

ژئودزی ۱

ایجاد شبکه نقاط کنترل زمینی

گروه نقشه برداری دانشکده فنی انقلاب اسلامی

ترم دوم 98-99

جزیرئیان

6.3 TRIANGULATION

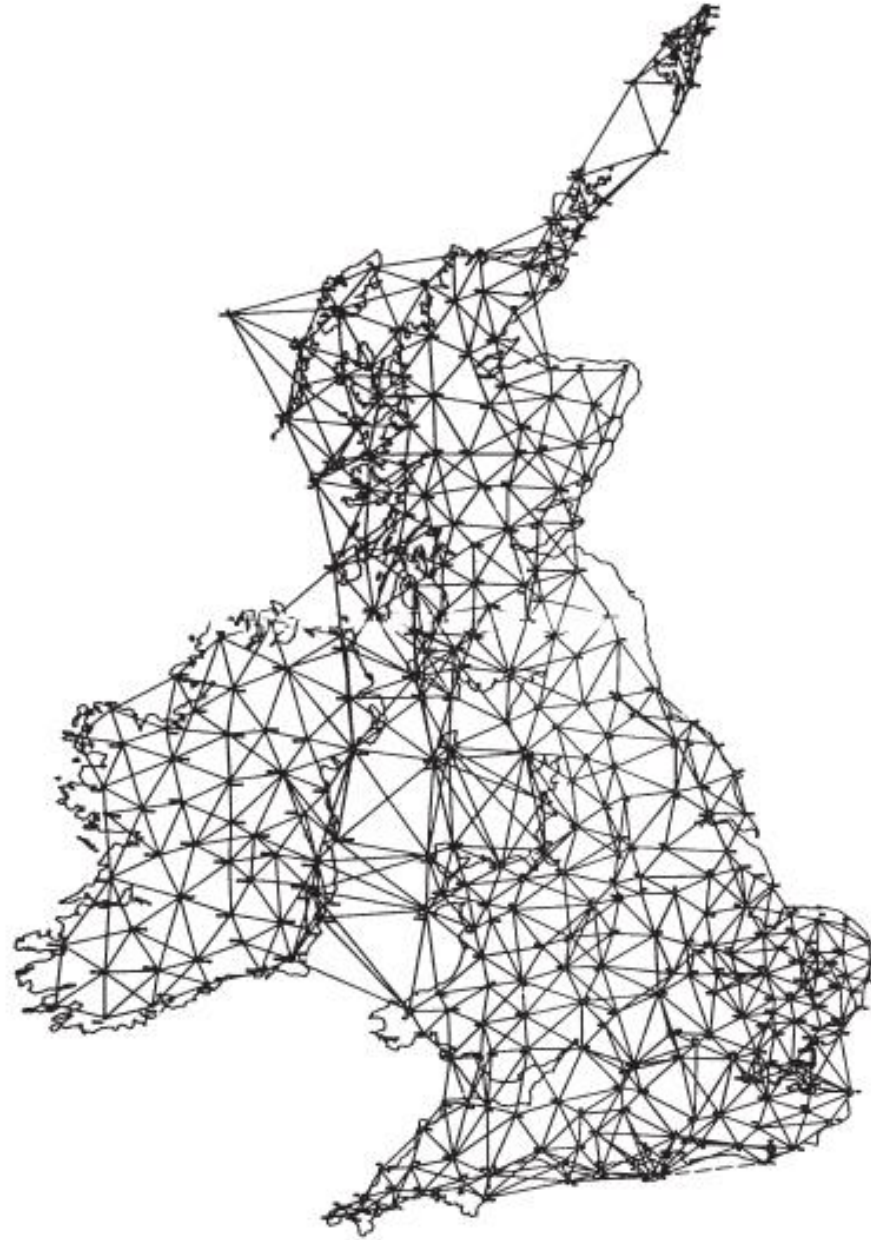
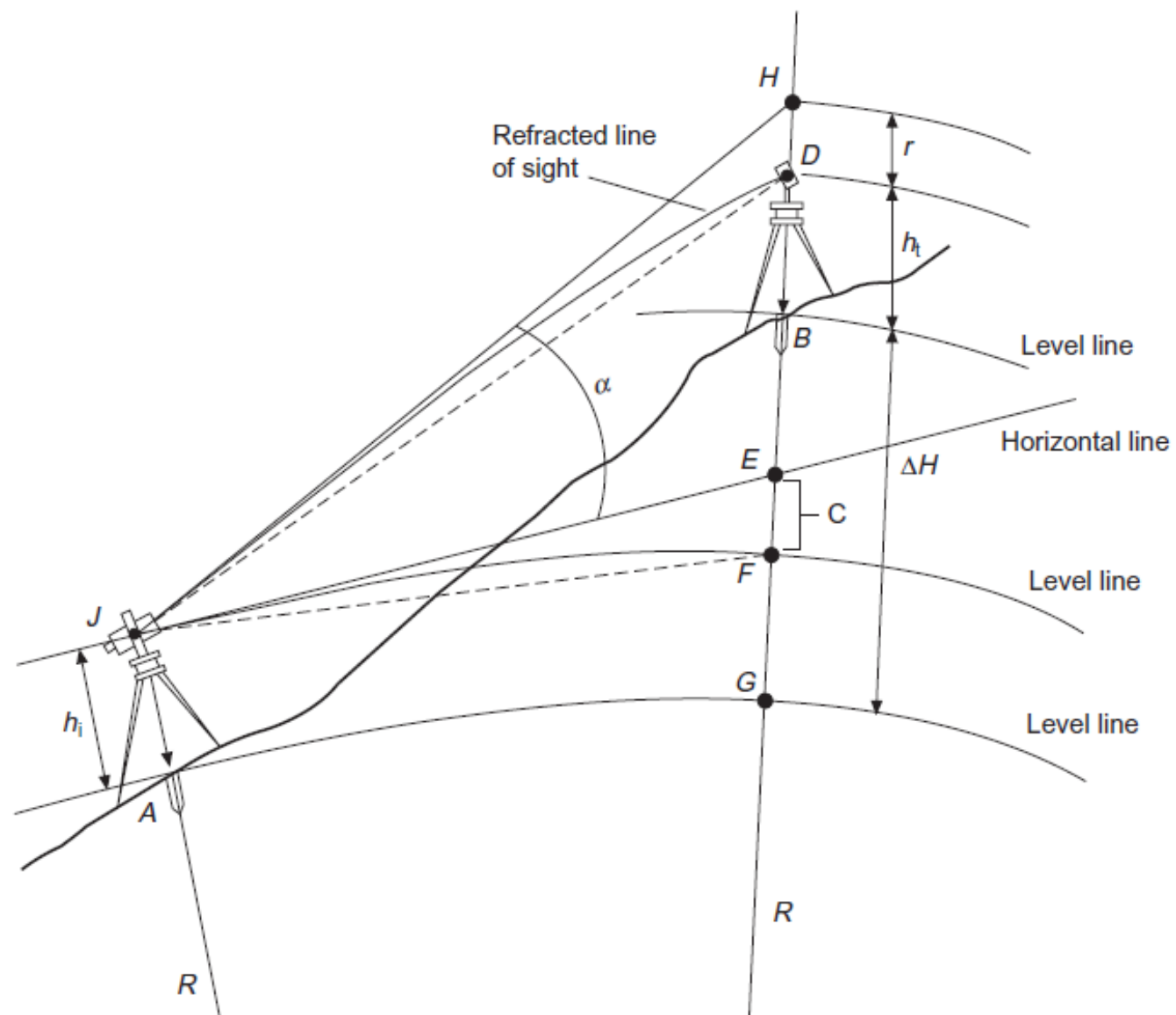


Fig. 6.24 *An example of a triangulation network*



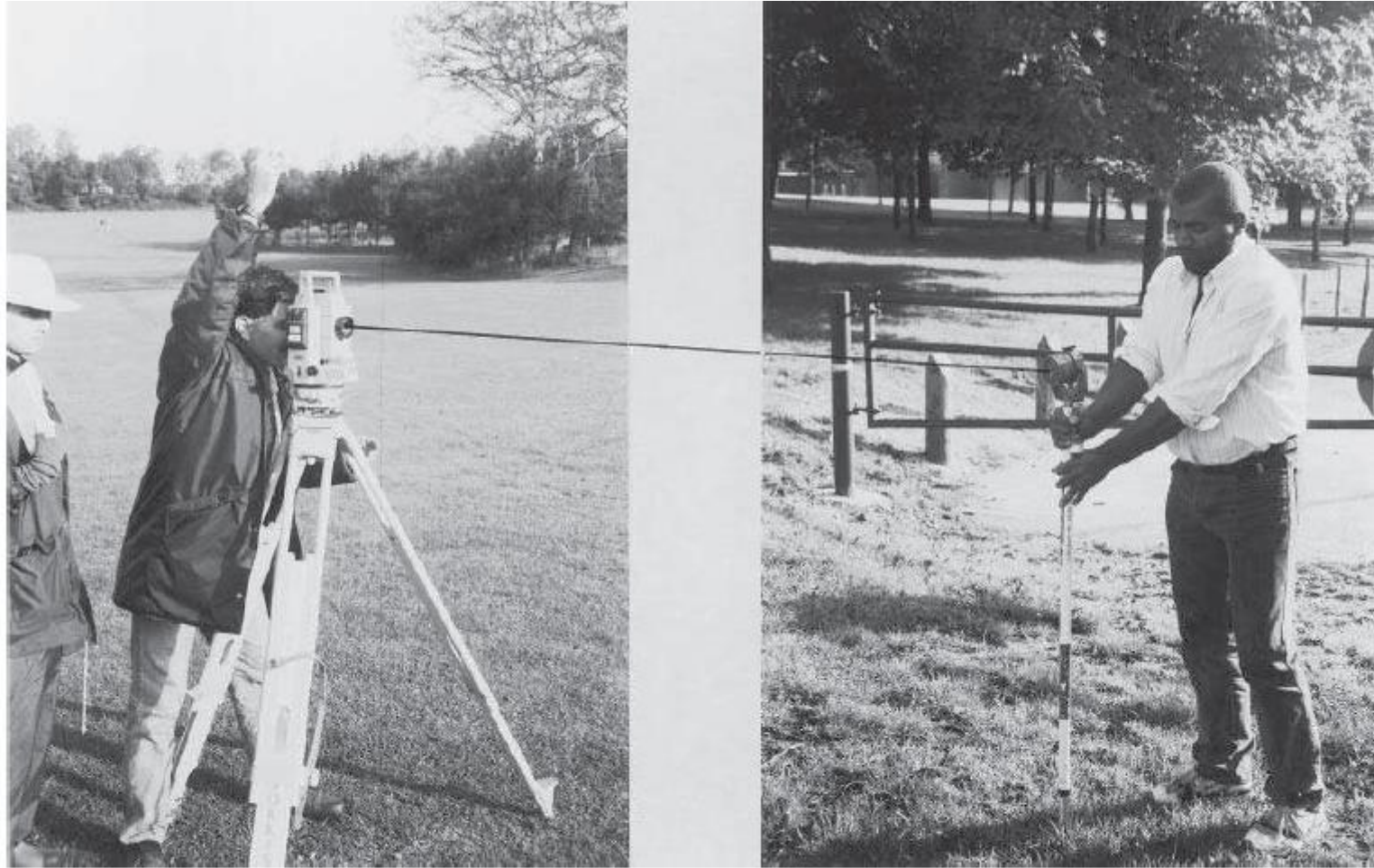


Fig. 2.41 *Contouring with a total station and detail pole*

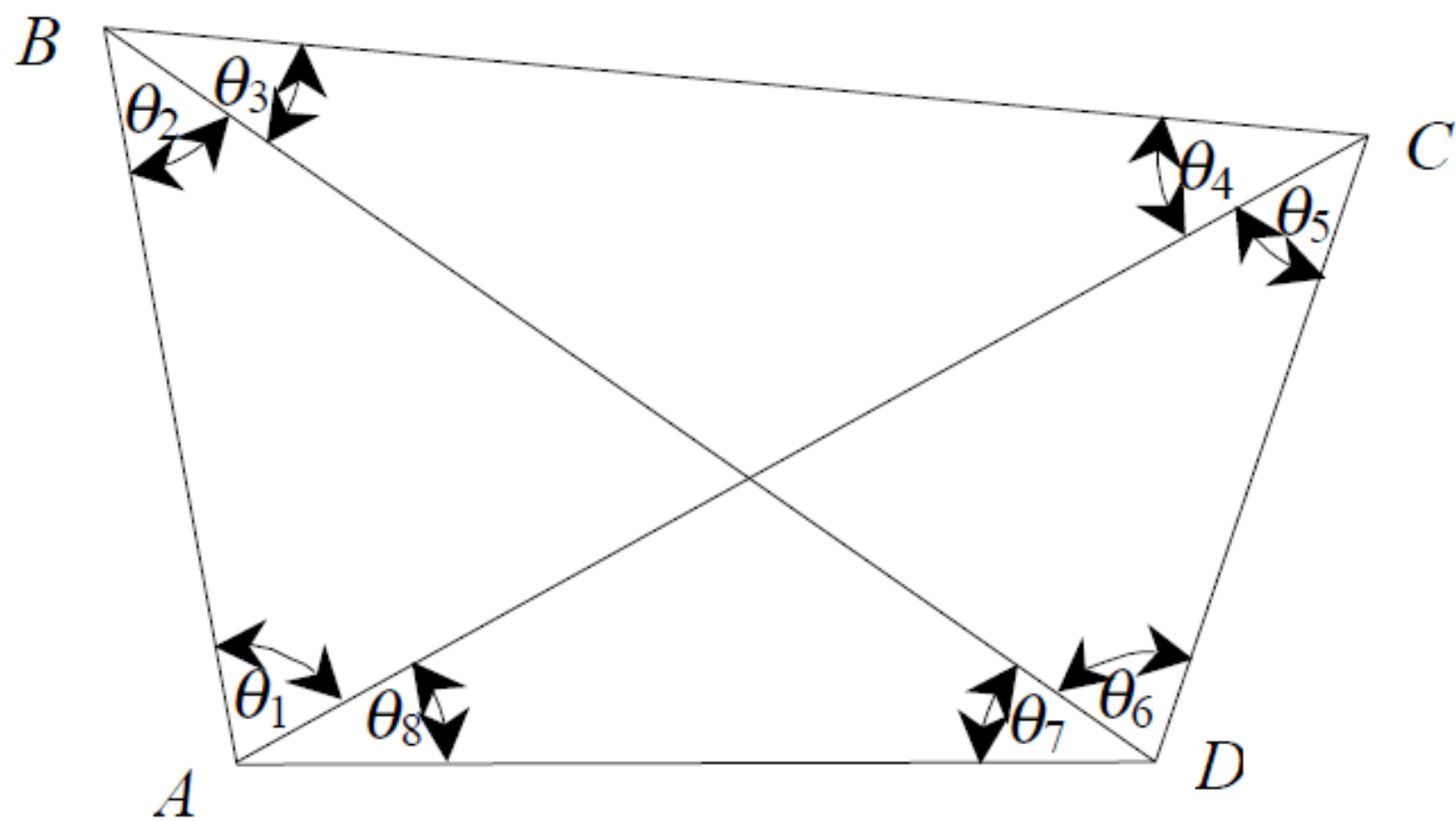


Fig. 5.8

$$(i) \quad \theta_1 + \theta_2 + \theta_3 + \theta_4 + \theta_5 + \theta_6 + \theta_7 + \theta_8 = 360^\circ$$

$$\Sigma\theta = 360^\circ$$

$$(ii) \quad \theta_1 + \theta_2 = \theta_5 + \theta_6$$

$$(iii) \quad \theta_3 + \theta_4 = \theta_7 + \theta_8$$

$$\begin{aligned}\theta_1 + \theta_2 + \theta_9 &= 180^\circ \\ \theta_3 + \theta_4 + \theta_{10} &= 180^\circ \\ \theta_5 + \theta_6 + \theta_{11} &= 180^\circ \\ \theta_7 + \theta_8 + \theta_{12} &= 180^\circ\end{aligned}$$

$$\theta_9 + \theta_{10} + \theta_{11} + \theta_{12} = 360^\circ$$

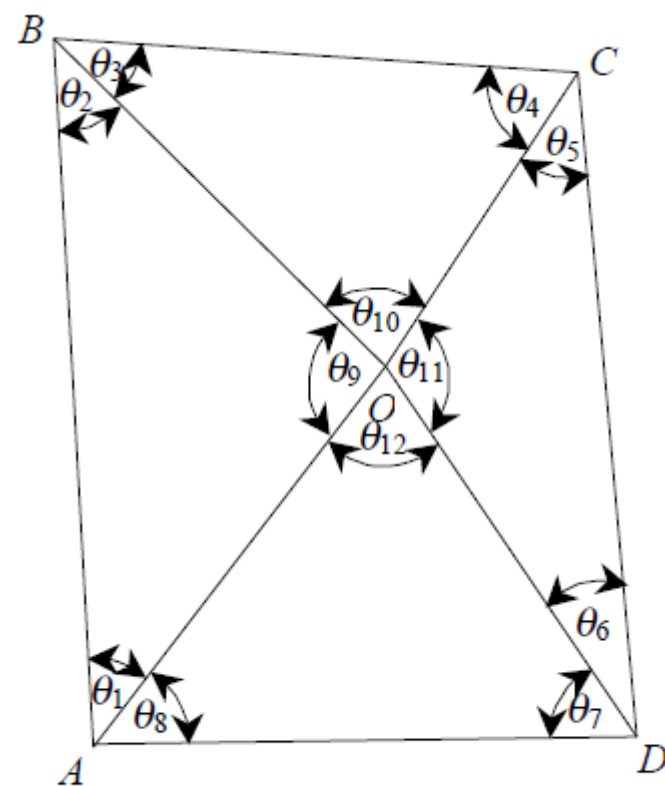


Fig. 5.9

By sine rule in $\triangle ABD$, we have

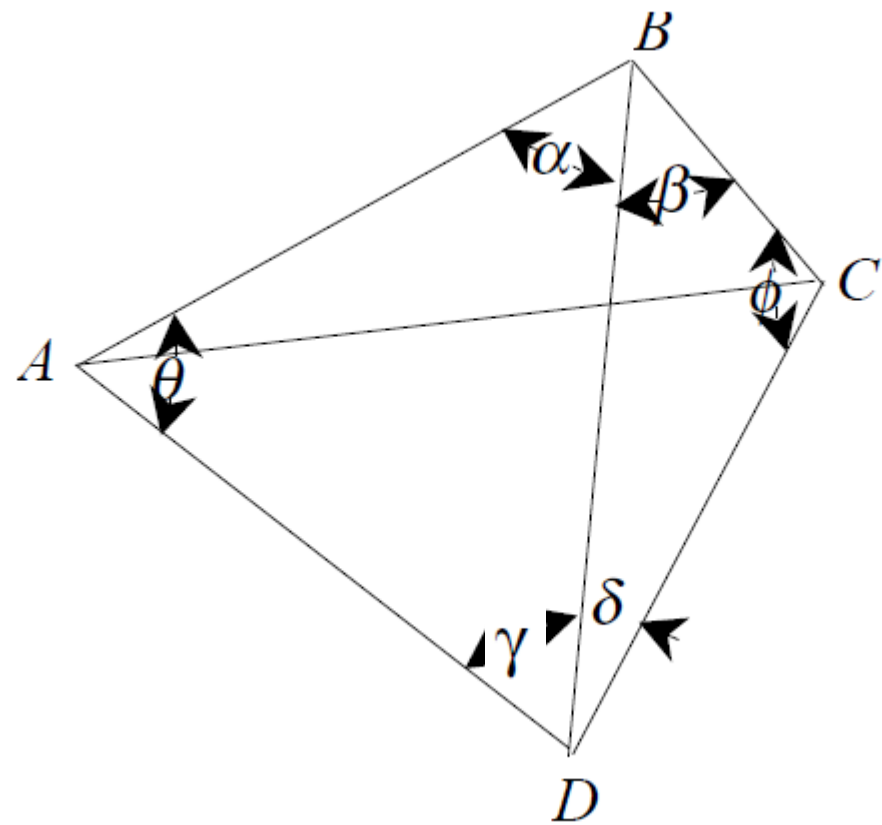
$$\frac{AB}{\sin \gamma} = \frac{BD}{\sin \theta}$$

$$AB = BD \frac{\sin \gamma}{\sin \theta}$$

By sine rule in $\triangle BCD$, we have

$$\frac{BC}{\sin \delta} = \frac{BD}{\sin \phi}$$

$$BC = BD \frac{\sin \delta}{\sin \phi}$$



(2) In a braced quadrilateral (*Figure 6.21*), the final balanced angles should fulfil the following conditions of adjustment, if the figure is to be geometrically correct.

Conditions of adjustment (*Figure 6.21*):

$$\text{Angles } 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 = 360^\circ$$

$$1 + 2 + 3 + 4 = 180^\circ$$

$$3 + 4 + 5 + 6 = 180^\circ$$

$$5 + 6 + 7 + 8 = 180^\circ$$

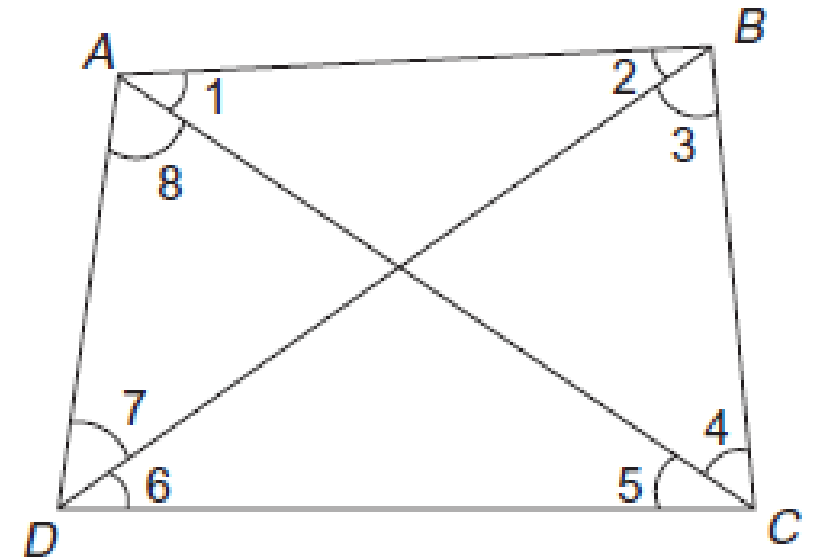
$$7 + 8 + 1 + 2 = 180^\circ$$

$$1 + 2 = 5 + 6$$

$$3 + 4 = 7 + 8$$

Side condition:

$$\sum \log \text{ sines of the odd angles} = \sum \log \text{ sines of the even angles}$$



adjustment. The ‘method of adjustment’ is: (a) adjust angles (1 – 8) to equal 360° ; (b) adjust angles (1 + 2) to equal (5 + 6); (c) adjust angles (3 + 4) to equal (7 + 8); (d) side condition.

Proof of side condition:

From *Figure 6.21* it is required to calculate length CD from base AB .

This may be done via route BC or AD as follows:

$$AB/\sin 4 = BC/\sin 1 \quad \therefore BC = AB \sin 1/\sin 4$$

$$\text{Now } BC/\sin 6 = DC/\sin 3 \quad DC = BC \sin 3/\sin 6 = \frac{AB \sin 1 \sin 3}{\sin 4 \sin 6}$$

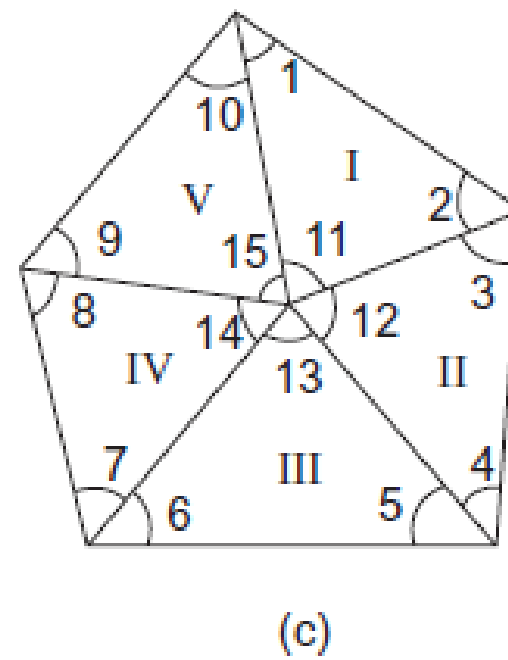
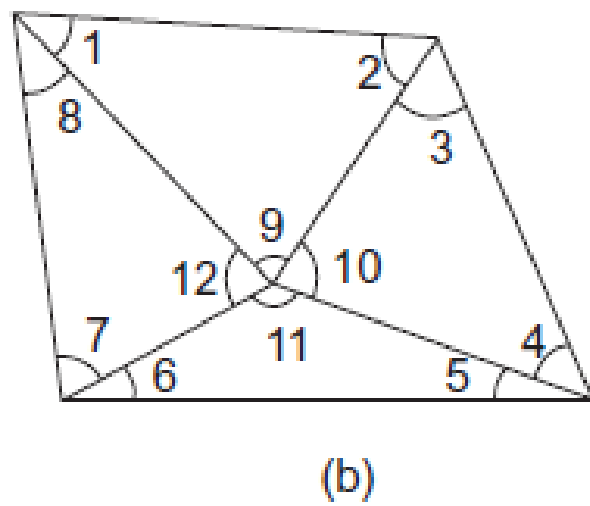
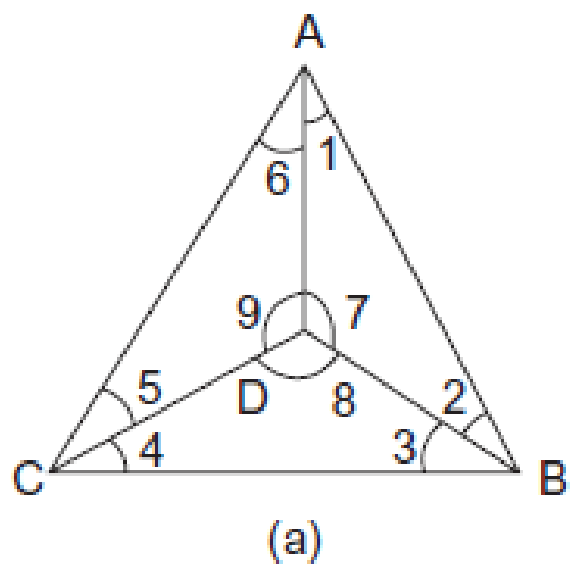
$$\text{Similarly via } AD \quad DC = AB \sin 2 \sin 8/(\sin 7 \sin 5)$$

As there can only be one length for DC , then cancelling AB gives

$$\sin 1 \sin 3/(\sin 4 \sin 6) = \sin 2 \sin 8/(\sin 7 \sin 5)$$

Cross-multiplying and taking logs:

$$\log \sin 1 + \log \sin 3 + \log \sin 5 + \log \sin 7 = \log \sin 2 + \log \sin 4 + \log \sin 6 + \log \sin 8$$



				معادلات زاویه‌ای				معادله ضلعی					
				$1 + 2 + 3 + 4 = 180^\circ$				$\cot g 1V1 - \cot g 2V2 + \cot g 3V3 + \dots = C4 = 1 - S^\theta$					
				$5 + 6 + 7 + 8 = 180^\circ$				$\theta = 1,0008$					
				$1 + 2 + 7 + 8 = 180^\circ$				$P = 206265$					
				تصحیحات مربوط به معادلات زاویه‌ای				تصحیح مربوط به معادله ضلعی					
زاویه	مقادیر مشاهده شده			C1/4	C2/4	اولین مقادیر سرشکن شده		C3 4	دومین مقادیر سرشکن شده		$\frac{PC4}{\sum \cot \theta}$	زاویه‌ای سرشکن شده نهایی	
1	84	07	56	+3	0	84	08	59	-4	84	07	55	84 08 57/5
2	40	10	33	+3	0	40	10	36	-5	40	10	31	40 08 29/5
3	16	11	17	+3	0	16	11	20	+4	16	11	24	16 11 26/5
4	39	29	50	+3	0	39	29	53	+5	39	30	58	39 29 56/5
5	75	03	02	0	-4	75	02	58	+5	75	03	03	75 03 05/5
6	46	15	28	0	-4	49	15	24	+5	49	15	29	49 15 26/5
7	30	05	21	0	-4	30	05	17	-5	30	05	12	30 05 14/5
8	25	36	25	0	-4	25	36	21	-5	25	36	16	25 36 13/5
	360	00	04										
												$\sum \cot^\theta = 10.885$	
$1 + 2 + 3 + 4 = 179^\circ 59'48''$ $C1 = 180 - 179^\circ 59' 48'' = +12$ $C1/4 = +3''$				$5 + 6 + 7 + 8 = 180^\circ 00' 16''$ $C2 = 180 - 180 00 16 = 16''$ $C2/4 = -4''$				$1 + 2 + 7 + 8 = 180^\circ 00 19''$ $C3 = 180^\circ - 180^\circ 00 19'' = 19$ $C3/4 = -4.5$				$S^\theta = 0.99986996$ $C4 = 1 - S^\theta = 1 - S^\theta = 0.00013004$ $V = \frac{PC4}{\sum \cot \theta} = 2.46''$	

کنترل نقشه برداری

کنترل ۳ بعدی شبکه برای پروژه های مهم سازه ای مانند تونل ها ، برج ها و ... به صورت عمومی با روش های زیر انجام می شود :

- ۱- مثلث بندی
- ۲- ۳ ضلع بندی
- ۳- ترکیبی از ۱ و ۲
- ۴- پیمایش توسط فاصله یاب الکترونیکی (EDM)

در نقشه برداری پیشرفته ، محبوب ترین روش ، همان روش استفاده از EDM ها است ، که در حد سایر روش ها دقیق می باشد و همچنین هزینه اجرای این روش به مراتب پایین تر و اقتصادی تر است . روش ۳ ضلع بندی با اینکه از نظر تئوری مناسب به نظر می آید اما به دلیل سخت بودن آزمایش داده ها و همچنین محاسبات کامپیوتری بسیار زیاد ، به صورت گسترده مورد استفاده قرار نمی گیرد . روش سوم نیز به صورت گسترده ای برای کنترل بیشتر روی خطای مقیاس در مثلث بندی مورد استفاده نقشه برداران قرار می گیرد .

۱-۲ مثلث بندی :

با این که محدوده مربوط به سازه ها نسب به نقشه های ملی بسیار کوچک است ، در این موارد دقت مورد نیاز برای کنترل نقشه برداری از مرتبه های بسیار بالا است . مانند اندازه گیری های مربوط به تونل های بلند یا تغییر شکل سد ها .
قاعده کلی این روش توسط شکل ۱-۲ نمایش داده شده است . اگر همه زوایا اندازه گیری شوند ، در این صورت مقیاس شبکه (مجهولات) توسط اندازه گیری یک ضلع به دست می آید . پس هر خطایی در اندازه گیری خطوط امتداد گزاری شده (baseline) باعث ایجاد خطاهای دیگر در شبکه می شود . برای کنترل این خطا باید نقاط کنترلی ، در سرتاسر پیمایش در نظر گرفت . خطای مقیاس به اختلاف میان مقدار اندازه گیری شده و مقدار محاسبه شده گفته می شود . با استفاده از baseline ها و زوایای سرشکنی شده می توان مختصات نقاط مجهول را به دست آورد .

مناسب ترین فضا برای روش مثلث بندی فضاهای باز با دسترسی فواصل طول بلند می باشد ، در مناطق شهری از سقف های ساختمان ها برای مثلث بندی استفاده می شود ، به این صورت که ایستگاه های کنترل بر روی سقف ساختمان های قابل دسترسی قرار داده می شود .

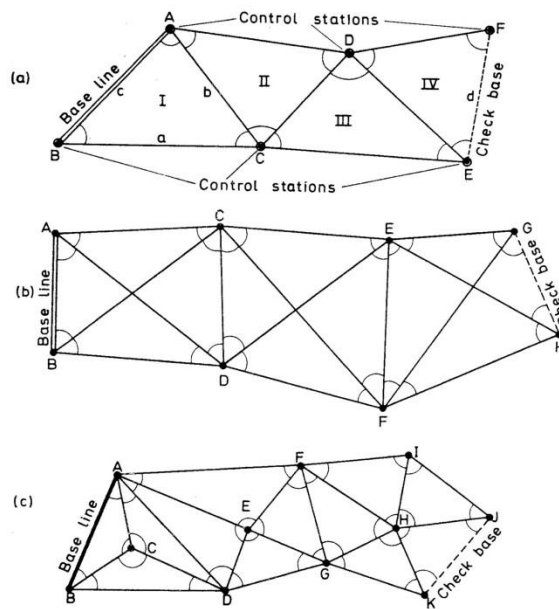


Figure 2.1 (a) Chain of simple triangles, (b) braced quadrilaterals and (c) polygons with central points

سرشکنی زوایای شبکه ها با استفاده از معادلات شرط

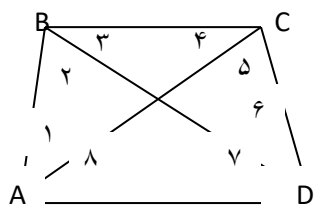
Approximate solution

الف - روش تقریبی

یکی از روشهای سرشکنی زوایا روش تقریبی Approximate solution می باشد این روش برای شبکه های ساده ای که فقط

شامل اندازه گیری زوایا می باشند بسیار مناسب است و در صورت افزایش پوشش مثلثها و اندازه گیریهای طول در شبکه از

روشهای دیگر می بایست استفاده گردد برای مثال شبکه چهار ضلعی با دو قطر زیر را در نظر می گیریم زوایای ۱ تا ۸



$$<1 \quad 84 \quad 07 \quad 56$$

$$<2 \quad 40 \quad 10 \quad 33$$

$$<3 \quad 16 \quad 11 \quad 17$$

$$<4 \quad 39 \quad 29 \quad 50$$

$$<5 \quad 75 \quad 03 \quad 02$$

$$<6 \quad 49 \quad 15 \quad 28$$

$$<7 \quad 30 \quad 05 \quad 21$$

$$<8 \quad 25 \quad 36 \quad 25$$

جهت سرشکنی زوایا به روش فوق معادلات مستقل شرط زوایه ای وضعی زیر را در نظر میگیریم:

$$a) \quad 1 + 2 + 3 + 4 = 180$$

$$b) \quad 5 + 6 + 7 + 8 = 180$$

$$c) \quad 1 + 2 + 7 + 8 = 180$$

$$d) \quad \frac{\sin 1 \sin 3 \sin 5 \sin 7}{\sin 2 \sin 4 \sin 6 \sin 8} = 1$$

ملاحظه می‌گردد که سه معادله شرط زاویه ای، خطی می‌باشد، یعنی میتوان آنها به صورت ترکیب خطی از مقادیر مشاهده و تصحیحات مجهول نوشت. بنابر این سه معادله اول به صورت زیر مشخص میشود:

$$\begin{aligned} a) \quad & 1 + v_1 + v_2 + 3 + v_3 + 4 + v_4 = 180 \\ b) \quad & 5 + v_5 + 6 + v_6 + 7 + v_7 + 8 + v_8 = 180 \\ c) \quad & 1 + v_1 + 2 + v_2 + 7 + v_7 + 8 + v_8 = 180 \\ & v_1 + v_2 + v_3 + v_4 = c_1 \\ & v_5 + v_6 + v_7 + v_8 = c_2 \\ & v_1 + v_2 + v_7 + v_8 = c_3 \end{aligned}$$

مقدار c_1, c_2, c_3 به ترتیب نشان‌دهنده اختلاف برای هر مثلث می باشد با توجه به خطی نمودن معادله شرط ضلعی به ترتیب زیر عمل می نمائیم.

معادله (1d) را می توان به صورت زیر نوشت:

$$f = \frac{\sin 1 \sin 3 \sin 5 \sin 7}{\sin 2 \sin 4 \sin 6 \sin 8} - 1 = ss - 1 \quad (3)$$

با توجه به بسط مرتبه اول تابع F به سری فیلورا خواهیم داشت:

$$F + \frac{5s}{51} \bullet d_1 + \frac{5s}{5s} \bullet d_2 + \dots = 0 \quad (4)$$

که در آن $F_0 = S_0 - 1$ به ازای زوایای مشاهده شده می باشد اکنون خواهیم داشت:

$$\frac{5S}{51} = \left(\frac{\sin 1 \sin 3 \sin 5 \sin 7}{\sin 2 \sin 4 \sin 6 \sin 8} \right) \frac{\cos 1}{\sin 1}$$

با ضرب طرفین در $\frac{\sin 1}{\sin 1}$ خواهیم داشت:

$$= \left(\frac{\sin 1}{\sin 2} \frac{\sin 3}{\sin 4} \frac{\sin 5}{\sin 6} \frac{\sin 7}{\sin 8} \right) \frac{\cos 1}{\sin 1}$$

$$= S_0 \cot 1$$

اما می توان $S_0 = 1$ در نظر گرفت در این صورت:

$$\frac{5S}{51} = \cot 1, \quad \frac{5s}{52} = -\cot 2, \quad \frac{5s}{53} = \cot 3, \dots \quad (5)$$

در صورتیکه $d1 = v1, d2 = v2, \dots$

معادله شرط ضلعی (1d) به صورت شرطی خطی زیر بدست خواهد آمد که در آن $c4 = f \circ$ می باشد.

$$\cot 1.v_1 - \cot 2.v_2 + \cot 3.v_3 - \dots = c_4 \quad (6)$$

بنابراین با توجه به معادلات (6) و (2) دارای چهار معادله خطی مستقل از باقیمانده یا تصحیحات می باشیم.

جهت سرشکنی اختلافات و بدست آوردن تصحیحات نهایی به ترتیب زیر عمل می نمائیم

۱- فرض می نمائیم زوایای دارای تصحیحات مساوی باشند بنابر این مقدار تصحیح $v = \frac{C_1}{4}$ را برای معادله اعمال میکنیم که

در آن می باشد

۲- با توجه به معادله (2-b) مقدار تصحیح $v = \frac{C_2}{4}$ را بر روی زوایای این معادله اعمال می کنیم.

۳- زوایای معادله (2-c) را نیز به همین ترتیب سرشکنی می نمائیم یعنی مقدار تصحیح برابر $v = \frac{C_3}{4}$ می باشد. در

اینجا لازم به ذکر است پس از اعمال تصحیح به زوایای این معادله این تصحیح نیز باید با علامت مخالف بر روی دیگر

زوایای اعمال گردد زوایای استفاده شده است در محاسبه C_3 از اولین مقادیر سرشکن شده می باشد.

۴- با توجه به مساوی بودن تصحیحات معادله (6) را می توان به صورت زیر در نظر گرفت.

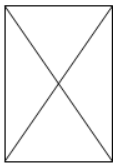
$$V(\cot 1 + \cot 2 + \cot 3 + \dots) = C_4 \quad (7)$$

بنابر این میزان تصحیح لازم برابر

$$V = \frac{P.C_4}{\sum \cot \theta}$$

$$P = 206265, C_4 = 1 - S_0, \cot 1 + \cot 2 + \cot 3 + \dots + \cot 8 = \sum \cot \theta \quad (8)$$

می باشد. لازم بذکر است که میزان تصحیح بدست آمده برای زوایای زوج با علامت مخالف اعمال می گردد. به منظور بهتر نشان داده این روش مثال فوق را به صورت جدولی نموده این که کلید مراحل سرشکنی رابه وضوح نمایش می دهد.

معلومات زاویه‌ای			معادله ضلعی				
 $1 + 2 + 3 + 4 = 180^\circ$$5 + 6 + 7 + 8 = 180^\circ$$1 + 2 + 7 + 8 = 180^\circ$			$\cot g 1P1 - \cot g 2P2 + \cot g 3P3 + ... = C4 = 1 - S^0$$\theta = 1,0008$$P = 206265$ $= \frac{PC4}{\sum \cot \theta}$				
زاویه	مقادیر مشاهده شده	تصحیحات مربوط به معلومات زاویه‌ای				تصحیح مربوط به معادله ضلعی	
		C1/4	C2/4	اولین مقادیر سرشکن شده	دومین مقادیر سرشکن شده	$\frac{PC4}{\sum \cot \theta}$	زاویای سرشکن‌شده نهایی
1	84 07 56	+3	0	84 08 59	-4 84 07 55	+2/5	84 08 57/5
2	40 10 33	+3	0	40 10 36	-5 40 10 31	-2/5	40 08 29/5
3	16 11 17	+3	0	16 11 20	+4 16 11 24	+2/5	16 11 26/5
4	39 29 50	+3	0	39 29 53	+5 39 30 58	-2/5	39 29 56/5
5	75 03 02	0	-4	75 02 58	+5 75 03 03	+2/5	75 03 05/5
6	46 15 28	0	-4	49 15 24	+5 49 15 29	-2/5	49 15 26/5
7	30 05 21	0	-4	30 05 17	-5 30 05 12	+2/5	30 05 14/5
8	25 36 25	0	-4	25 36 21	-5 25 36 16	-2/5	25 36 13/5
360 00 04						$\sum \cot^{\circ} = 10.885$	
1 + 2 + 3 + 4 = 179° 59'48"		5 + 6 + 7 + 8 = 180° 00' 16"		1 + 2 + 7 + 8 = 180° 00 19"		$S^{\circ} = 0.99986996$ $C4 = 1 - S^{\circ} = 1 - S^{\circ} = 0.00013004$ $V = \frac{PC4}{\sum \cot \theta} = 2.46''$	
C1 = 180 - 179°59' 48" = +12		C2 = 180 - 180		C3 = 180° - 180° 00 19" = 19			
C1 / 4 = +3"		C2 / 4 = -4"		C3 / 4 = -4.5			

جدول شماره (۱)

least squares solutions

ب- روش کمترین مربعات

جهت بدست آوردن مشاهدات سرشکن شده در انواع شبکه های نقشه برداری نی توان از روش مقادیر سرشکن شده مشاهدات به صورت فرم برداری زیر محاسبه می گردند.

$$\hat{L} = \bar{L} + \hat{V} \quad (9)$$

که در آن $\bar{L}$ بردار مشاهدات و $\hat{V}$ مقادیر تصحیحات یا برادر اختلافات می باشد جهت تامین مقادیر مجهول Y و معادلات مستقل شرط به صورت خطی به فرم ماتریسی زیر می نویسیم.

$$U \quad v = t \quad (10)$$

که در آن u ماتریس ضرائب مجهولات و Y بردار اختلافات و t بردار مقادیر ثابت می باشد تعداد معادلات مستقل شرط (r) را میتوان از فرمول $r = m - n$ که در آن m تعداد مشاهدات و n تعداد حداقل مشاهدات برای تشکیل یک شبکه می باشد بدست آورد.

با توجه به معادله $Uv = t$ ملاحظه می گردد این سیستم معادلات از نوع $underdetermined$ می باشد یعنی تعداد مجهولات بیش از تعداد معادلات می باشد و طبق بر آوردن کمترین مربعات جواب سیستم معادلات فوق به صورت فرم ماتریسی زیر خواهد بود. (11)

$$\hat{V} = PP^T (UPU^T)^{-1}t$$

که در آن P ماتریس وزن مشاهدات می باشد که در اینجا $P = I$ فرض می شود. به منظور بهتر نشان دادن روش فوق مثال قسمت الف را حل می کنیم.

مثال:

ابتدا معادلات شرط را تشکیل می دهیم تعدا این معادلات با توجه به فرمول $r = m - n$ برابر $r = 8 - 4 = 4$ معادله خواهد بود بنابراین ۴ معادله شرط (سه معادله شرط زاویه ای و یک ضلعی) در شبکه فوق انتخاب می نمائیم معادلات باید به فرم خطی باشند در غیر این صورت معادلات غیر خطی را به صورت خطی تبدیل می کنیم (با استفاده از بسط به سری تیلور) بنابر این خواهیم داشت.

$$\begin{aligned} v_1 + v_2 + v_3 + v_4 &= 180^\circ - (1 + 2 + 3 + 4) \\ v_5 + v_6 + v_7 + v_8 &= 180^\circ - (5 + 6 + 7 + 8) \\ v_3 + v_4 + v_5 + v_6 &= 180^\circ - (3 + 4 + 5 + 6) \\ \cot 1 v_1 - \cot g 2 v_2 + \dots &= 1 - \frac{\sin 1 \sin 3 \sin 5 \sin 8}{\sin 2 \sin 4 \sin 6 \sin 8} \end{aligned} \quad (12)$$

پس از جایگذاری مشاهدات در معادلات و با توجه به خطی بودن آن معادلات فوق را به صورت ماتریس زیر می نویسیم .

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & o & o & o & o \\ o & o & o & o & 1 & 1 & 1 & 1 \\ o & o & 1 & 1 & 1 & 1 & o & o \\ o.1028 & -101843 & 3.4445 & -1.2132 & 0.2670 & -0.8614 & 1.7258 & -2.0865 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ v_4 \\ v_5 \\ v_6 \\ v_7 \\ v_8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 12 \\ -16 \\ 17 \\ 46.14 \end{bmatrix}$$

با توجه به فرمول (11) خواهیم داشت:

$$P=I$$

$$N = UPU^T = UIU^T = \begin{bmatrix} 4 & o & 2 & 1.1498 \\ o & 4 & 2 & o.Q551 \\ 1.14q8 & o.q551 & 1.636q & 22.8q47 \end{bmatrix}$$

معکوس ماتریس N برابر است:

$$N^{-1} = \begin{bmatrix} 0.3754 & 0.127q & -0.2535 & 0.0046 \\ 0.127q & 0.3q34 & -0.2727 & 0.02q5 \\ -0.2535 & -0.2727 & 0.5280 & -0.0364 \\ 0.0046 & 0.02q5 & -0.0364 & 0.0473 \end{bmatrix}$$

$$V = PU^T N^{-1} t = I \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0.1028 \\ 1 & 0 & 0 & -1.1843 \\ 1 & 0 & 1 & 3.4445 \\ 1 & 0 & 1 & -1.2132 \\ 0 & 1 & 1 & 0.2670 \\ 0 & 1 & 1 & -0.8614 \\ 0 & 1 & 0 & 1.7258 \\ 0 & 1 & 0 & -2.0865 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.3754 & 0.1279 & -0.2535 & 0.0046 \\ 0.1271 & 0.3934 & -0.2727 & 0.0295 \\ -0.2535 & -0.2727 & 0.5280 & -0.0364 \\ 0.0046 & 0.0295 & -0.0364 & 0.0473 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 12'' \\ 1-16'' \\ 17'' \\ 46.14'' \end{bmatrix}$$

پس از ضرب ماتریسهای فوق خواهیم داشت:

$$V = \begin{bmatrix} -1.52 \\ -2.99 \\ 10.94 \\ 5.60 \\ 0.89 \\ -0.40 \\ -6.06 \\ -10.43 \end{bmatrix} \Rightarrow \hat{L} = \bar{L} + V \quad + \quad \begin{bmatrix} -1.52 \\ -2.99 \\ 10.94 \\ 5.60 \\ 0.89 \\ -0.40 \\ -6.06 \\ 10.43 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 84^{\circ}07'57.43 \\ 40^{\circ}10'33.01 \\ 16^{\circ}11'30.94 \\ 39^{\circ}29'58.60 \\ 75^{\circ}03'02.89 \\ 49^{\circ}15'27.60 \\ 30^{\circ}05'14.94 \\ 25^{\circ}36'14.57 \end{bmatrix}$$

چنانچه ملاحظه می گردد روش برآورد کمترین مربعات یک روش کلی بوده و می توان در هر شبکه بکار گرفته شود و این روش نیاز به محاسبات ماتریسی (ضرب در ماتریکس و معکوس ماتریس) دارد که با توجه به پیشرفت کامپیوتر این روش از سرعت بالایی برخوردار می باشد.

با مقایسه دو روش اختلاف، بین مقادیر محاسبه شده در جدول زیر بدست آمده است:

اختلاف روش کمترین مربعات روش تقریبی زاویه

$$\begin{aligned} 1 &\rightarrow 84^{\circ}08'57.5'' - 84^{\circ}07'57.48'' = 0.02 \\ 2 &\rightarrow 40^{\circ}10'29.5'' - 40^{\circ}10'33.01'' = -3.51 \\ 3 &\rightarrow 16^{\circ}11'26.5'' - 16^{\circ}11'30.94'' = -4.44 \\ 4 &\rightarrow 39^{\circ}29'56.5'' - 39^{\circ}29'58.60'' = -2.1 \\ 5 &\rightarrow 75^{\circ}03'05.5'' - 75^{\circ}03'02.89'' = 2.5 \\ 6 &\rightarrow 49^{\circ}15'26.5'' - 49^{\circ}15'27.94'' = 1.0 \\ 7 &\rightarrow 30^{\circ}05'14.5'' - 30^{\circ}05'14.94'' = 0.5 \\ 8 &\rightarrow 30^{\circ}36'13.5'' - 25^{\circ}36'14.57'' = 1.0 \end{aligned}$$

□

اختلاف دو روش در مورد چند ثانیه می باشد بنابراین در بیشتر کاربردها روش تقریبی مناسب می باشد.

لازم بذکر است که بکار گیری معادلات شرط مختلف در روش تقریبی نتایج مختلفی برای تصحیحات می دهد و این یکی از معایب این روش می باشد.

1	1	1	1	0	0	0	0
0	0	0	0	1	1	1	1
0	0	1	1	1	1	0	0
0.1028	-1.1844	3.4447	-1.2132	0.2670	-0.8614	1.7258	-2.0865

-4.1330e-04
-8.8140e-04
0.0032
0.0015
2.5229e-04
-1.5810e-04
-0.0016
-0.0030

0.0033
-0.0044
0.0047
0.0138

alfa =

```
84.131808924369977
40.174951929982591
16.191216576142942
39.498689236171138
75.050807843460333
49.257619677558907
30.087590595044666
25.603981883936090
```

برنامه Mathlab

```

clc
clear all
format long
a=[84 7 56
    40 10 33
    16 11 17
    39 29 50
    75 03 02
    49 15 28
    30 05 21
    25 36 25];
for i=1:8
    alfa(i,1)=(a(i,1)+a(i,2)/60+a(i,3)/3600)*pi/180
    t(i,1)=1/tan(alfa(i,1))
end
u=[1 1 1 1 0 0 0 0
    0 0 0 0 1 1 1 1
    0 0 1 1 1 1 0 0
    t(1,1) -t(2,1) t(3,1) -t(4,1) t(5,1) -t(6,1) t(7,1) -t(8,1)];
s1=sin(alfa(1,1))
s2=sin(alfa(2,1))
s3=sin(alfa(3,1))
s4=sin(alfa(4,1))
s5=sin(alfa(5,1))
s6=sin(alfa(6,1))
s7=sin(alfa(7,1))
s8=sin(alfa(8,1))
c4=(1-(s1*s3*s5*s7)/(s2*s4*s6*s8))*180/pi
c1=(12/3600)
c2=(-16/3600)
c3=(17/3600)
t1=[c1
    c2
    c3
    c4];

v=u'*inv(u*u')*t1

alfa=alfa*180/pi+v

```