

سرشکنی زوایا در معادلات شرط ضلعی و زاویه ای

گروه نقشه برداری دانشکده فنی انقلاب اسلامی

ترم دوم 98-99

جزیرئیان

برای سرکشی زوایا باید مقادیر تقصیع را طوری پیدا کنیم که در چهار

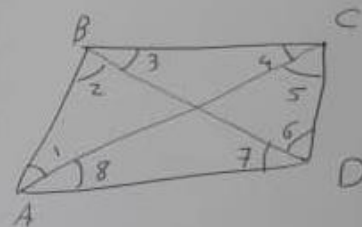
معادله شرط زیر صدق کند

$$① \angle 1 + \angle 2 + \angle 3 + \angle 4 = 180^\circ$$

$$② \angle 5 + \angle 6 + \angle 7 + \angle 8 = 180^\circ$$

$$③ \angle 1 + \angle 2 + \angle 7 + \angle 8 = 180^\circ$$

$$④ \frac{\sin \hat{1} \sin \hat{3} \sin \hat{5} \sin \hat{7}}{\sin \hat{2} \sin \hat{4} \sin \hat{6} \sin \hat{8}} = 1$$



$$\angle 1 + \color{red}{V_1} + \angle 2 + \color{red}{V_2} + \angle 3 + \color{red}{V_3} + \angle 4 + \color{red}{V_4} = 180^\circ$$

$$\angle 5 + \color{red}{V_5} + \angle 6 + \color{red}{V_6} + \angle 7 + \color{red}{V_7} + \angle 8 + \color{red}{V_8} = 180^\circ$$

$$\angle 1 + \color{red}{V_1} + \angle 2 + \color{red}{V_2} + \angle 7 + \color{red}{V_7} + \angle 8 + \color{red}{V_8} = 180^\circ$$

$$\frac{\sin(\hat{1} + \color{red}{V_1}) \sin(\hat{3} + \color{red}{V_3}) \sin(\hat{5} + \color{red}{V_5}) \sin(\hat{7} + \color{red}{V_7})}{\sin(\hat{2} + \color{red}{V_2}) \sin(\hat{4} + \color{red}{V_4}) \sin(\hat{6} + \color{red}{V_6}) \sin(\hat{8} + \color{red}{V_8})} = 1$$

$$① \color{red}{V_1} + \color{red}{V_2} + \color{red}{V_3} + \color{red}{V_4} = 180^\circ - (\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 + \angle 4) = C_1$$

$$① \color{red}{V_5} + \color{red}{V_6} + \color{red}{V_7} + \color{red}{V_8} = 180^\circ - (\angle 5 + \angle 6 + \angle 7 + \angle 8) = C_2$$

$$② \color{red}{V_1} + \color{red}{V_2} + \color{red}{V_7} + \color{red}{V_8} = 180^\circ - (\angle 1 + \angle 2 + \angle 7 + \angle 8) = C_3$$

معادله (4) را باید به سطر به هم برسی تا یکویر تا به صورت

قطعی در آید یعنی باید نسبت به یک تک یک هرات مشتق

گیریم

سری تیلور یک تابع $f(x)$ با مقادیر حقیقی یا مختلط که در همسایگی نقطه حقیقی یا مختلط x_0 بی‌نهایت بار مشتق‌پذیر است، سری توانی زیر است:

$$f(x) = f(x_0) + \frac{f'(x_0)(x - x_0)}{1!} + \frac{f''(x_0)(x - x_0)^2}{2!} + \frac{f'''(x_0)(x - x_0)^3}{3!} + \dots$$

که می‌توانیم آن را با علامت سیگما خلاصه‌تر بنویسیم:

$$f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{f^{(n)}(x_0)}{n!} (x - x_0)^n$$

که در اینجا $n!$ به معنی فاکتوریل عدد n و $f^{(n)}(x_0)$ به معنی مشتق n ام تابع f در نقطه x_0 است. طبق تعریف مشتق $\bullet$ -ام هر تابع خودش است و $(x - x_0)^0$ و $0!$ هر دو برابر ۱ اند. اگر $x_0 = 0$ باشد، سری همان سری مکلورن است.

توابع جبری [ویرایش]

مشتق تمامی توابع جبری به شکل زیر است:

$$\begin{aligned}(c)' &= 0 \bullet \\(u^m)' &= mu^{m-1}u' \bullet \text{ (قاعده توان)} \\(uvt)' &= u'vt + v'ut + t'uv \bullet \text{ (قاعده حاصل ضرب)} \\(|u|)' &= \frac{uu'}{|u|} \bullet \\(\sqrt[m]{u})' &= \frac{u'}{m\sqrt[m]{u^{m-1}}} \bullet \\(cu)' &= cu' \bullet \text{ (قاعده ضرب ثابت)} \\(u+v)' &= u' + v' \bullet \text{ (قاعده مجموع)} \\(\frac{u}{v})' &= \frac{u'v - v'u}{v^2} \bullet \text{ (قاعده خارج قسمت)} \\(\sqrt{u})' &= \frac{u'}{2\sqrt{u}} \bullet \\(\sqrt[m]{u^p})' &= \frac{pu'}{m\sqrt[m]{u^{m-p}}} \bullet\end{aligned}$$

توابع مثلثاتی [ویرایش]

تقریباً مشتق تمامی توابع مثلثاتی مشهور و بر کاربرد به شکل زیر است:

$$\begin{aligned}(\sin u)' &= u' \cos u \bullet \\(\tan u)' &= u'(1 + \tan^2 u) \bullet \\(\sec u)' &= u' \sec u \tan u \bullet \\(c \sin^m u)' &= cmu'(\sin^{m-1} u)(\cos u) \bullet \\(c \tan^m u)' &= cmu'(\tan^{m-1} u)(1 + \tan^2 u) \bullet \\(\cos u)' &= -u' \sin u \bullet \\(\cot u)' &= -u'(1 + \cot^2 u) \bullet \\(\csc u)' &= -u' \csc u \cot u \bullet \\(c \cos^m u)' &= -cmu'(\cos^{m-1} u)(\sin u) \bullet \\(c \cot^m u)' &= -cmu'(\cot^{m-1} u)(1 + \cot^2 u) \bullet\end{aligned}$$

توابع معکوس مثلثاتی [ویرایش]

$$\begin{aligned}(\arcsin u)' &= \frac{u'}{\sqrt{1-u^2}} \bullet \\(\arccos u)' &= \frac{-u'}{\sqrt{1-u^2}} \bullet \\(\arctan u)' &= \frac{u'}{1+u^2} \bullet \\(\operatorname{arccot} u)' &= \frac{-u'}{1+u^2} \bullet\end{aligned}$$

برای مشتق گرفتن از تابع چهارم نسبت به متغیرهای تابع

مشتق را می‌گیریم

$$f(l_1, l_2) = \frac{\sin 1 \sin 3 \sin 5 \sin 7}{\sin 2 \sin 4 \sin 6 \sin 8} - 1 = 0 \quad (A)$$

سطح تبدیل تابع $f(1, 1, \dots)$ سری تیلور در نقطه

$$f_0 + \frac{\partial f}{\partial l_1} dl_1 + \frac{\partial f}{\partial l_2} dl_2 + \dots = 0$$

که در آن f_0 برابر است با:

$$f_0 = \frac{\sin 1 \sin 3 \sin 5 \sin 7}{\sin 2 \sin 4 \sin 6 \sin 8} - 1 = S_0 - 1$$

حالا برای مشتق فرض کنیم x خواهیم داشت: تابع یک از تابع (A) مشتق می‌گیریم

$$y = a \sin x \Rightarrow y' = a \cos x$$

در اینجا $x = 1$

$$a = \frac{\sin 3 \sin 5 \sin 7}{\sin 2 \sin 4 \sin 6 \sin 8}$$

$$y = \frac{\sin 1 \sin 3 \sin 5 \sin 7}{\sin 2 \sin 4 \sin 6 \sin 8} - 1 = 0$$

$$y = a \sin 1 \Rightarrow y' = a \cos 1 \Rightarrow \frac{dy}{dl_1} = a \cos 1$$

$$dy = a \cos 1 dl_1$$

$\checkmark$

حال در معادله بالا مقدار a را ثابت فرض می‌کنیم

$$Y' = \frac{\cos 1 \sin 3 \sin 5 \sin 7}{\sin 2 \sin 4 \sin 6 \sin 8} V_1$$

هرگاه θ متغیر را در یک $\sin 1$ ضرب کنیم داریم

$$Y' = \frac{\cos 1 \sin 3 \sin 5 \sin 7}{\sin 2 \sin 4 \sin 6 \sin 8} \times \frac{\sin 1}{\sin 1} V_1$$

مقدار عبارت فوق تقریباً برابر یک است بنابراین

$$\frac{dP}{d1} = Y' = \frac{\cos 1}{\sin 1} V_1 = \cot 1 V_1$$

حال مشتق Y را در 2 می‌گیریم

$$\frac{dP}{d2} \Rightarrow Y = \frac{a}{\sin X} - 1 \quad \text{در معادله } A$$

مت $X = 22^\circ$

$$a = \frac{\sin 1 \sin 3 \sin 5 \sin 7}{\sin 4 \sin 6 \sin 8} \quad \text{و } a$$

$$Y' = \frac{-a \cos X}{\sin^2 X} = \frac{-a \cos 2}{\sin^2 2} \Rightarrow \frac{dY}{dX} = \frac{-a \cos 2}{\sin 2 \sin 2} V_2$$

حال مقدار a را در عبارت مشتق قرار می‌دهیم

$$Y' = - \frac{\sin 1 \sin 3 \sin 5 \sin 7 \cos 2}{\sin 2 \sin 2 \sin 4 \sin 6 \sin 8} V_2$$

$$Y' = - \frac{\sin 1 \sin 3 \sin 5 \sin 7 \cos 2}{\sin 2 \sin 4 \sin 6 \sin 8 \sin 2} V_2$$

$$\Rightarrow Y' = - \cot 2 V_2$$

نمبر این نسبت - تعداد زرا 3, 4, 5, 6, 7, 8 متن، زیر

و متوجه شایع به صورت زیر می شود

$$F_0 + C_0 V_1 + C_1 V_2 + C_2 V_3 + \dots + C_7 V_8 = 0$$

$$F_0 = S_0 - 1 \Rightarrow$$

$$C_0 V_1 + C_1 V_2 + C_2 V_3 + \dots + C_7 V_8 = -F_0 = 1 - S_0$$

نمبر این چهار معادله خطی زیر می شود C_4

$$V_1 + V_2 + V_3 + V_4 = C_1$$

$$V_5 + V_6 + V_7 + V_8 = C_2$$

$$V_1 + V_2 + V_7 + V_8 = C_3$$

$$C_0 V_1 + C_1 V_2 + C_2 V_3 - C_4 V_4 + C_5 V_5 - C_6 V_6 + C_7 V_7 - C_8 V_8 = C_4$$

این سرگشتی زرا به فوق و بعضی معادله V_1 تا V_8

۱- روش تقریبی

۲- روش تدریس مرلبات