ezplot` ➡

✓ مثال: منحنی توابع داده شده را رسم کنید.

- $\text{erf}(x)$; $-\pi \leq x \leq \pi$
- $x^2 = y^4$
- $f(x, y) = \sin(x + y) \cdot \sin(xy)$
- $\begin{cases} x = t \sin(5t) \\ y = t \cos(5t) \end{cases}$

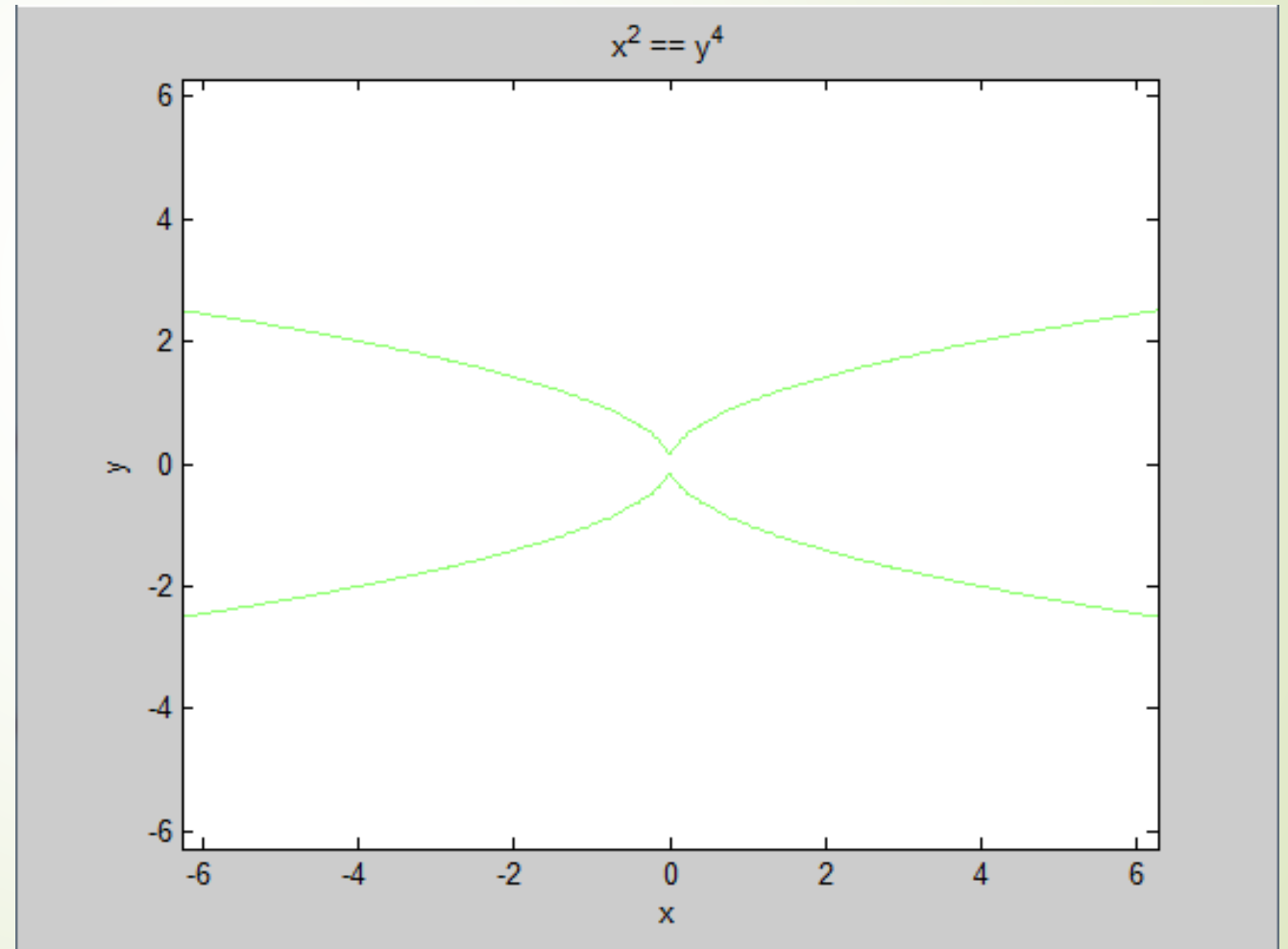
➤ $\text{erf}(x)$; $-\pi \leq x \leq \pi$

```
>> syms x  
>> ezplot(erf(x), [-pi, pi])
```



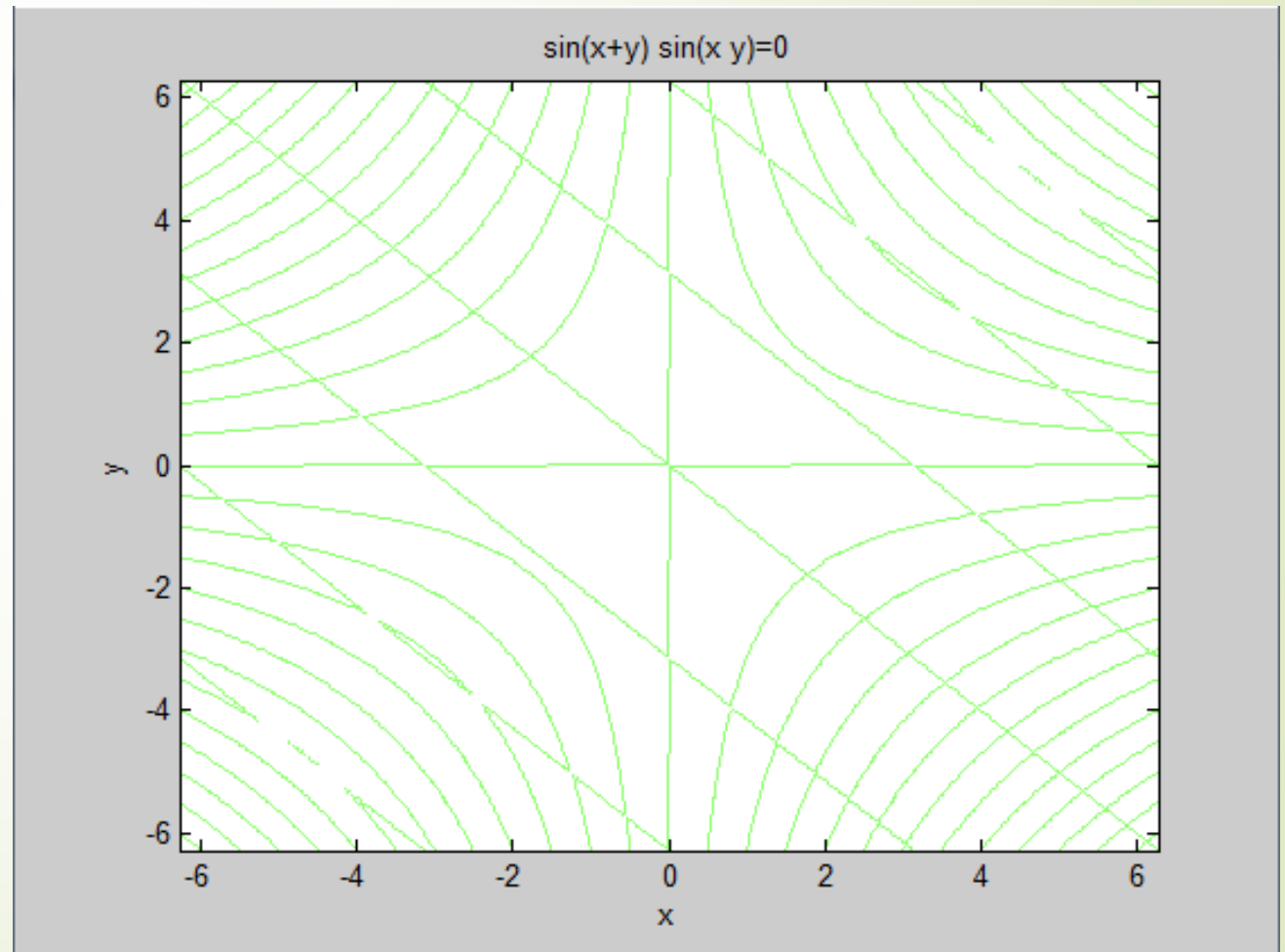
➤ $x^2 = y^4$

```
>> syms x y  
>> ezplot(x^2==y^4)
```



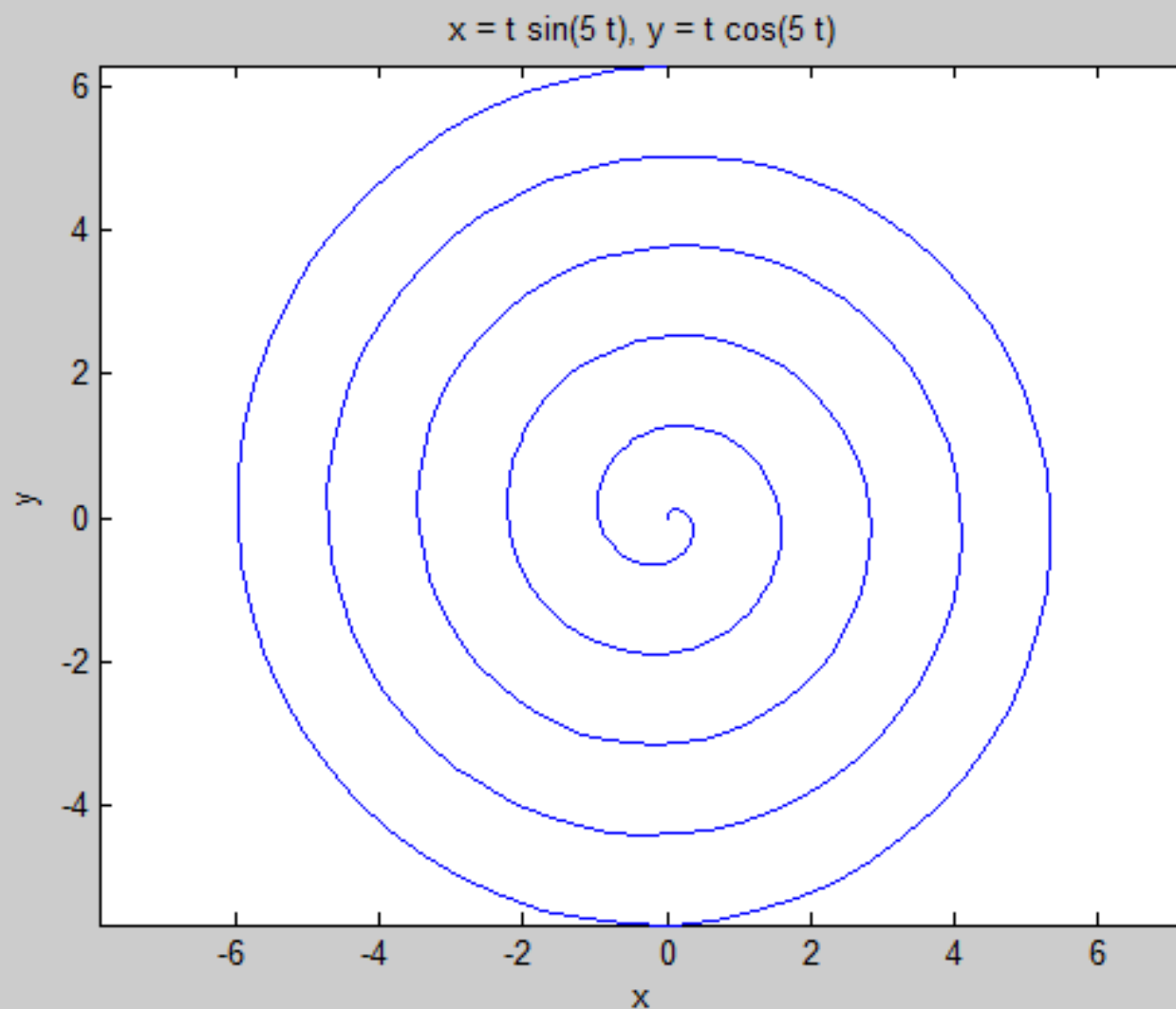
➤ $f(x, y) = \sin(x + y) \cdot \sin(xy)$

```
>> ezplot('sin(x+y)*sin(x*y)=0')
```



$$\begin{cases} x = t \sin(5t) \\ y = t \cos(5t) \end{cases}$$

```
>> syms t  
>> x = t*sin(5*t);  
>> y = t*cos(5*t);  
>> ezplot(x,y)
```



تمرین ۱

24

➤ حاصل توابع سمبلیک زیر را بدست آورید.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{2x^2 + 1}{x^2 - 1} \right)$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{\tan x}{\sin x} \right)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} (\tan x^{\tan 2x})$$

$$f(t) = (t^3 + 3t^2 + 5t - 9)^{-6} ; f'(t) = ?$$

$$f(s, t) = e^t / \sin(st) ; f'(s) = ?$$

$$f(x, y) = x^5 y^4 + 4x^2 y^2 - 3xy + 1 ; f'''(x) = ?$$

$$\int x \ln(x) dx$$

$$\int \frac{dx}{x^2 - 4x}$$

$$\int_1^3 \sqrt{x+1} dx$$

تمرین ۲

➡ مساحت محصور بین منحنی های زیر را در محدوده $x=\pi/4$ و $x=\pi/2$ بدست آورید.

$$\begin{cases} y = \sin(x) \\ y = \cos(x) \end{cases}$$

➤ دستوری بنویسید که معادله پارامتریک درجه دوم زیر را حل نماید.

$$ax^2 + bx + c = 0$$

➡ پاسخ تمرین ها را به آدرس زیر ارسال فرمائید:

m.borzuei3@yahoo.com

آخرین مهلت ارسال پاسخ تمرین ها : شنبه ساعت ۲۱