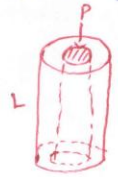
مثال) ستون بتنی به شعاع R توسط یک میله فولادی به شعاع $\frac{R}{4}$ تقویت شده است. ستون بتنی و میله فلزی کاملاً به یکدیگر متصل شده اند. ستون تقویت شده تحت نیروی محوری P قرار دارد. تغییر مکان ستون تقویت شده را به دست بیاورید. چه سهمی از نیروی P توسط میله فولادی تحمل می شود. مدول الاستیسیته فولاد ۱۰ برابر مدول الاستیسیته بتون است؟

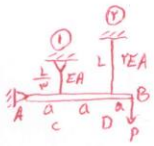


$$P_c + P_s = P \quad , \quad \delta_c = \delta_s \Rightarrow \frac{P_c L}{A_c E_c} = \frac{P_s L}{E_s A_s}$$

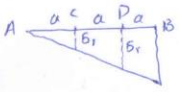
$$A_c = \pi R^2 - \frac{\pi R^2}{16} = \frac{15\pi R^2}{16} \quad , \quad A_s = \frac{\pi R^2}{16} \quad , \quad E_s = 10 E_c \Rightarrow \begin{cases} P_c + P_s = P \\ \frac{P_s}{P_c} = \frac{2}{3} \end{cases} \Rightarrow P_s = \frac{2}{5}P \quad , \quad P_c = \frac{3}{5}P$$

$$\delta = \delta_c = \delta_s = \frac{P_s L}{A_s E_s} = \frac{\frac{2}{5}PL}{E_s \frac{\pi R^2}{16}} \Rightarrow \delta = \frac{32PL}{5\pi R^2 E_s}$$

مثال) قطعه صلب AB به دو میله ۱ و ۲ مطابق شکل متصل شده است. نیرو در میله ها و تغییر مکان نقطه B را به دست آورید.



* در انگلوند مسائل با نوشتن معادله تعادل $\sum M_A = 0$ برای میله صلب و رابطه تغییر مکان میله ها که از قضیه تالس می توان به دست آورد نیروهای میله ها به دست می آیند.



$$\sum M_A = 0 \Rightarrow (F_1 \times a) + (F_2 \times 2a) = (P \times 3a)$$

$$\frac{\delta_1}{\delta_2} = \frac{a}{2a} \Rightarrow \frac{F_1 \frac{L}{3}}{AE} = \frac{1}{2}\frac{F_2 L}{2AE} \Rightarrow \begin{cases} F_1 + 2F_2 = 3P \\ 4F_1 = 3F_2 \end{cases} \Rightarrow F_1 = \frac{9}{11}P \quad , \quad F_2 = \frac{12}{11}P$$

مثال) یک جسم دوبعدی را مطابق شکل تحت تنش σ_x در راستای x در نظر می گیریم و فرض می کنیم تغییر مکان آن در راستای y مقید شده (یعنی صفر) باشد رابطه بین σ_x و ε_x به چه صورت است؟

* چون مسأله دوبعدی است $\sigma_z = 0$ می باشد

$$\varepsilon_y = \frac{1}{E}(\sigma_y - \nu\sigma_x) = 0 \Rightarrow \sigma_y = \nu\sigma_x \quad , \quad \varepsilon_x = \frac{1}{E}(\sigma_x - \nu\sigma_y) = \frac{1}{E}(\sigma_x - \nu^2\sigma_x) = \frac{1-\nu^2}{E}\sigma_x \Rightarrow \sigma_x = \frac{E}{1-\nu^2}\varepsilon_x$$

* چون σ_x فشاری است اگر مقدار عددی σ_x داده شود باید با علامت منفی در رابطه بالا قرار گیرد

مثال) بلوک A به شکل مکعب مستطیل داخل حفره B قرار گرفته است و از پنج طرف محاط شده است. این بلوک مطابق شکل تحت فشار P_0 واقع شده است. تغییر طول h چقدر است؟

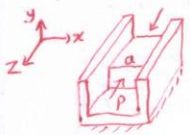
$$\varepsilon_x = \varepsilon_z = 0 \quad , \quad \sigma_y = -P_0$$

$$\varepsilon_x = \frac{1}{E}(\sigma_x - \nu(\sigma_y + \sigma_z)) = 0 \quad , \quad \varepsilon_z = \frac{1}{E}(\sigma_z - \nu(\sigma_x + \sigma_y)) = 0$$

$$\begin{cases} \sigma_x - \nu\sigma_z = -\nu P_0 \\ \sigma_z - \nu\sigma_x = -\nu P_0 \end{cases} \Rightarrow \sigma_z = \sigma_x \Rightarrow \sigma_x = -\frac{\nu P_0}{1-\nu}$$

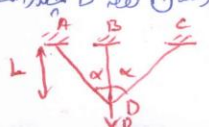
$$\varepsilon_y = \frac{1}{E}(\sigma_y - \nu(\sigma_x + \sigma_z)) = \frac{1}{E}\left(-P_0 - \nu\left(\frac{-2\nu P_0}{1-\nu}\right)\right) \Rightarrow \varepsilon_y = -\frac{(1+\nu)(1-2\nu)}{(1-\nu)E}P_0 \quad , \quad \Delta h = h\varepsilon_y$$

مثال) بلوکی داخل سیاری با دیواره های صلب قرار گرفته است، سطح مقطع آن تحت نیروی P موازی محور Z است. کرنش σ_x کدام است؟



$$\varepsilon_x = 0 \quad , \quad \sigma_y = 0 \quad , \quad \sigma_z = -\frac{P}{A} \quad , \quad \varepsilon_x = \frac{1}{E}(\sigma_x - \nu(0 - \frac{P}{A})) \Rightarrow \sigma_x = -\nu\frac{P}{A}$$

مثال) سه میله به صورت نشان داده شده به هم متصل شده و دارای جنس و سطح مقطع برابر می باشند. تغییر مکان نقطه D چقدر است؟



$$\delta = \frac{P}{\sum k} = \frac{P}{\frac{AE}{L} + \frac{2AE\cos\alpha}{\frac{L}{\cos\alpha}}} = \frac{PL}{AE(1+2\cos^3\alpha)}$$