

# به نام خدا

انتقال حرارت ۱

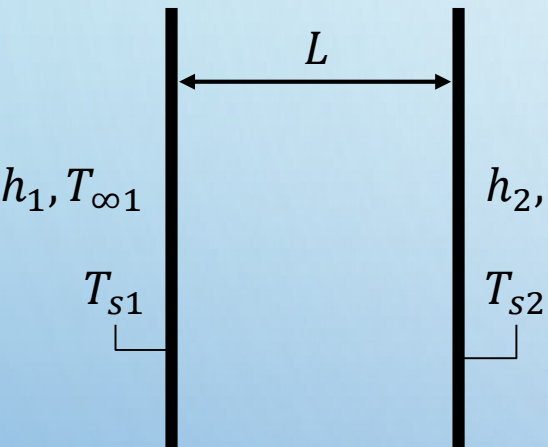
فصل سوم

عنوان: رسانش یک بعدی پایا

مدرس: مجتبیٰ برزویی

# رسانش یک بعدی پایا

✓ بسیاری از محاسبات انتقال حرارت رسانش در شرایط پایا انجام می شوند. مثال هایی از این قبیل را می توان در محاسبات بار حرارتی و بار برودتی ساختمان ها، عایق کاری لوله ها، تاسیسات حرارتی و مواردی از این قبیل مشاهده کرد.



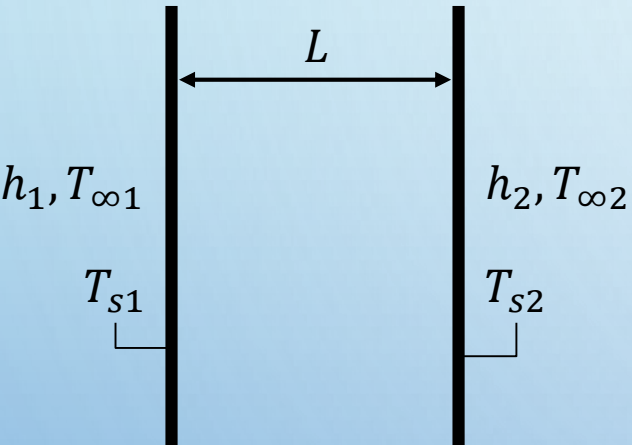
اکنون شرایط یک بعدی، پایا و بدون تولید حرارت داخلی را در داخل یک دیواره مطابق شکل در نظر بگیرید. در اینجا هدف به دست آوردن نرخ انتقال حرارت گذرنده از دیواره است. نشان داده می شود که استفاده از روشی تحت عنوان "تشابه الکتریکی" حجم محاسبات را کاهش و احتمال رخداد اشتباه محاسباتی را کاهش می دهد.

# رسانش یک بعدی پایا

## ✓ تشابه الکتریکی (*Electrical Analogy*)

قانون فوریه برای حرارت منتقل شده از دیواره سمت چپ به دیواره سمت راست عبارتست از:

$$q = \frac{kA}{L} (T_{s1} - T_{s2})$$



اگر معادله بالا به صورت زیر بازنویسی شده

$$q = \frac{T_{s1} - T_{s2}}{\frac{L}{kA}}$$

و با قانون اهم ( $i = \frac{\Delta V}{R}$ ) در الکتریسیته مقایسه شود، تشابهی بین انتقال گرما و جریان الکتریکی مشاهده

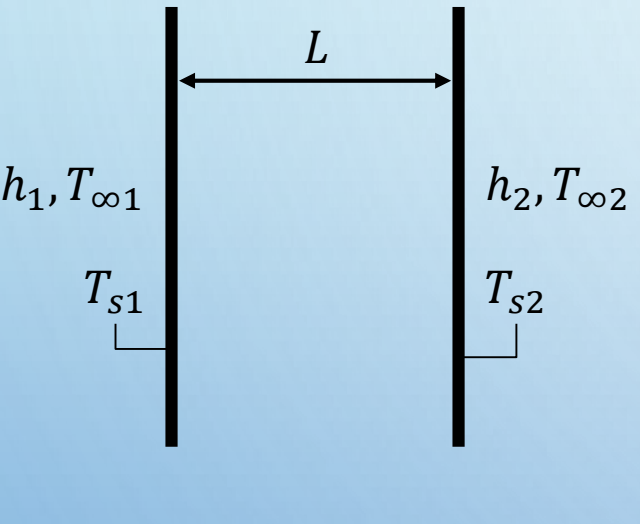
می شود و میتوان پارامتر جدیدی با عنوان "مقاومت رسانی" به صورت زیر تعریف کرد:

$$R_k = \frac{L}{kA}$$

# رسانش یک بعدی پایا

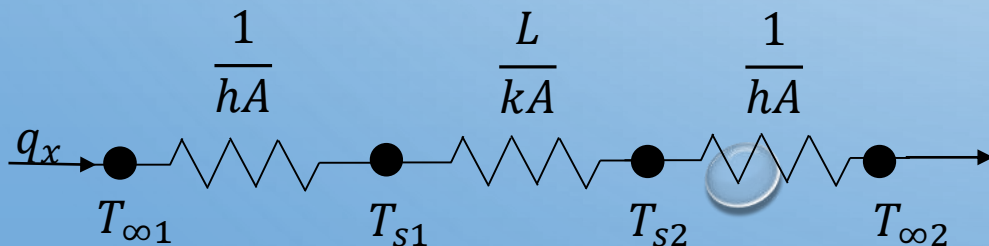
## ✓ تشابه الکتریکی (*Electrical Analogy*)

همین عمل را می توان برای انتقال حرارت جابجایی نیز انجام داد و مقاومتی تحت عنوان "مقاومت حرارتی جابجایی" تعریف کرد. قانون سرمایش نیوتن می دهد:


$$q = hA(T_s - T_{\infty})$$
$$q = \frac{T_s - T_{\infty}}{\frac{1}{hA}} \rightarrow R_h = \frac{1}{hA}$$

پس:

از آنجا که حرارت عبوری در دیوار فوق ثابت است، می توان یک مدار الکتریکی مطابق شکل زیر برای حرارت عبوری تعریف نمود.



# رسانش یک بعدی پایا

✓ تشابه الکتریکی (*Electrical Analogy*)

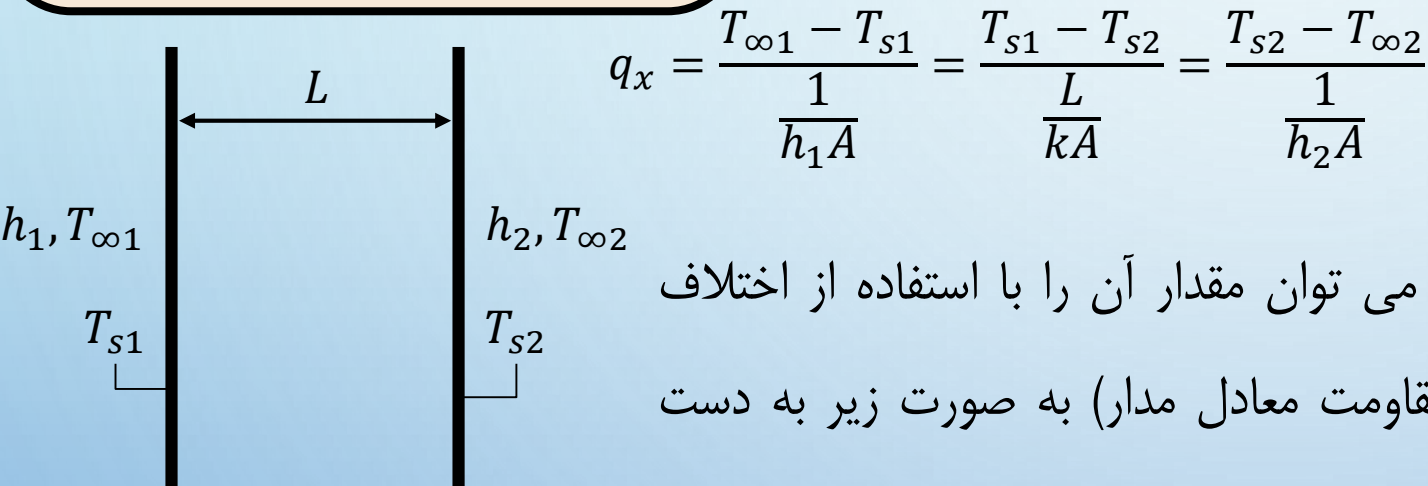
بنابراین:

مقاومت کل در مدارات سری:

$$R_{tot} = R_1 + R_2 + \dots + R_n$$

مقاومت کل در مدارات موازی:

$$\frac{1}{R_{tot}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_n}$$



$$q_x = \frac{T_{\infty 1} - T_{s1}}{\frac{1}{h_1 A}} = \frac{T_{s1} - T_{s2}}{\frac{L}{kA}} = \frac{T_{s2} - T_{\infty 2}}{\frac{1}{h_2 A}}$$

همچنین با توجه به یک بعدی بودن انتقال حرارت می توان مقدار آن را با استفاده از اختلاف دمای کلی  $T_{\infty 1}$  و  $T_{\infty 2}$  و مقاومت حرارتی کلی (مقاومت معادل مدار) به صورت زیر به دست

آورد:

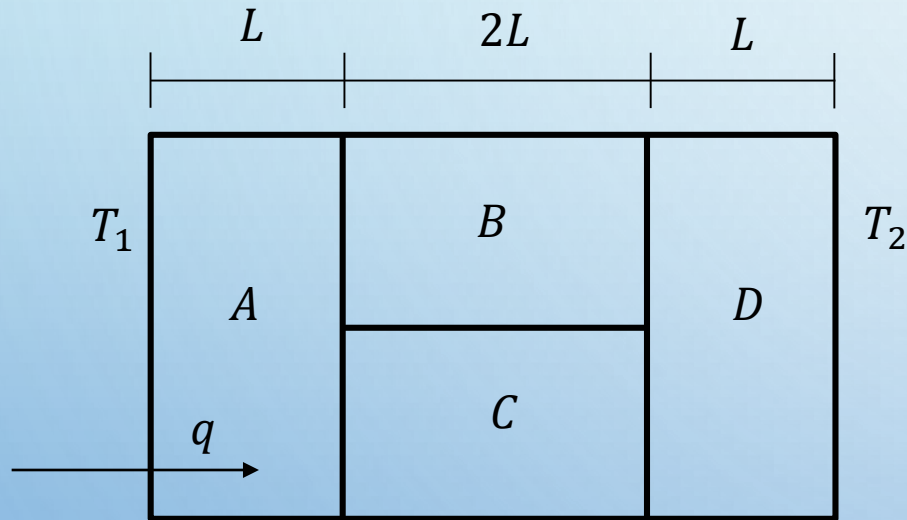
$$q_x = \frac{T_{\infty 1} - T_{\infty 2}}{\frac{1}{h_1 A} + \frac{L}{kA} + \frac{1}{h_2 A}}, \quad R_{t,total} = \frac{1}{h_1 A} + \frac{L}{kA} + \frac{1}{h_2 A}$$

$$q_x = \frac{T_{\infty 1} - T_{\infty 2}}{\sum R_t}$$

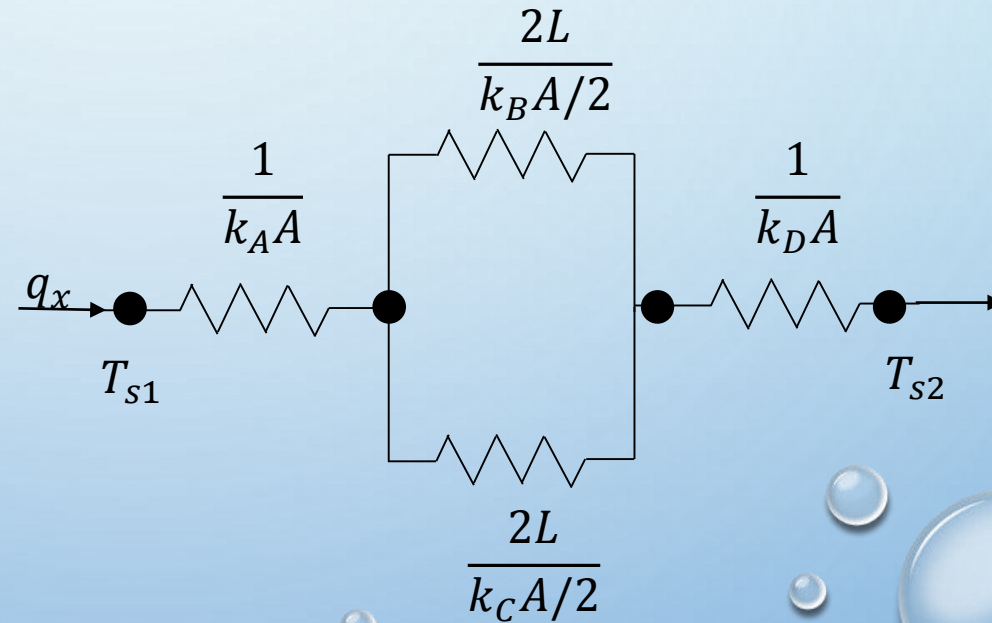
# رسانش یک بعدی پایا

✓ دیواره های مرکب

مثال: مدار معادل الکتریکی برای انتقال حرارت شرایط پایای دیوار شکل مقابل را به دست آورد.



$$A_B = A_C = A/2$$



$$q = \frac{T_{s1} - T_{s2}}{L/k_A A + \frac{1}{\frac{k_B A/2}{2L} + \frac{k_C A/2}{2L}} + L/k_D A}$$

# رسانش یک بعدی پایا

## ✓ مقاومت تماس

در دیواره های مرکب ممکن است افت دما در سطح تماس بین دو دیوار قابل ملاحظه باشد. این افت دما ناشی از فضاهای خالی کوچک بین پستی و بلندی های موجود روی سطوح بوده و تحت عنوان "مقاومت حرارتی تماس" ( $R_C$  Thermal Contact Resistance) خوانده می شود.

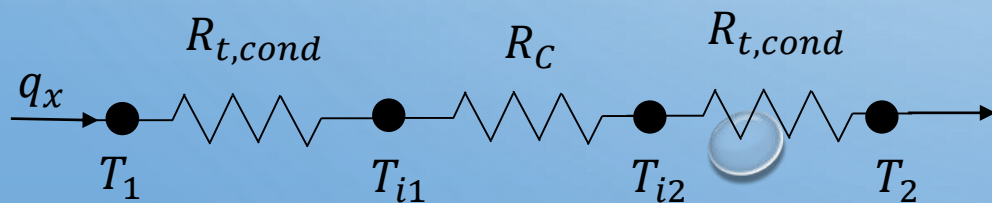
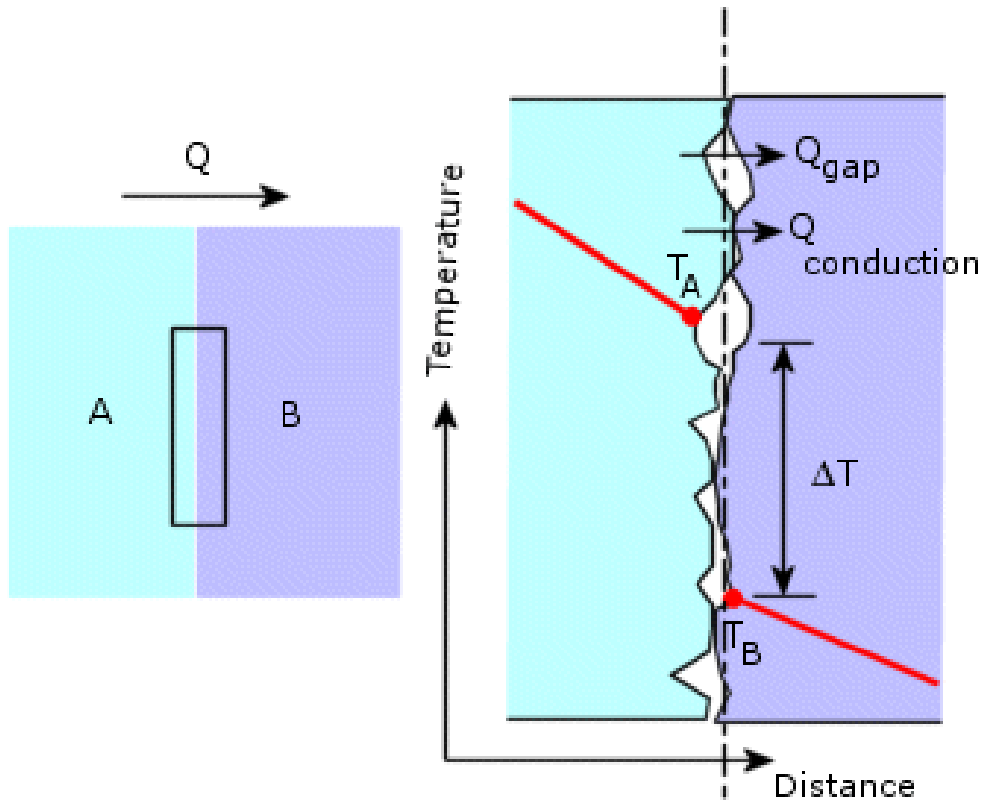
چنانچه مقاومت تماس قابل ملاحظه باشد، باید در محاسبات لحاظ شود.

برای فرموله کردن پدیده مقاومت تماس، پارامتری با عنوان "ضریب انتقال حرارت تماس"  $h_C$  معرفی می گردد که با توجه به رابطه زیر برای انتقال حرارت عبوری از سطح مشترک:

$$q = h_C A (T_{i1} - T_{i2})$$

مقاومت سطح تماس به صورت فرمول روبرو با ضریب انتقال حرارت سطح تماس  $h_C$  مرتبط می گردد:

$$R_C = \frac{1}{h_C A}$$



# رسانش یک بعدی پایا

## ✓ ضریب انتقال حرارت کلی ( $U$ )

در مواردی در دیواره های مرکب، ساده تر است که انتقال حرارت کلی با عبارتی مشابه قانون سرمایش نیوتن فرموله شود،

بدین صورت که:

$$q = UA(\Delta T)$$

با مقایسه رابطه فوق با رابطه:

$$q = \frac{\Delta T}{R_{eq}}$$

می توان رابطه بین ضریب انتقال حرارت کلی  $U$  و مقاومت حرارتی معادل یک سیستم حرارتی را به صورت زیر به دست

$$U = \frac{1}{R_{eq}A}$$

آورد:

در این رابطه  $U$  ( $\frac{W}{m^2K}$ )، ضریب انتقال حرارت کلی نامیده می شود که تمامی اثرات هدایت و جابجایی موجود در یک

سیستم یک بعدی را در خود لحاظ کرده و از نظر دیمانسیون همانند ضریب انتقال حرارت جابجایی است.