

به نام خدا

آموزش برنامه نویسی با نرم افزار MATLAB

موضوع : عملیات روی ماتریس ها

مدرس : مجتبی برزویی

1

جلسه دوم ۹۹/۷/۲۷

پاسخ تمرین ۱

2

اگر $x = 10$ و $y = 20$ و $z = 30$ باشند، مقادیر a ، b و c زیر را به دست آورید.

$$a = 5x^2 - 6y + 7z, \quad b = \frac{3y^2}{4x - 5z^3}, \quad c = \left(1 + \frac{1}{x^2}\right)^{-1}$$

solution

```
>> x = 10;  
>> y = 20;  
>> z = 30;  
>> a = 5*x^2-6*y+7*z;  
>> b = 3*y^2/(4*x-5*z^3);  
>> c = (1+1/x^2)^-1;
```

Ans.

Workspace			
Name	Value	Min	Max
a	590	590	590
b	-0.0089	-0.0089	-0.0089
c	0.9901	0.9901	0.9901
x	10	10	10
y	20	20	20
z	30	30	30

پاسخ تمرین ۲

3

```
>> A = [6 9 5 1;8 7 2 3;1 3 4 4;5 2 8 2];  
>> B = [4 8;3 7;2 3;5 1];  
>> E1 = A(:,2:3)
```

```
E1 =  
  
     9     5  
     7     2  
     3     4  
     2     8
```

(الف)

Sol.

اگر $A = \begin{bmatrix} 6 & 9 & 5 & 1 \\ 8 & 7 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 4 & 4 \\ 5 & 2 & 8 & 2 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 4 & 8 \\ 3 & 7 \\ 2 & 3 \\ 5 & 1 \end{bmatrix}$ در این صورت:

(الف) از دو ستون میانی ماتریس A ، با استفاده از عملگر کولن ماتریس E_1 را بسازید.

(ب) با استفاده از سطر اول و دوم و ستون دوم و سوم ماتریس A ماتریس E_2 را بسازید.

(ج) با کنار هم گذاشتن ماتریس‌های E_1 و B در کنار هم ماتریس E_3 را بسازید.

(د) حاصل ضرب مولفه‌های A_{24} و B_{12} را به دست آورید.

```
>> E2 = A(1:2,2:3)
```

```
E2 =  
  
     9     5  
     7     2
```

(ب)

```
>> E3 = [E1 B]
```

```
E3 =  
  
     9     5     4     8  
     7     2     3     7  
     3     4     2     3  
     2     8     5     1
```

(ج)

```
>> A(2,4)*B(1,2)
```

```
ans =
```

24

(د)

پاسخ تمرین ۳

4

ماتریس‌های A و B زیر را تشکیل دهید:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 4 & -1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 4 & -2 \\ -6 & 3 \end{pmatrix}$$

الف) ماتریس‌های $C_1 = A + B$ و $C_2 = A - B$ را محاسبه کنید.

ب) ماتریس‌های $D_1 = AB$ و $D_2 = BA$ را محاسبه کنید.

ج) با استفاده از عملگر $(.)$ درایه‌های ماتریس F را که به صورت $f_{ij} = b_{ij} + a_{ij}b_{ij}^{\frac{1}{3}}$ تعریف می‌شوند را محاسبه کنید.

(الف)

```
>> A = [1 2; 4 -1];  
>> B = [4 -2; -6 3];  
>> C1 = A + B
```

C1 =

```
5    0  
-2    2
```

```
>> C2 = A - B
```

C2 =

```
-3    4  
10   -4
```

(ب)

```
>> D1 = A * B
```

D1 =

```
-8    4  
22   -11
```

```
>> D2 = B * A
```

D2 =

```
-4    10  
6   -15
```

(ج)

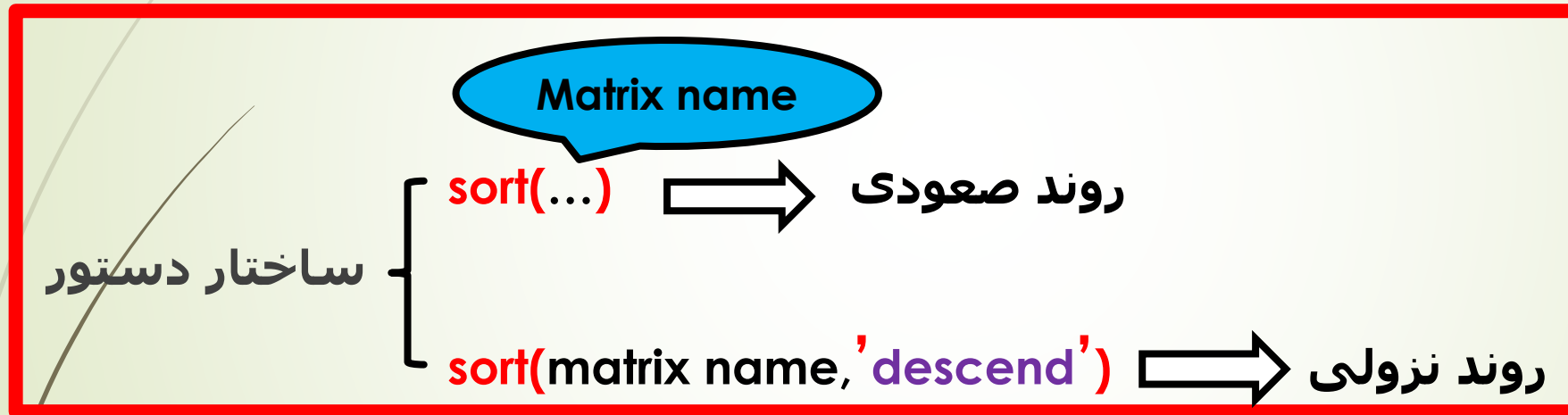
```
>> F = B + A * ( B^(1/3) )
```

F =

```
1.8138   -0.9069  
0.0121   -0.0060
```

دستور sort

- ✓ این دستور برای مرتب کردن عناصر یک بردار یا ماتریس، به صورت نزولی یا صعودی به کار می رود.
- ✓ در صورت عدم تعیین روند صعودی یا نزولی درایه ها، روند صعودی به صورت پیش فرض اعمال می شود.



```
>> A = [5 9 7;3 1 4;6 2 8]
```

```
A =
```

5	9	7
3	1	4
6	2	8

```
>> sort(A)
```

```
ans =
```

3	1	4
5	2	7
6	9	8

```
>> sort(A, 'descend')
```

```
ans =
```

6	9	8
5	2	7
3	1	4

دستور sort

✓ دستور **sort** به صورت پیش فرض عملیات مرتب کردن درایه ها را در جهت ستون ماتریس انجام می دهد. برای مرتب سازی سطر ماتریس به صورت زیر عمل می کنیم:

sort(matix name, dimension)

```
>> A = [5 9 7;3 1 4;6 2 8]
```

```
A =
```

5	9	7
3	1	4
6	2	8

```
>> sort(A,2,'descend')
```

```
ans =
```

9	7	5
4	3	1
8	6	2

← 1 } dimension
مرتب سازی ستون ها

← 2 }
مرتب سازی سطرها

عملیات روی ماتریس ها

7

دستور size

✓ این دستور، ابعاد ماتریس را در خروجی نمایش می دهد.

```
>> A = [4 5 6 8 7;1 2 6 9 2;3 0 2 5 1]
```

A =

4	5	6	8	7
1	2	6	9	2
3	0	2	5	1

size(matrix name)

Exp.

```
>> size(A)
```

ans =

3 5

ساختار دستور

[row col]=size(matrix name)

Exp.

```
>> [row col]=size(A)
```

row =

3

col =

5

عملیات روی ماتریس ها

دستور find

✓ برای یافتن درایه موردنظر در یک ماتریس به کار می رود.

```
>> A = [4 5 6 8 7;1 2 6 9 2;3 0 2 5 1]
```

A =

4	5	6	8	7
1	2	6	9	2
3	0	2	5	1

ساختار دستور

n=find(A==k)

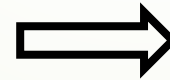


```
>> n=find(A==7)
```

n =

13

[row,col]=find(A==k)



```
>> [row col]=find(A==7)
```

row =

1

col =

5

```
>> [row col]=find(A==6)
```

row =

1

2

col =

3

3

دستور find

✓ از دیگر موارد کاربرد دستور **find**، تشخیص عناصری از یک ماتریس است که در شرط خاصی صدق کند.

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 4 & 2 \\ 5 & 2 & 7 \end{bmatrix}$$

مثال: موقعیت درایه های بزرگتر از ۳ را در ماتریس A بیابید.

```
>> A = [3 4 2;5 2 7];  
>> [row,col]=find(A>3)
```

```
row =
```

```
2
```

```
1
```

```
2
```

```
col =
```

```
1
```

```
2
```

```
3
```

عملیات روی ماتریس ها

10

دستور sum

✓ حاصل جمع درایه های سطری یا ستونی یک ماتریس را محاسبه می کند.

sum(matrix name,dim.) → dim. {
محاسبه حاصل جمع درایه های ستونی (default) : 1
محاسبه حاصل جمع درایه های سطری : 2

A =

2	6	9	-6
0	1	8	7
-6	3	-5	9

```
>> sum(A)
```

ans =

-4	10	12	10
----	----	----	----

```
>> sum(A,2)
```

ans =

11
16
1

عملیات روی ماتریس ها

11

دستور sum

✓ برای محاسبه حاصل جمع تمام درایه های یک ماتریس دو روش وجود دارد:

1. **sum(sum(matrix name))**

```
>> sum(sum(A))
```

```
ans =
```

```
28
```

```
>> sum(A(:))
```

```
ans =
```

```
28
```

A =

2	6	9	-6
0	1	8	7
-6	3	-5	9

2. **sum(matrix name(:))**

```
A =
```

2	9
5	8

```
>> A(:)
```

```
ans =
```

```
2  
5  
9  
8
```

دستور prod

✓ حاصل ضرب درایه های سطری یا ستونی یک ماتریس را محاسبه می کند.

prod(matrix name,dim.) → dim. {
1 : (default) محاسبه حاصل ضرب درایه های ستونی
2 : محاسبه حاصل ضرب درایه های سطری

```
A =  
  
     2     6     9    -6  
     0     1     8     7  
    -6     3    -5     9
```

```
>> prod(A)  
  
ans =  
  
     0    18  -360  -378
```

```
>> prod(A,2)  
  
ans =  
  
   -648  
      0  
     810
```

دستور prod

✓ برای محاسبه حاصل ضرب تمام درایه های یک ماتریس، همانند روش های معرفی شده برای محاسبه حاصل جمع عمل می شود.

عملیات روی ماتریس ها

14

دستور mean

✓ میانگین درایه های سطری یا ستونی یک ماتریس را محاسبه می کند.

محاسبه میانگین درایه های ستونی (default) : 1

mean(matrix name,dim.) → dim.

محاسبه میانگین درایه های سطری : 2

A =

2	6	9	-6
0	1	8	7
-6	3	-5	9

```
>> mean(A)
```

```
ans =  
-1.3333    3.3333    4.0000    3.3333
```

```
>> mean(A,2)
```

```
ans =  
2.7500  
4.0000  
0.2500
```

دستور min و max

✓ به ترتیب، کوچکترین و بزرگترین درایه هر ستون را نمایش می دهد.

$[a,n]=\min(\text{matrix name})$

a : درایه ماتریس

n : شماره درایه

```
A =  
  
     2     6     9    -6  
     0     1     8     7  
    -6     3    -5     9
```

```
>> [a,n] = min(A)  
  
a =  
  
    -6     1    -5    -6  
  
n =  
  
     3     2     3     1
```

```
>> [a n] = max(A)  
  
a =  
  
     2     6     9     9  
  
n =  
  
     1     1     1     3
```

عملیات روی ماتریس ها

16

دستور det

✓ برای محاسبه دترمینان ماتریس به کار می رود.

✓ نکته: ماتریس باید مربعی باشد.

$$A = \begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{bmatrix} \Rightarrow \left[a \times \begin{vmatrix} e & f \\ h & i \end{vmatrix} \right] - \left[b \times \begin{vmatrix} d & f \\ g & i \end{vmatrix} \right] + \left[c \times \begin{vmatrix} d & e \\ g & h \end{vmatrix} \right] \Rightarrow |A| = a(ei - fh) - b(di - fg) + c(dh - eg)$$

B =

3	6	8
5	9	8
0	2	1

```
>> det(B)
```

```
ans =
```

```
29.0000
```

A =

2	6	9	-6
0	1	8	7
-6	3	-5	9

```
>> det(A)
```

```
Error using det  
Matrix must be square.
```

دستور dot

- ✓ حاصل ضرب داخلی دو بردار یا ماتریس را محاسبه می کند.
- ✓ خروجی بردار، اسکالر و خروجی ماتریس، بردار است.
- ✓ نکته: سایز بردارها یا ماتریس ها بایستی برابر باشد.
- ✓ بصورت پیش فرض، فرآیند ضرب داخلی در ماتریس ها بصورت ستونی انجام می شود.

سطری dim=۲

(dim, بردار ماتریس ، ماتریس اول) dot : ساختار دستور

```
>> A = [-4 2 -9]; B = [8 5 2];  
>> dot(A,B)
```

```
ans =  
  
-40
```

```
>> A = [4 5;-9 6]; B = [0 2;-6 -3];  
>> dot(A,B)
```

```
ans =
```

$$\begin{bmatrix} 4 & 5 \\ -9 & 6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ -6 & -3 \end{bmatrix}$$

```
54 -8
```

```
>> A = [4 5;-9 6]; B = [0 2;-6 -3];  
>> dot(A,B,2)
```

```
ans =
```

$$\begin{bmatrix} 4 & 5 \\ -9 & 6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ -6 & -3 \end{bmatrix}$$

```
10  
36
```

دستور CROSS

- ✓ حاصل ضرب خارجی دو بردار یا ماتریس را محاسبه می کند.
- ✓ نکته: سایز بردارها یا ماتریس ها بایستی برابر باشد.
- ✓ نکته ۲: بردار ها یا ماتریس ها حتما باید در یک بعد، دارای ۳ درایه باشند.

(بردار دوم ، بردار اول) **cross** : ساختار دستور

```
>> F = [2;3;1];  
>> T = [9;8;7];  
>> cross(F,T)
```

ans =

13
-5
-11

```
>> F = [2 3 1];  
>> T = [9 8 7];  
>> cross(F,T)
```

ans =

13 -5 -11

```
>> T = [9 5;8 0;7 1];  
>> F = [2 6;3 7;1 4];  
>> cross(F,T)
```

ans =

13 7
-5 14
-11 -35

✓ نکته: برای محاسبه اندازه بردار f از دستور **norm(f)** استفاده می شود.

مثال: زاویه بین دو بردار x و F را برحسب درجه به دست آورید.

$$\vec{F} = -4\hat{i} + 2\hat{j} - 9\hat{k} \quad ; \quad \vec{x} = 8\hat{i} + 5\hat{j} + 2\hat{k}$$

$$\alpha = \cos^{-1}\left(\frac{\vec{F} \cdot \vec{x}}{|\vec{F}| |\vec{x}|}\right) \times \frac{180}{\pi}$$

```
>> F = [-4 2 -9];  
>> x = [8 5 2];  
>> alfa = (acos(dot(F,x)/(norm(F)*norm(x))))*180/pi  
  
alfa =  
  
114.3760
```

دستور `trace` و `transpose`

✓ دستور **transpose**، ترانزاده ماتریس را محاسبه می کند. منظور از ترانزاده گرفتن از یک ماتریس یعنی جابجا نمودن سطر و ستون ماتریس.

✓ نکته: بجای دستور **transpose** می توان از علامت (') بعد از نام ماتریس استفاده کرد.

✓ دستور **trace**، حاصل جمع عناصر قطر اصلی ماتریس را محاسبه می کند.

transpose(matrix name)

trace(matrix name)

```
B =  
  
     9     6     3  
     2     5     8  
     7     4     1
```

```
>> trace(B)
```

```
ans =
```

```
15
```

A =

```
     9     6     3     2  
     8     5     2     4  
     7     4     1     0
```

```
>> transpose(A)
```

```
ans =
```

```
     9     8     7  
     6     5     4  
     3     2     1  
     2     4     0
```

```
>> A'
```

```
ans =
```

```
     9     8     7  
     6     5     4  
     3     2     1  
     2     4     0
```

دستور inv

✓ این دستور، معکوس یک ماتریس را محاسبه می کند.

✓ شرط: ماتریس بایستی مربعی باشد.

✓ نکته: اگر دترمینان یک ماتریس صفر باشد، آن ماتریس، معکوس نخواهد داشت.

inv(matrix name)

✓ ازجمله کاربردهای این دستور می توان به حل دستگاه معادلات اشاره کرد. برای این منظور ابتدا ضرایب و معلومات معادلات را در ماتریس های جداگانه تنظیم کرده، آنگاه با کمک رابطه زیر، مجهولات موردنظر به دست می آیند.

$$Ax = B \rightarrow x = A^{-1}B$$

در رابطه فوق A، ماتریس ضرایب، B ماتریس معلومات و x ماتریس مجهولات دستگاه معادلات می باشد.

دستور inv

✓ دستگاه معادلات داده شده را به کمک ماتریس معکوس حل نمائید.

$$\begin{cases} 4x + 2y - 2z = 11 \\ -x + 4y + 3z = 8 \\ x - y - 1z = -1 \end{cases}$$

```
>> A = [4 2 -2;-1 4 3;1 -1 -1]
```

```
A =
```

```
     4     2    -2  
    -1     4     3  
     1    -1    -1
```

```
>> B = [11;8;-1]
```

```
B =
```

```
    11  
     8  
    -1
```

```
>> unknowns=inv(A)*B
```

```
unknowns =
```

```
    1.1667  
    2.6667  
   -0.5000
```

بررسی
صحت حل

```
>> check=A*x
```

```
check =
```

```
    11.0000  
     8.0000  
    -1.0000
```

دستور pinv

✓ معکوس ماتریس های غیرمربعی را محاسبه می کند. به این فرآیند اصطلاحاً "شبه معکوس" گفته می شود.

pinv(matrix name)

```
A =
```

0.8147	0.9134	0.2785	0.9649
0.9058	0.6324	0.5469	0.1576
0.1270	0.0975	0.9575	0.9706

```
>> pinv(A)
```

```
ans =
```

-0.0050	0.7369	-0.2626
0.5386	0.0485	-0.3691
-0.8371	0.8121	0.7604
0.7724	-0.9025	0.3516

دو بردار A و B را داریم. حاصلضرب داخلی، اندازه بردار، زاویه بین دو بردار و تصویر بردار A روی B را به دست آورید.

$$Z = \left(\frac{\vec{A} \cdot \vec{B}}{|\vec{B}|^2} \right) \vec{B} \quad \leftarrow \text{(رابطه تصویر بردار } A \text{ روی } B)$$

$$\vec{A} = 4\hat{j} \quad ; \quad \vec{B} = -2\hat{i} - \hat{j} - 6\hat{k}$$

بزرگی گشتاور نیروی F را که بر نقطه A وارد می شود نسبت به نقطه O بدست آورید.

$$\vec{F} = -2\hat{i} + 3\hat{j} + 5\hat{k} \quad ; \quad A(2, 3, -5) \quad ; \quad O(0, 0, 0)$$

مقادیر x ، y و z را در دستگاه معادلات داده شده بدست آورید.

$$\begin{cases} 6x - 3y + 4z = 41 \\ 12x + 5y - 7z = -26 \\ -5x + 2y + 6z = 14 \end{cases}$$

➡ پاسخ تمرین ها را به آدرس زیر ارسال فرمائید:

m.borzuei3@yahoo.com

آخرین مهلت ارسال پاسخ تمرین ها : شنبه ساعت ۲۱