

ژئودزی ۱

شکل و اندازه زمین

گروه نقشه برداری دانشکده فنی انقلاب اسلامی

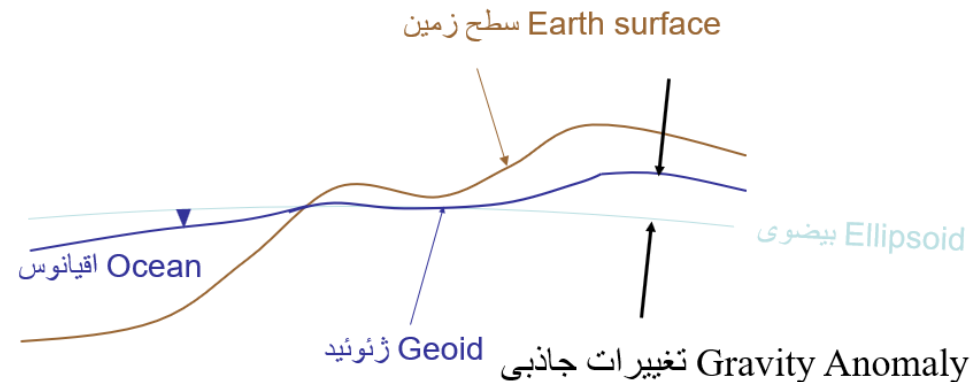
ترم دوم 98-99

جزیرئیان

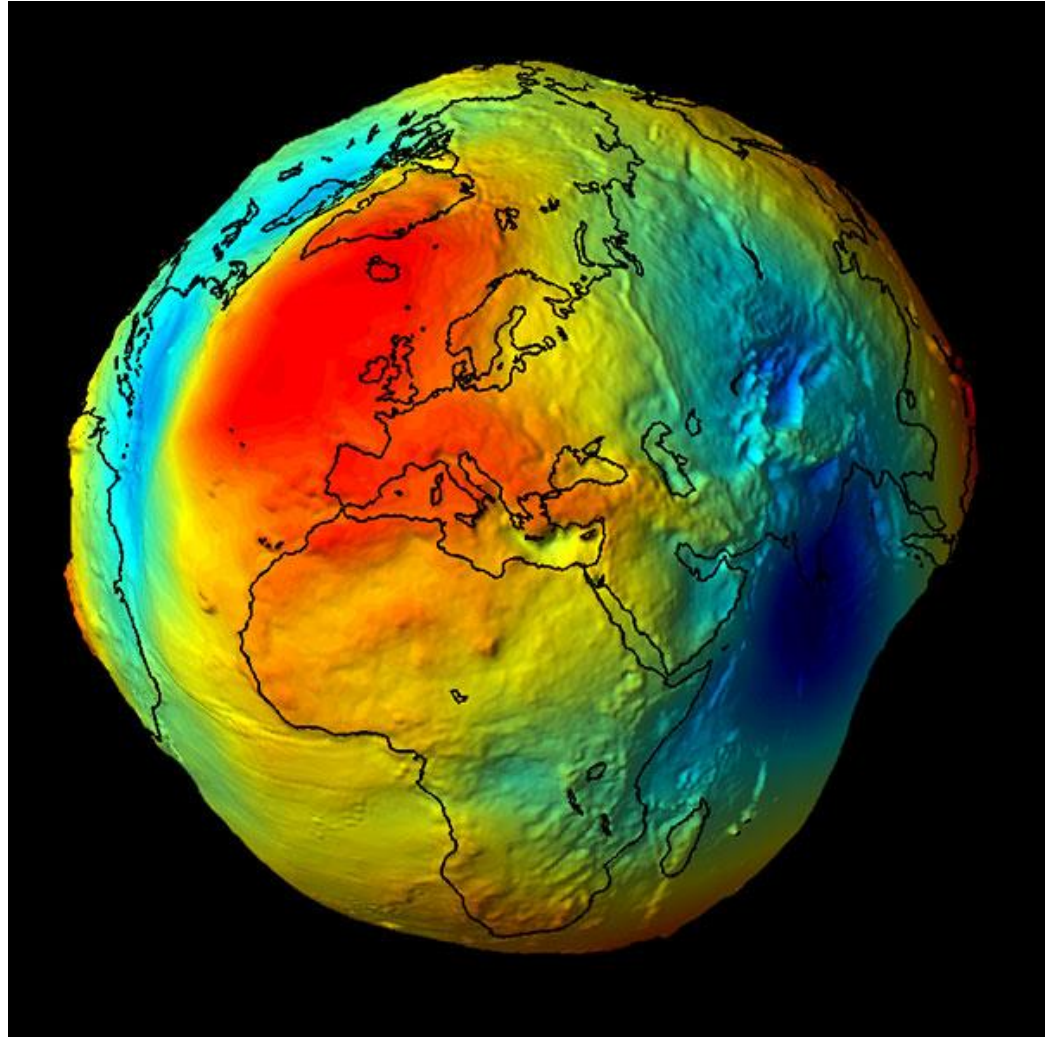
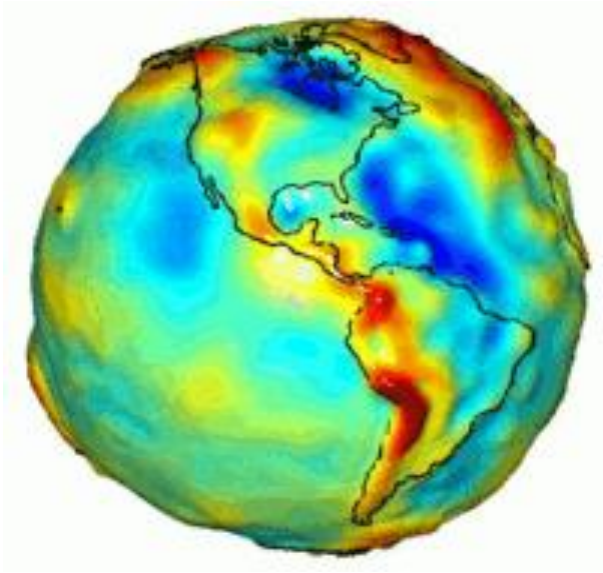
زمین، شکل و اندازه آن

یکی از هدف‌های عمده ژئودزی تعیین شکل و اندازه زمین می‌باشد. بنابراین دانستن یک تصور روشن از معانی شکل و اندازه در ژئودزی از ضروریات است. در ژئودزی وقتی صحبت از شکل (figure) زمین می‌شود، معمولاً آن را به صورت یک جسم صلب در نظر گرفته، تغییرات زمانی حاصل در شکل و اندازه آن را به طور جداگانه مورد مطالعه قرار می‌دهند. این روشی است که ما هم مطابق آن در اینجا عمل خواهیم کرد.

ژئوئید و بیضوی

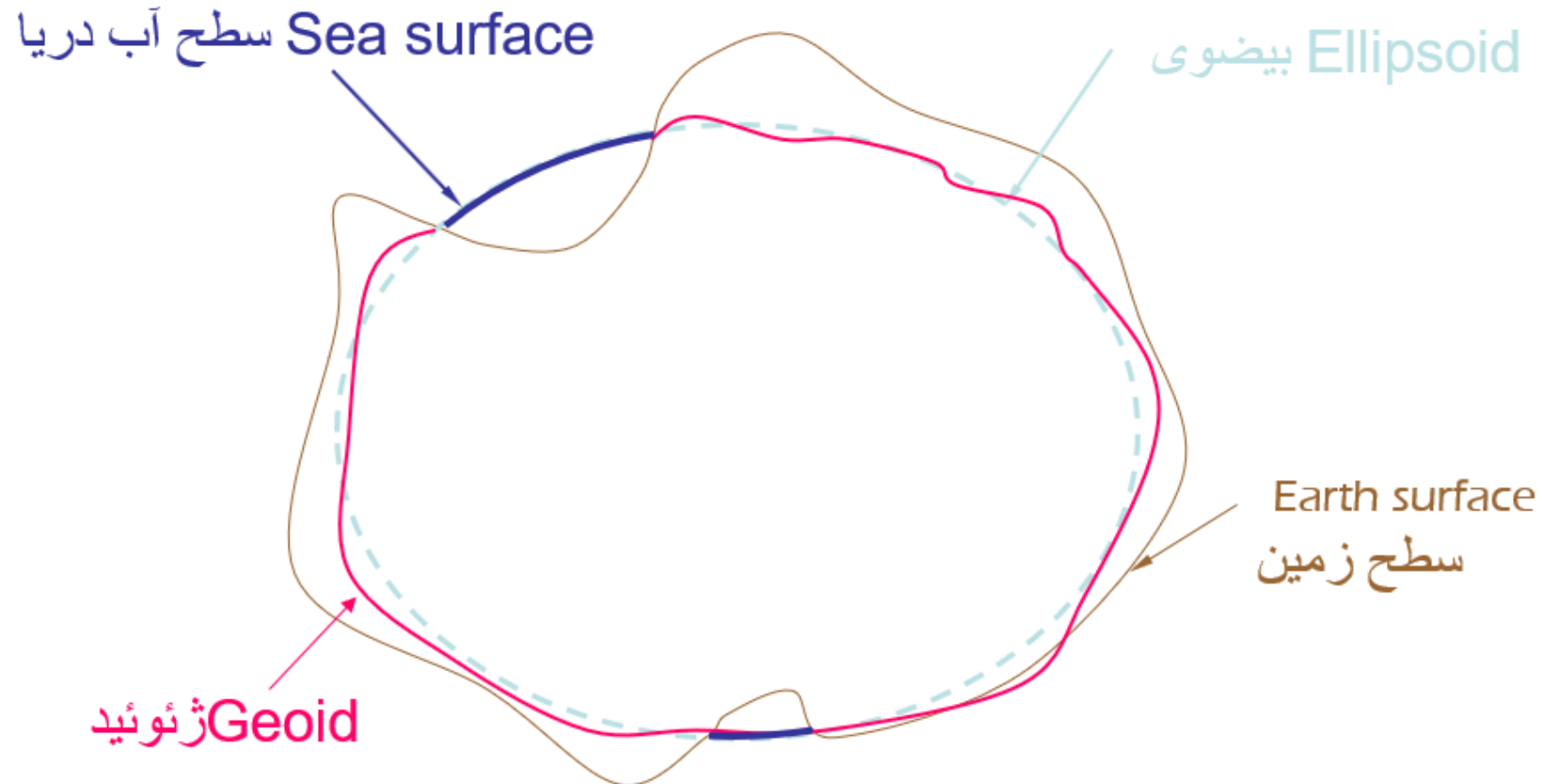


Physical figure of the Earth



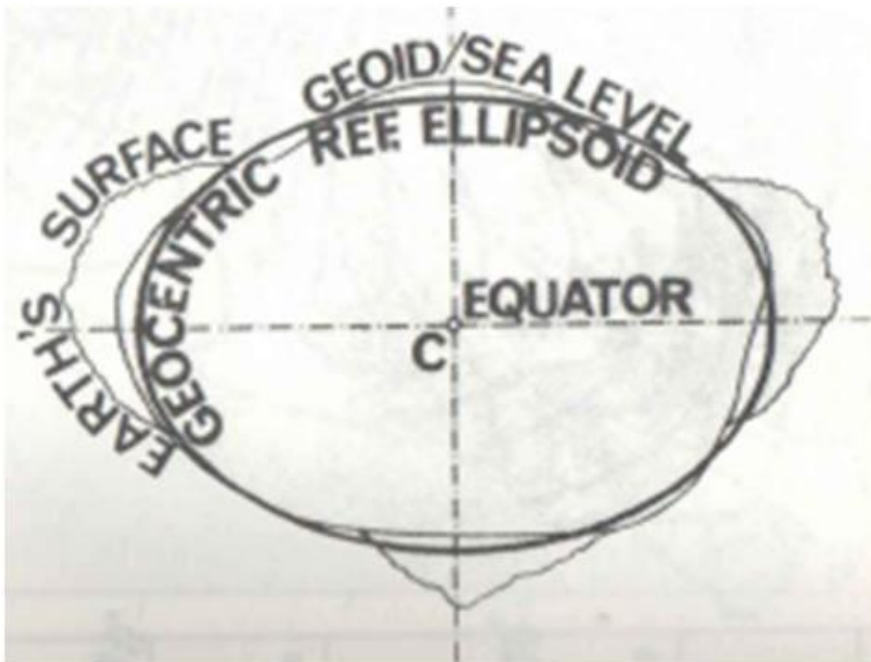
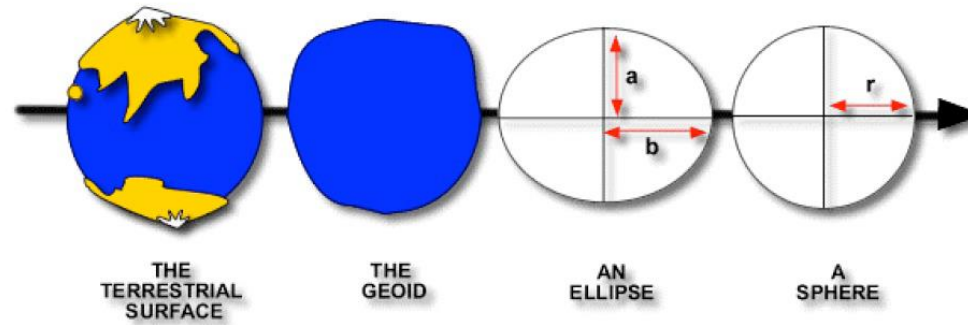
سطوح مبنا

Mean Sea Level is a surface of constant **gravitational potential** called the **Geoid**

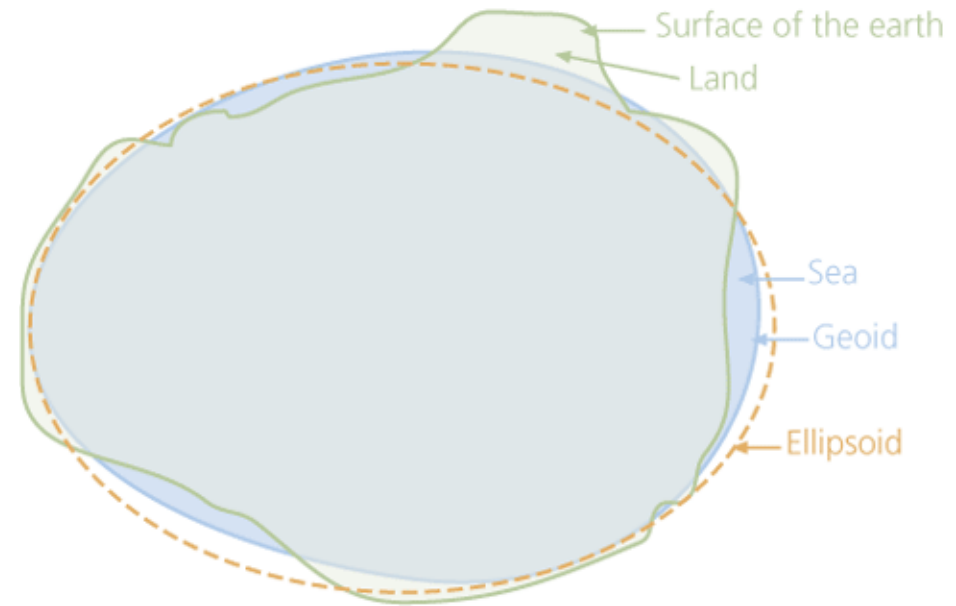


Since the Geoid varies due to local anomalies, we must approximate it with a spheroid

Natural, Physical, Geometrical figures



Model of the Earth

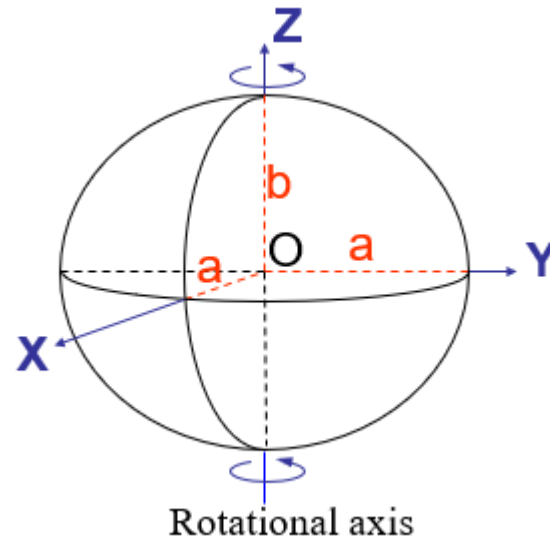
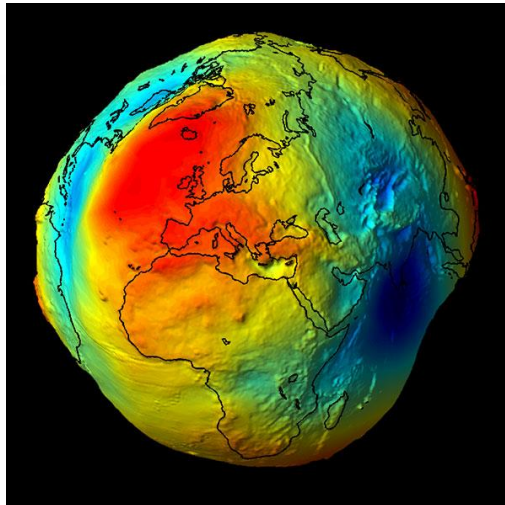


هر کدام از چهار بخش این فصل اختصاص به یکی از چهار نوع سطح مختلف دارد که در ژئودزی برای بیان مدل هندسی سطح زمین به کار می روند. اولین بخش راجع به طبیعت‌ترین سطح زمین یعنی سطح فیزیکی زمین (terrain) که شامل کف اقیانوس ها هم می باشد. سطح فیزیکی زمین از نقطه نظر ریاضی یک سطح پیچیده می باشد. سطح بعدی که یک تفسیر به معنی فیزیکی دارد. ژئوئید می باشد که اشاره ای به آن شد.

ژئوئید یک سطح صافتری است نسبت به سطح زمین ولی هنوز از نظر ریاضی پیچیده بوده و می توان آن را به عنوان یک سطح مبنا در محاسبات هندسی نظیر تعیین موقعیت نقاط بکار برد. مناسبترین سطوح از نقطه نظر محاسبات هندسی، سطوح بیضوی می باشند.

بخش آخر راجع به سطوح پیچیده تر ریاضی (نسبت به بیضوی) است که برای حل دیگر مسائل ژئودزی

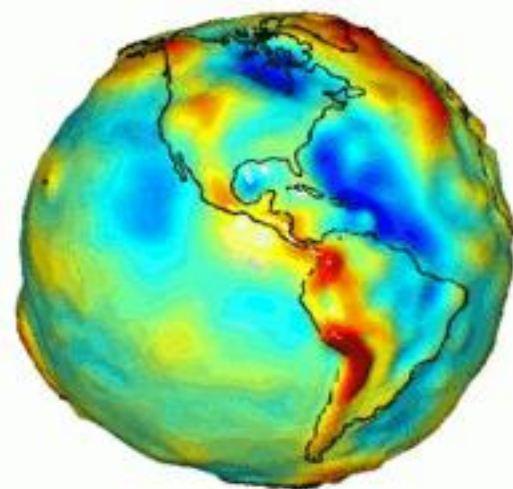
(غیر از تعیین موقعیت) بکار می روند.



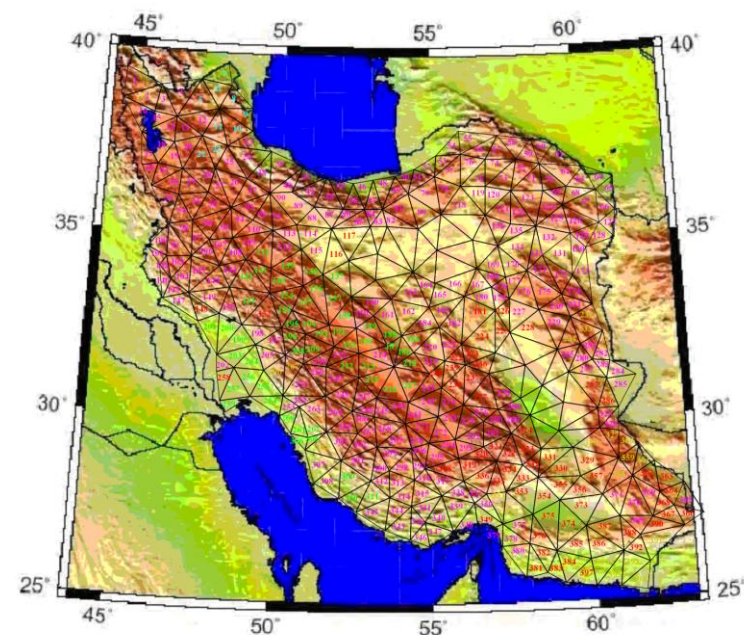
۱ - ۷ - شکل واقعی زمین

وقتی بخواهند شکل سطح زمین فیزیکی قسمتی و یا تمام زمین را نشان دهند معمولاً از انواع نقشه‌های توپوگرافی (تصویری یا عددی) با اشل‌های مختلف استفاده می‌کنند. تهیه این نوع نقشه‌ها هدف مشترک ژئودزی و نقشه‌برداری است. در حال حاضر هفتاد و دو درصد سطح زمین را آب فرا گرفته فقط بیست و هشت درصد کن خشکی است. به دلایل خیلی روشن بیشتر منافع ما در همین بیست و هشت درصد متمرکز شده است. هدف ژئودزی، در مرحله اول، بیان هندسی سطح خشکی‌ها است.

برای بیان ریاضی زمین، یکی می‌تواند یک سری نقاط محدود از سطح زمین را انتخاب کرده موقعیت آنها را در یک سیستم مختصات مشخص معلوم کند. شبکه‌ای از این نقاط می‌تواند یک نوع نمایش سطح فیزیکی زمین باشد. معمولاً این شبکه‌های ژئودزی (geodetic Networks) برحسب اینکه موقعیت نقاط آن چگونه تعریف شده‌اند



به سه گروه تقسیم می شوند. گروه اول شبکه‌هایی که موقعیت هر نقطه آن با یک مختصات (ارتفاع از سطح دریا) مشخص می شوند. اینها را شبکه‌های ارتفاعی (Vertical geodetic Networks) می نامند. تفکیک شبکه‌ها به دو گروه ارتفاعی و مسطحاتی علت تاریخ دارد. در گذشته تعیین موقعیت ارتفاعی و مسطحاتی نقاط بطور جداگانه ساده تر و از نظر اقتصادی با صرفه تر بود. هر کدام از آن شبکه‌ها مستلزم مشاهدات مختلف بوده و کمتر همدیگر را تحت تأثیر قرار می دهند. گروه سوم شبکه‌هایی هستند که موقعیت نقاط آن با سه مختصات مشخص شده است. این گروه را شبکه‌های سه بعدی می نامند.



ایجاد شبکه نقاط کنترل

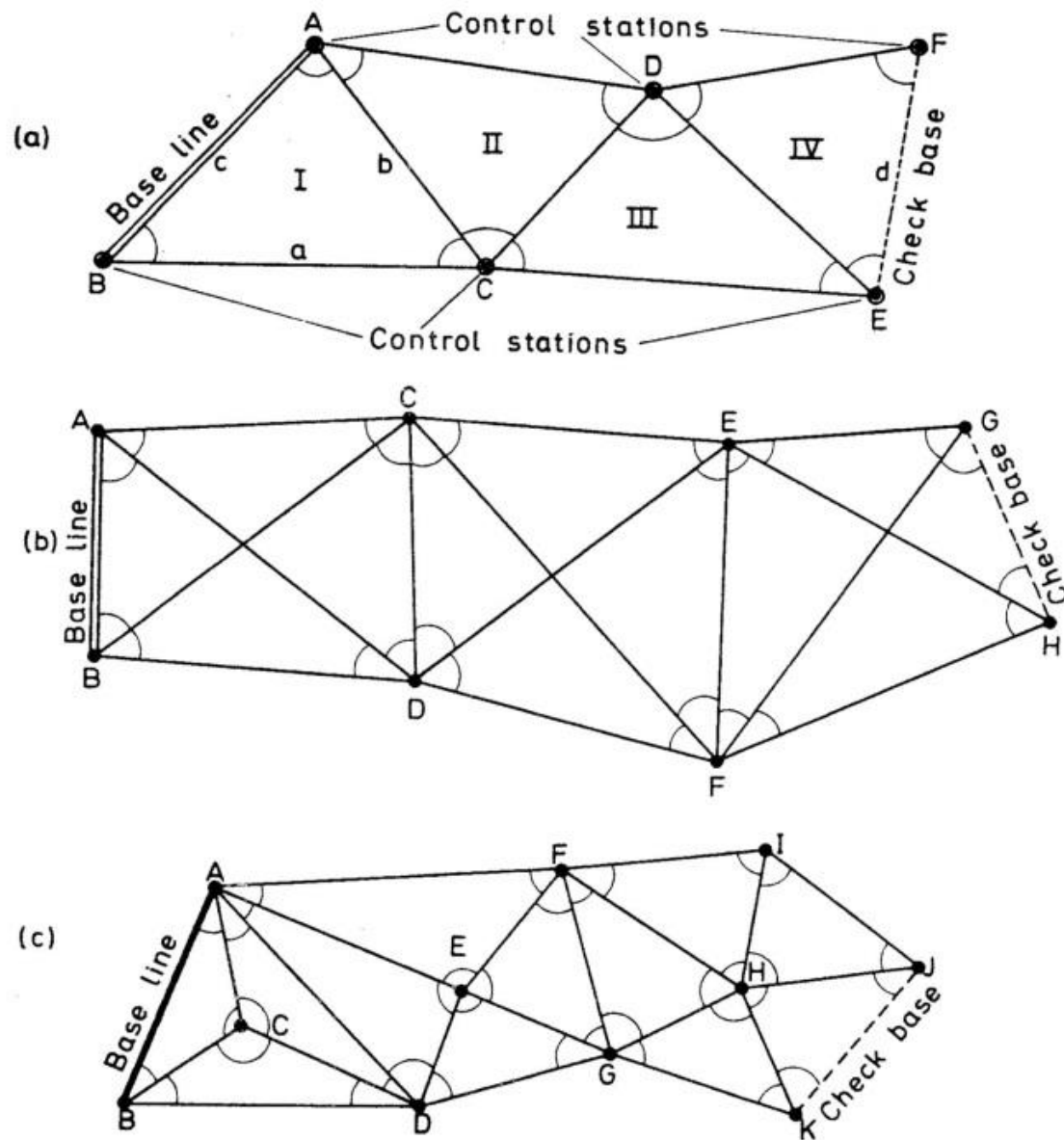
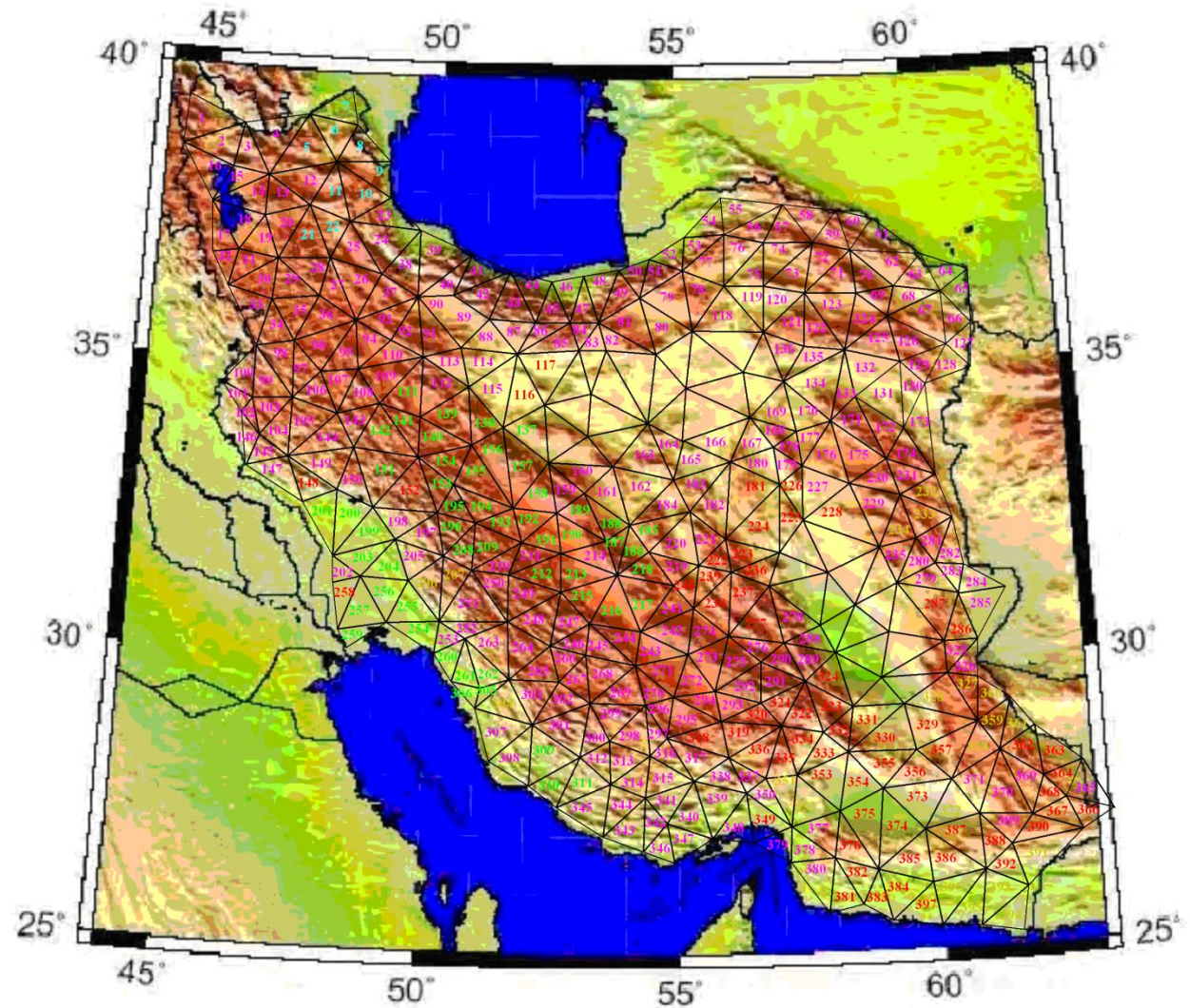
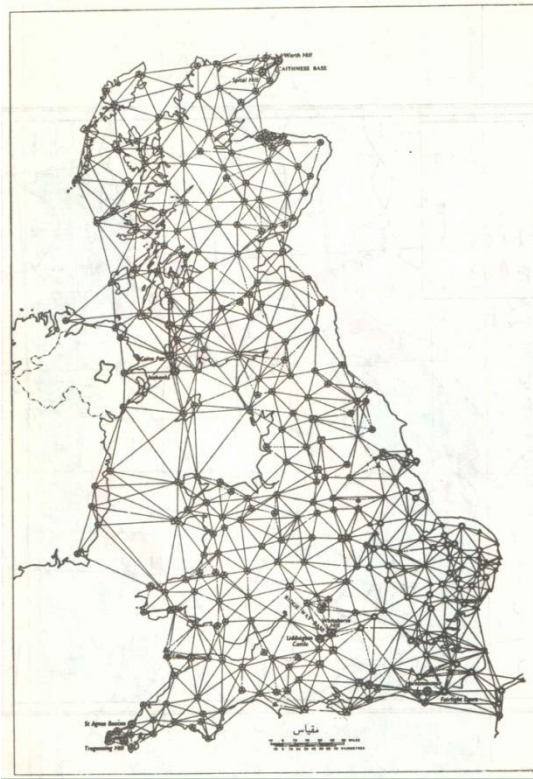
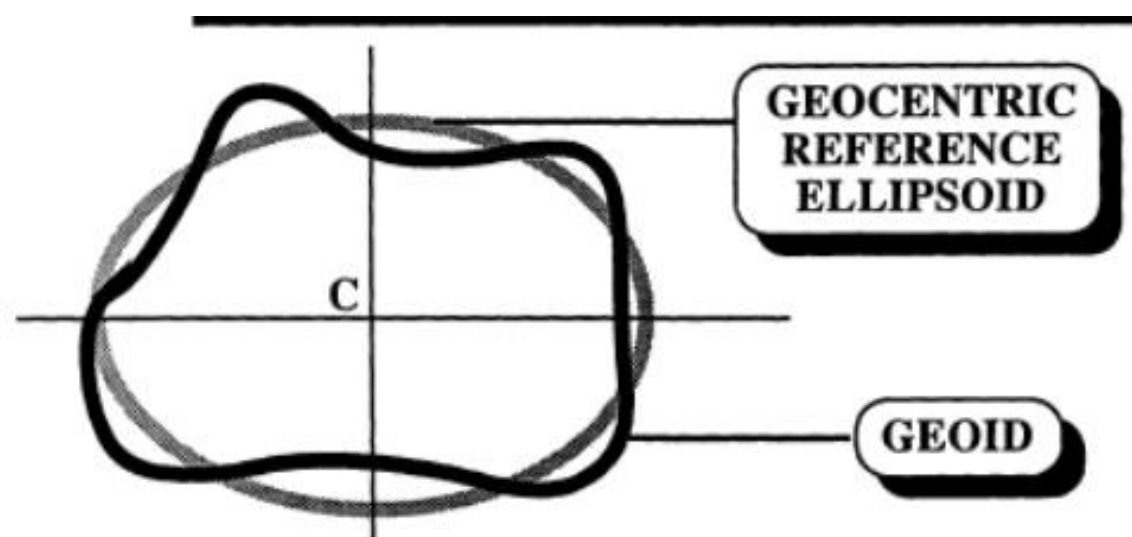


Figure 2.1 (a) Chain of simple triangles, (b) braced quadrilaterals and (c) polygons with central points

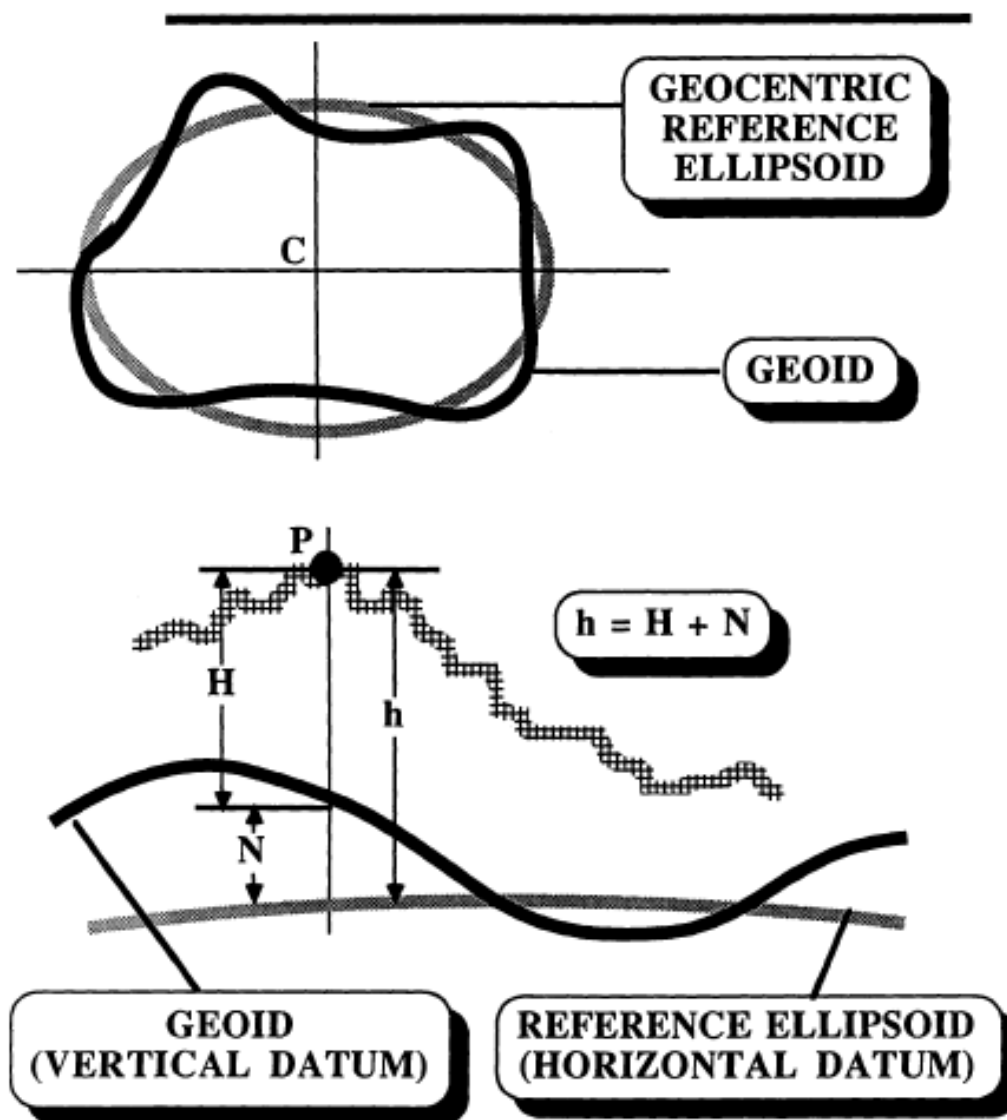
Geodetic Networks



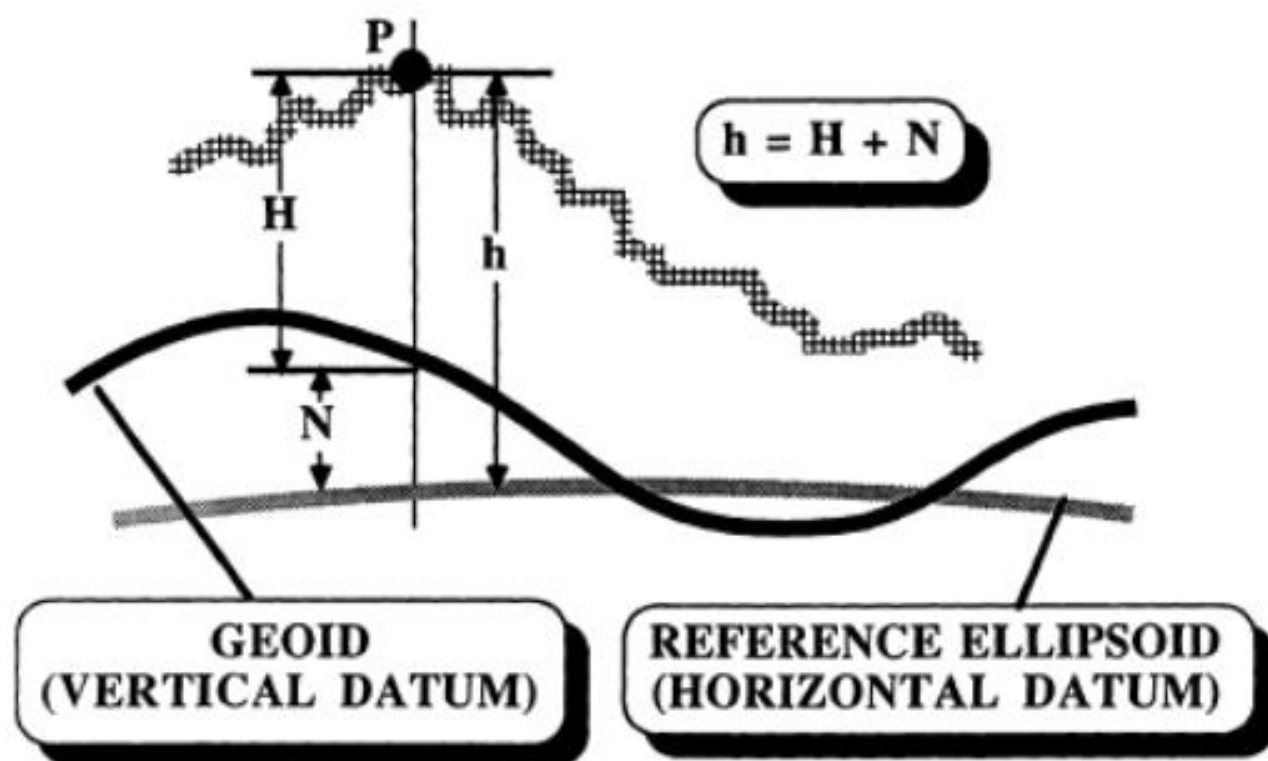
شبکه های ژئودزی مسطحاتی (افقی) متشکل از نقاط مشخص در روی زمین، به وسیله علامت بتونی یا هر علامت دیگر، که مختصات ژئودزی φ و λ آنها در یک سیستم رفرانس مسطحاتی (Haregantal gerdatic datem) معلوم می باشد. موقعیت مسطحاتی نقاط شبکه می تواند بجای (φ و λ) به صورت مختصات (x و y) در صفحه تصویری باشد که ارتباطش با سیستم رفرانس مسطحاتی شناخته شده است در ژئودزی از سیستم های تصویری متشابه (conformal) استفاده می شود. ارتفاع نقاط مسطحاتی، در شبکه مسطحاتی، یا بطور تقریب تعیین می شود و یا اصلاً تعیین نمی شود.



سطوح مبنای مسطحاتی و ارتفاعی



موقعیت‌های عمودی (ارتفاع) H معمولاً نسبت به سطح دریا با به طور دقیق‌تر نسبت به ژئوئید (سطح مبنای ارتفاعات) تعیین می‌شوند. بنابراین گفته می‌شود که ارتفاعات نسبت به ژئوئید یا به زبان معمول نسبت به سطح دریا اندازه‌گیری شده است. اندازه‌گیری‌های روی زمین (ترازیابی) توسط مشاهدات سطح دریا به وسیله دستگاه‌هایی بنام تاید گیج (tide gauges) به سطح دریا متصل می‌شوند. سطوح رفرانس دیگری را بجای سطح دریا می‌توان مورد استفاده قرار داد.

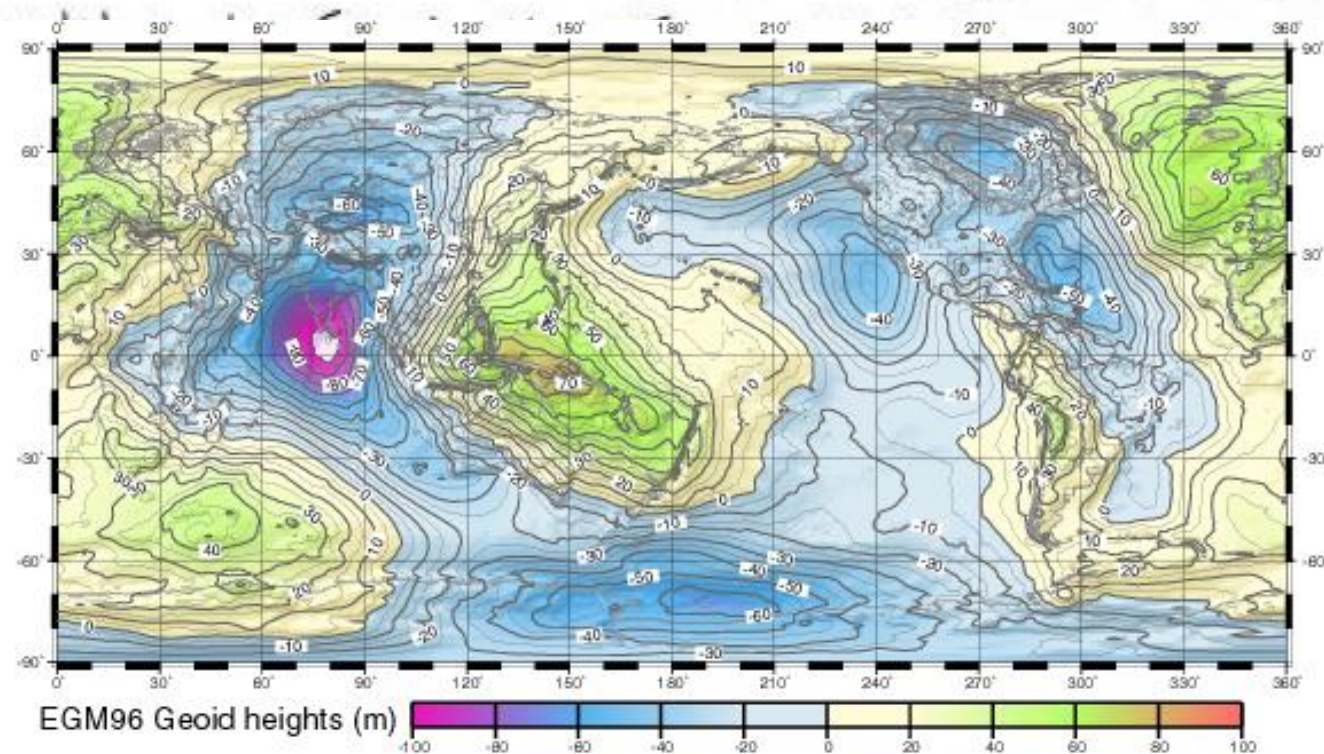


Levelling Networks

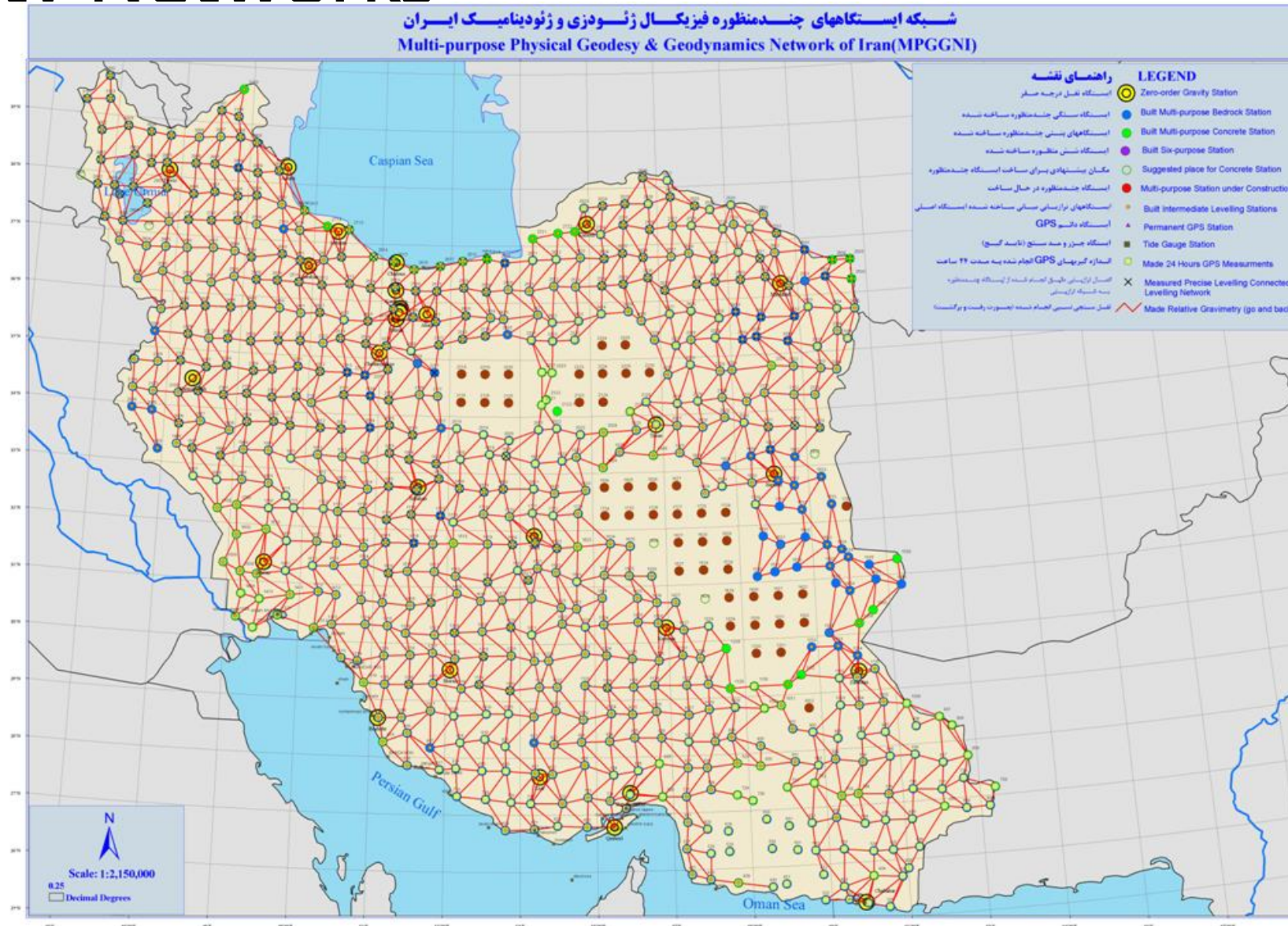


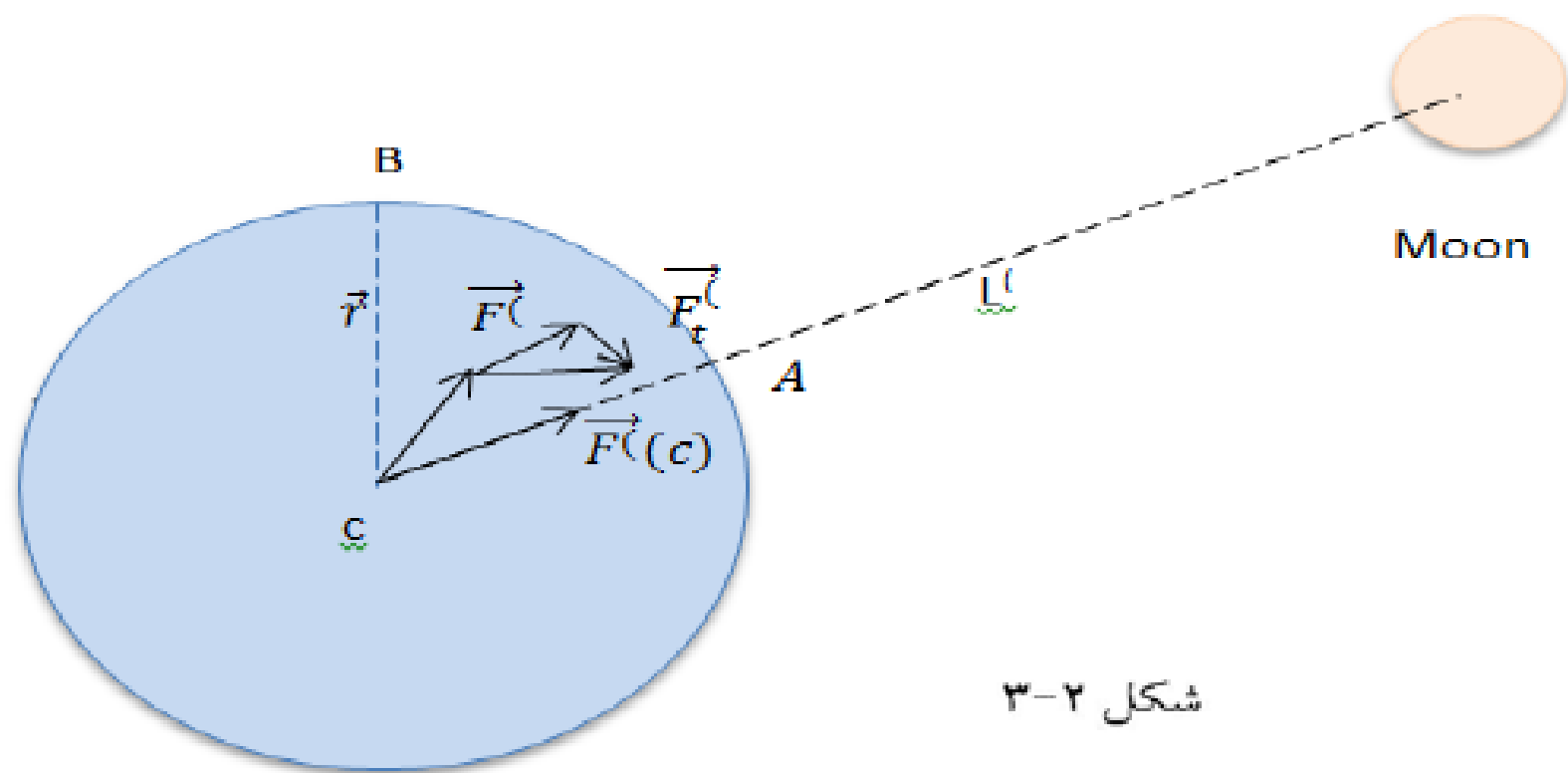
۲ - ۷ - ژئوئید به عنوان شکل زمین

در موافقت با عقیده گوس (Gauss)، اغلب ژئوئید به عنوان معرف دیگری از شکل زمین در نظر گرفته می شود. به طوری که در بخش ۴ - ۶ دیده شد، ژئوئید سطحی است با یک مفهوم فیزیکی عینی، ژئوئید یک سطح هم پتانسیل نظیر سطح تعادل یک مایع هم وزن می باشد. آب دریاها کم و بیش هم وزن می باشد، پس می توان گفت که ژئوئید تقریباً منطبق بر سطح دریاها (۷۲ درصد سطح کل زمین) می باشد. در نتیجه می توان گفت که ژئوئید شکل زمین را بخوبی، در ۷۲ درصد سطح آن، نشان می دهد.



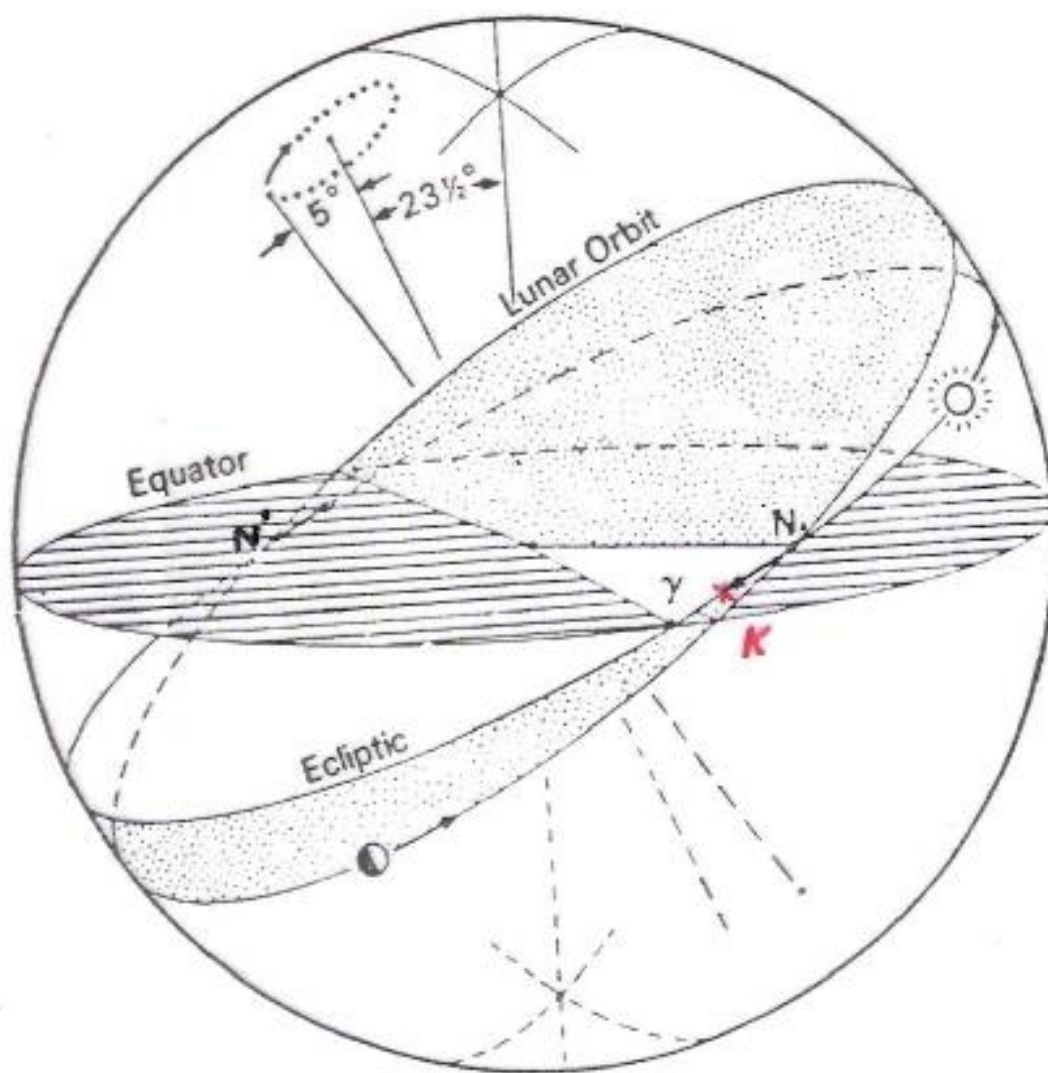
Gravity Networks





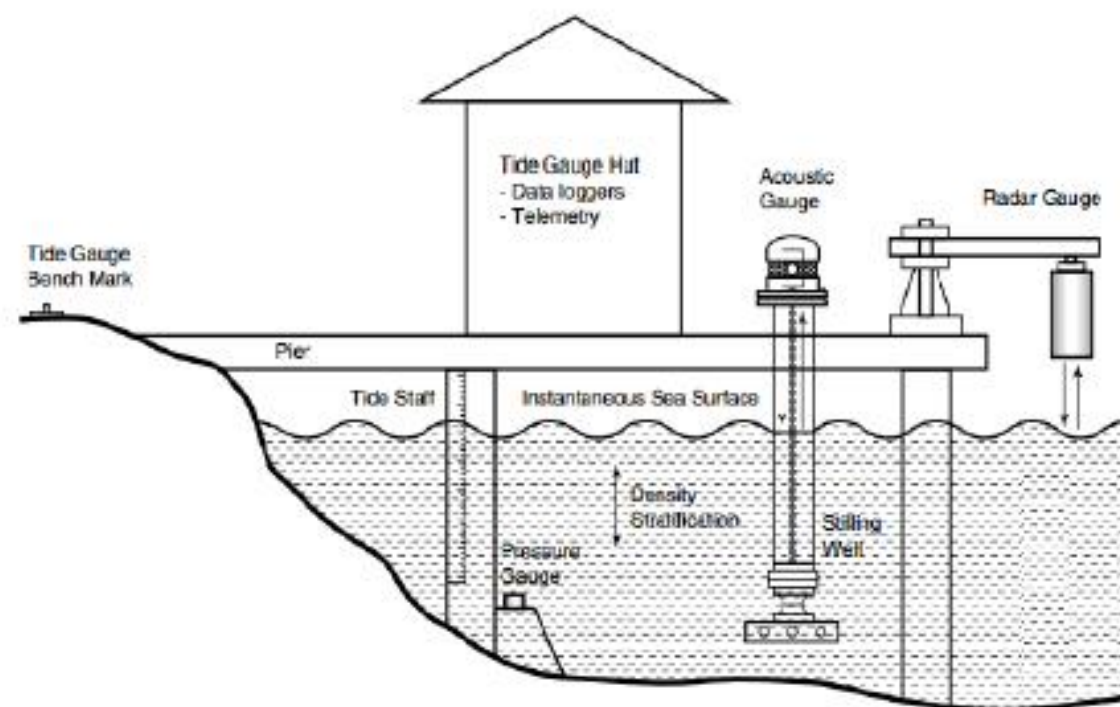
شکل ۲-۳

(وضعیت و حرکت ظاهری خورشید و ماه نسبت به زمین و ارتباط آنها در شکل کره سماوی)



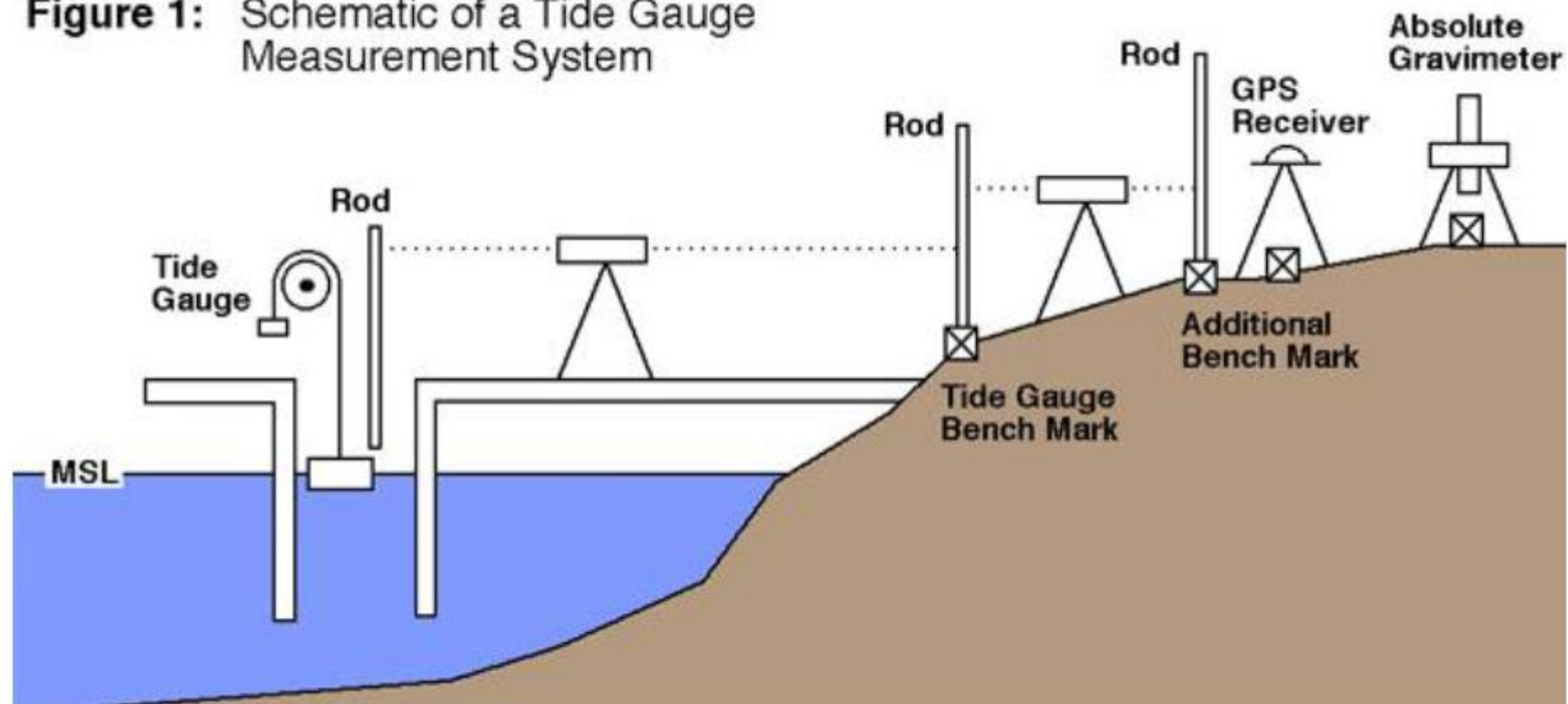
گره (Node):

تایدگیج در حالت استاندارد و عمود بر سطح آب دریا نصب گردیده‌اند.

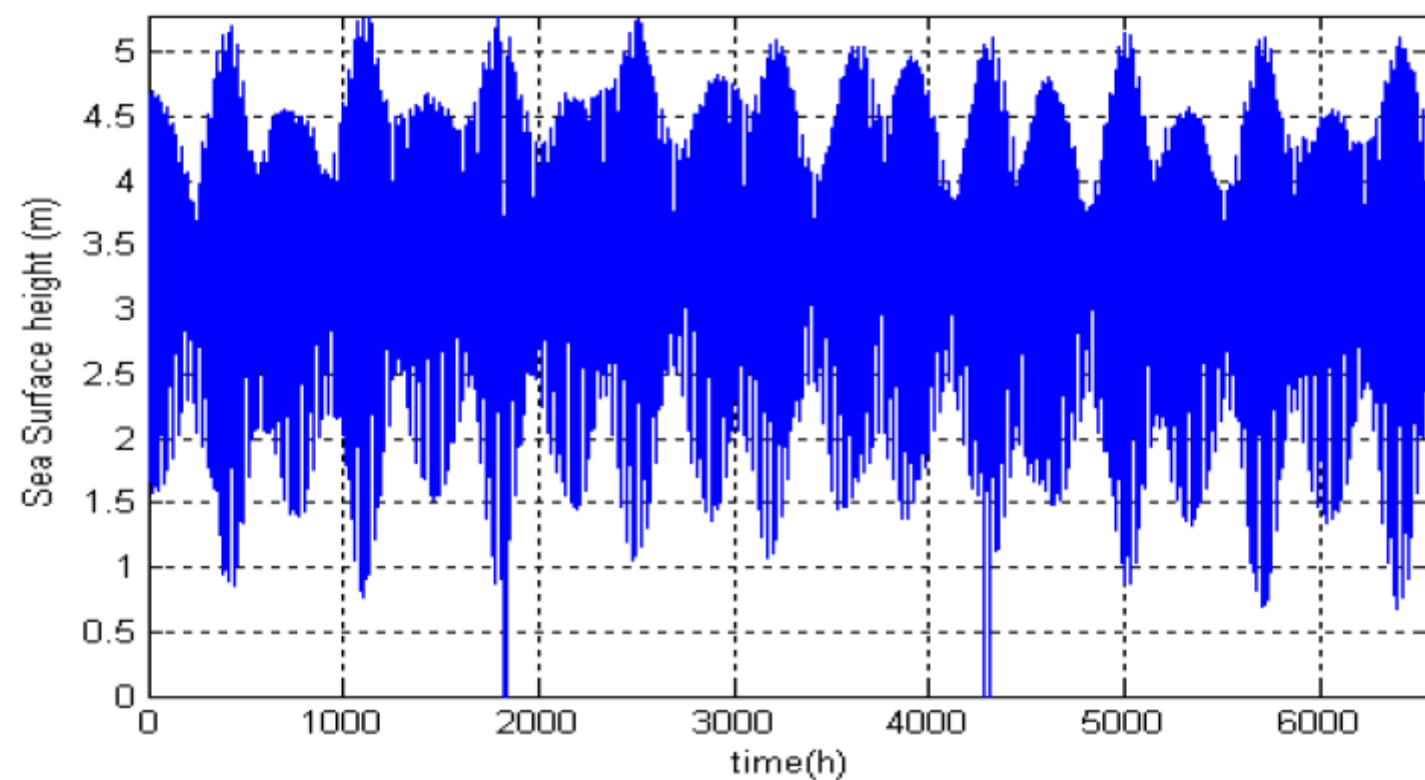


شکل 11-1: نمایش شماتیک نحوه ی نصب متداول تایدگیج مدرن شامب تایدگیج فشاری نصب شده در بستر دریا ، تایدگیج اکواستیک و تایدگیج راداری

Figure 1: Schematic of a Tide Gauge Measurement System

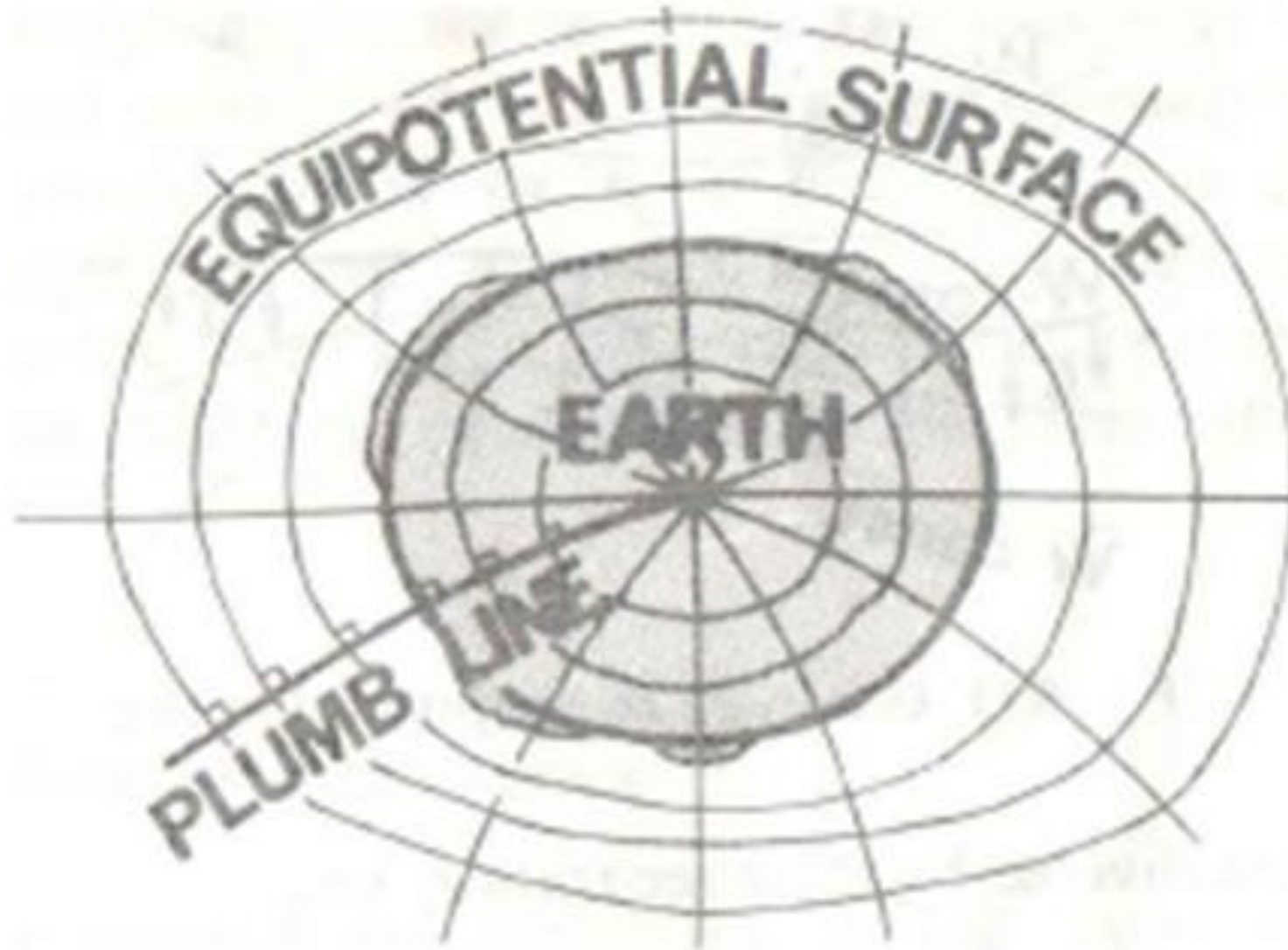


شکل ۳-۴- نحوه جمع آوری اطلاعات تایید گیج های ساحلی



شکل 12-2- سری زمانی مشاهدات ارتفاع سطح لحظه ای آب ایستگاه تایدگیج بندرعباس

Equipotential Surfaces (Geoid)



«خواص سطوح هم‌پتانسیل»

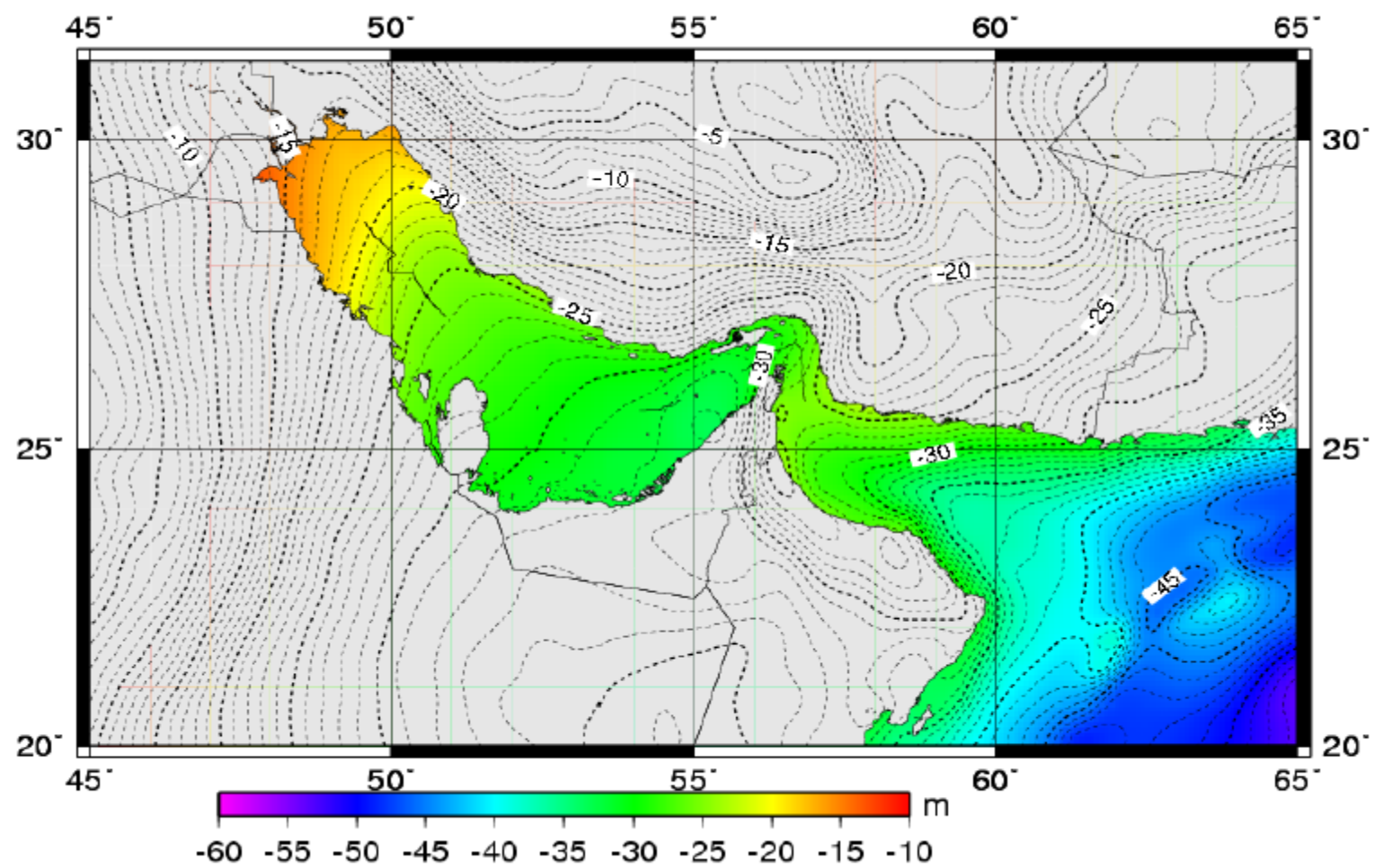
۱- سطوح هم‌پتانسیل یکدیگر را قطع نمی‌کنند.

۲- سطوح هم‌پتانسیل سطوح بسته‌ای هستند. یعنی نقطه‌ای در فضا نمی‌تواند

دارای دو پتانسیل در یک لحظه و زمان باشد.

۳- سطوح هم‌پتانسیل سطوح پیوسته‌ای بدون انفصال‌اند.

۴- سطوح هم‌پتانسیل سطوح نسبتاً نرمی بوده و دارای گوشه‌های تیز و تغییرات شدید نیستند.



به عنوان یک مثال دیگر، شکل واقعی ژئوئید در صفحه استوانی و در یک مقطع نصف النهاری که از شکل (۱۷ - ۶) استخراجی شده است در شکل های ۱۰ - ۷ و ۱۱ - ۷ نشان داده شده اند.

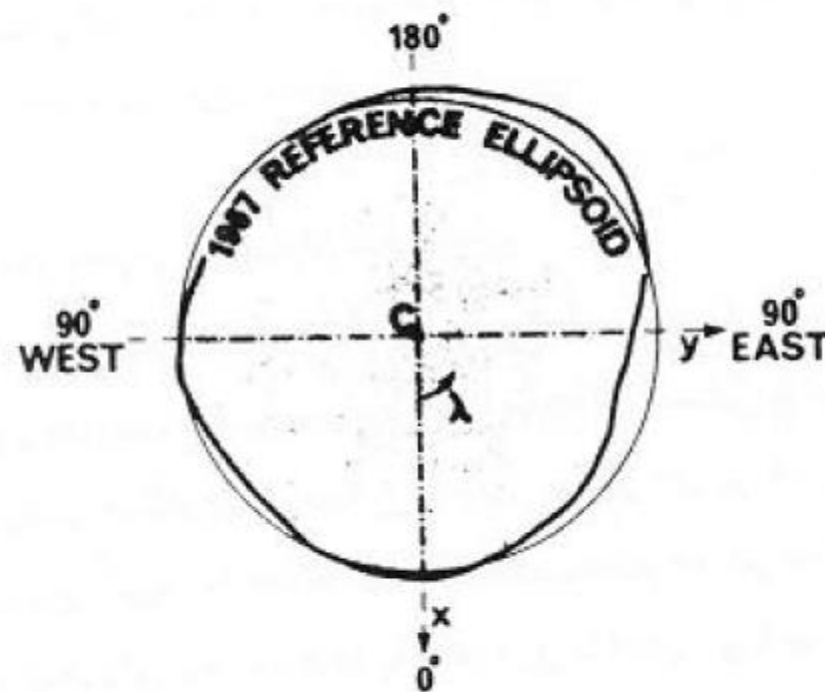


FIG. 7.10. Equatorial cross section of the geoid. (Scale of departures from the ellipsoid exaggerated 10^4 times.)

شکل ۱۰ - ۷

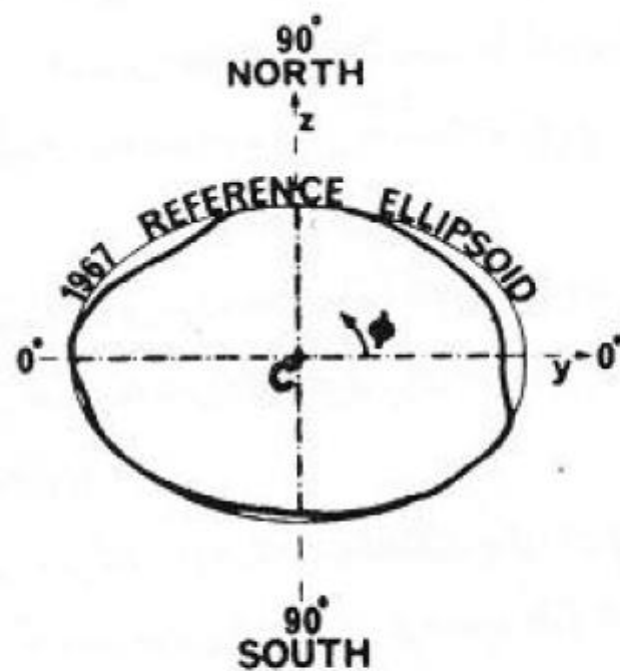
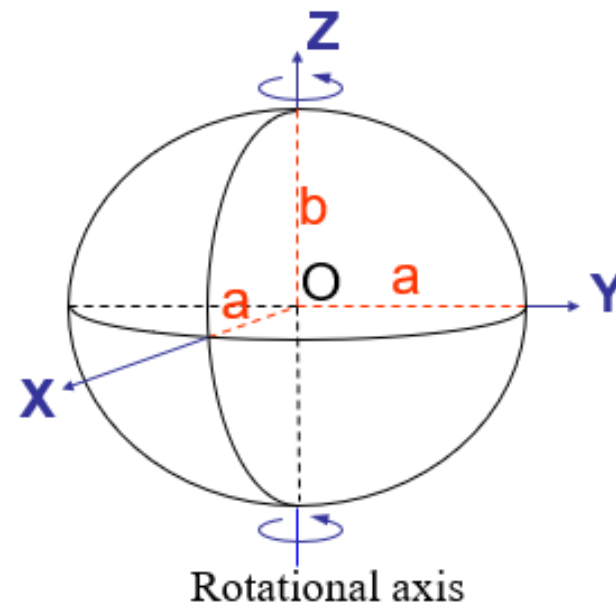


FIG. 7.11. Meridian cross section of the geoid along $\lambda=90^\circ$ meridian. (Scale of departures from the ellipsoid exaggerated 10^6 times.)

شکل ۱۱ - ۷

بیضوی دورانی (دو محوری) به عنوان شکل زمین

به طوری که دیده شد در مقایسه نزدیکی های دو سطح رفرانس بیضوی سه محوری و جسم به شکل گلابی به ژئوئید و نزدیکی بیضوی رفرانس دورانی به ژئوئید به اختلافات فاحشی برخورد نکردیم. اما محاسبات روی بیضوی سه محوری به مراتبی مشکل تر از محاسبات روی بیضوی دورانی است. بنابراین در عمل بیضوی های دورانی مورد استفاده قرار می گیرند با علم به اینکه انطباق بیضوی دورانی به ژئوئید بخوبی انطباق بیضوی سه محوری نیست. بیضوی های دورانی تنها توسط دو پارامتر قابل تشخیص می باشند. این پارامترها معمولاً نصف قطر اطول (a) و فشردگی (f)، فرمول $e^2 = 4 - 7$ می باشند.



معمولاً بیضوی سه محوری زمین را با چهار پارامتر زیر مشخص می کنند.

۱ - نصف طول قطر اطول a

۲ - فشردگی قطبی f که با فرمول

$$f = \frac{a-b}{a} \quad (۷-۴)$$

بیان می شود.

۳ - فشردگی استوانی f_e که با فرمول

$$f_e = \frac{a-c}{a} \quad (۷-۵)$$

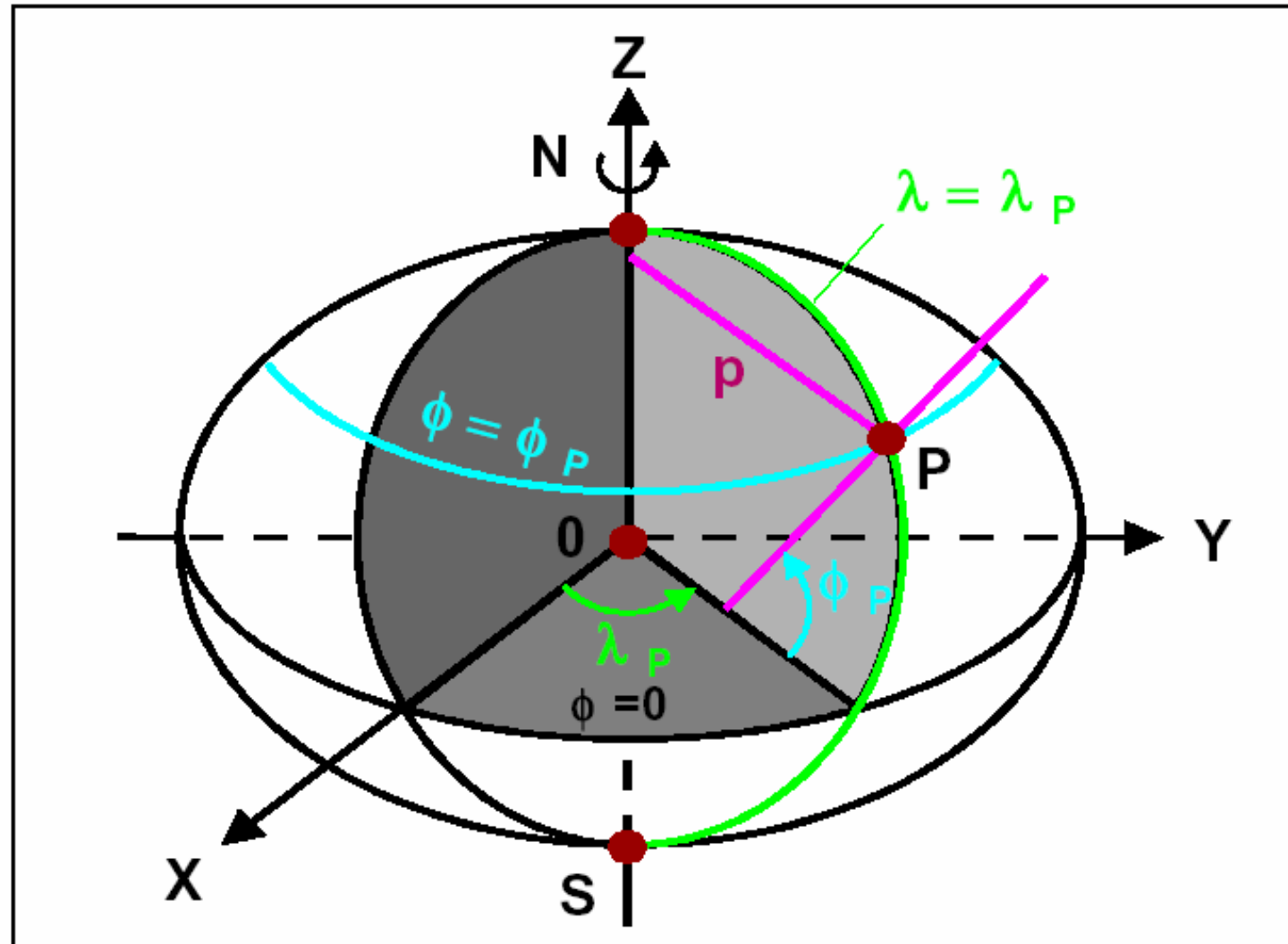
تعریف می شود.

۴ - طول جغرافیائی قطر اطول بیضوی λ_a

جدول ۱ - ۷ بیضوی های سه محوری^(۱)

اسم	a (km)	f^{-1}	f_e^{-1}	$a-c$ m	λ_a
CLARKE [1878]	6378.206	293.2	13720	465	8 west
HEISKANEN [1938]	6378.388	297.8	18120	352	23 west
BURSA [1971]	6378.173	297.78	92800	68	14.8 west

Ellipsoid



Some Geometric Relations of Ellipsoid

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1 \quad e^2 = \frac{a^2 - b^2}{a^2} = 1 - \frac{b^2}{a^2} \quad f = \frac{a - b}{a} = 1 - \frac{b}{a}$$

$$\rho = \frac{a(1 - e^2)}{(1 - e^2 \sin^2 \phi)^{3/2}} = \frac{a(1 - e^2)}{W^3} = \frac{c}{V^3} \quad v = \frac{x}{\cos \phi} = \frac{a}{(1 - e^2 \sin^2 \phi)^{1/2}} = \frac{a}{W} = \frac{c}{V}$$

$$\rho_\alpha = \frac{\rho v}{\rho \sin^2 \alpha + v \cos^2 \alpha} \quad R = \sqrt{\rho v} \quad R_\varphi = v \cos \varphi$$

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}_G = \begin{bmatrix} (v + h) \cos \varphi \cos \lambda \\ (v + h) \cos \varphi \sin \lambda \\ \left(v \frac{b^2}{a^2} + h \right) \sin \varphi \end{bmatrix}_G$$

اندازه گیری مشهور دیگری، به روش فوق، به وسیله آکادمی علوم فرانسه ترتیب داده شد (بخش ۲ - ۱). علت تشریح این روش در اینجا این است که تجربه فرانسوی برای تعیین ابعاد زمین. افکار قرن هیجدهم را منور کرده و انعکاس آن بیش از یک قرن باقی ماند.

به منظور تعیین دو پارمتر a و f دو قوس نصف النهاری یکی در پرو (Peru) و دیگری در مرز بین سوئد و فنلاند مورد اندازه گیری قرار گرفت. طول S_{ij} هر قوس برحسب طول اندازه گیری شده مستقیم یک باز کوتاه و از طریق یک مثلث بندی که در آن زوایای افقی اندازه گیری شده بودند محاسبه گردید. تیپ شبکه مثلث بندی مزبور را در شکل ۱۲ - ۷ مشاهده می کنید.

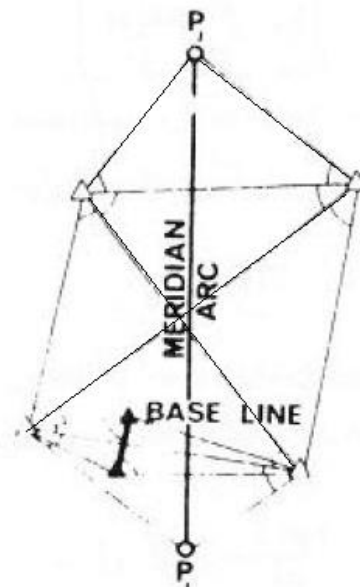


Fig. 7.12 Determination of a meridian arc length

عرض دو نقطه P_i و P_j از طریق مشاهدات نجومی تعیین گردید. بعد از تعیین طول قوس S_{ij} و عرض Φ_i و Φ_j دو نقطه انتهای آن معادله مربوطه که طبق آن طول قوس به وسیله شعاع انحناء آن از نقطه ابتدا تا انتها محاسبه می شود تشکیل گردید. در این معادله با توجه به هندسه بیضی پارامترهای a و f وارد می شوند شکل زیر را ملاحظه کنید.

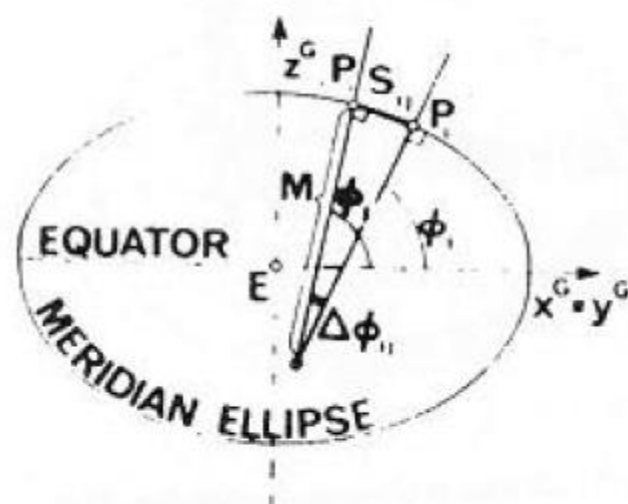


FIG. 7.13 Geometry of a meridian ellipse. (For the meaning of superscript (i), see §15.4.)

رابطه فوق از دو معادله (۷ - ۴) و (۷ - ۱۱) نتیجه می شود. نتیجه نهائی محاسبات فرانسوی ها به همراه سایر محاسبات در زمینه تعیین ابعاد زمین در جدول زیر داده شده است.

TABLE 7.2
Blaxial (geocentric) ellipsoids

Solution	a (km)	f^{-1}	Remarks	ملاحظات
Eratostaenes [SOITWARZ, 1975]	5950	∞	Sphere assumed	
French experiment BOHM, 1972]	6376.568	310.3	Basis for the def- inition of a metre	
1924 International [HAYFORD, 1909]	6378.388	297.0		
1967 International [HAG, 1971]	6378.160	298.247	Also used by other international scientific bodies	
Smithsonian [GAPOSHKIN, 1973]	6378.140	298.256		
U.S. Department of Defense [Sappelin, 1974]	6378.135	298.26		

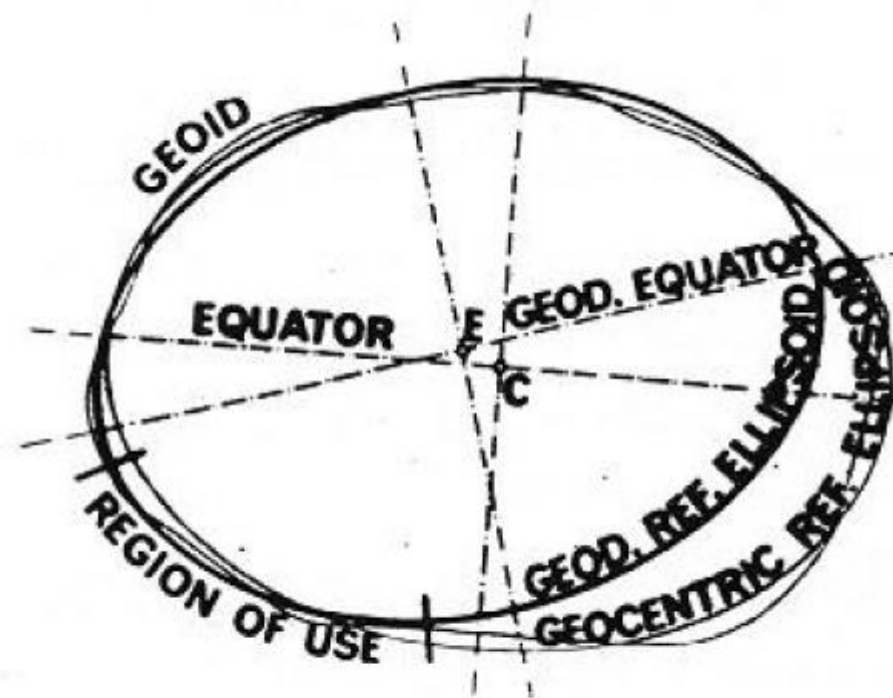
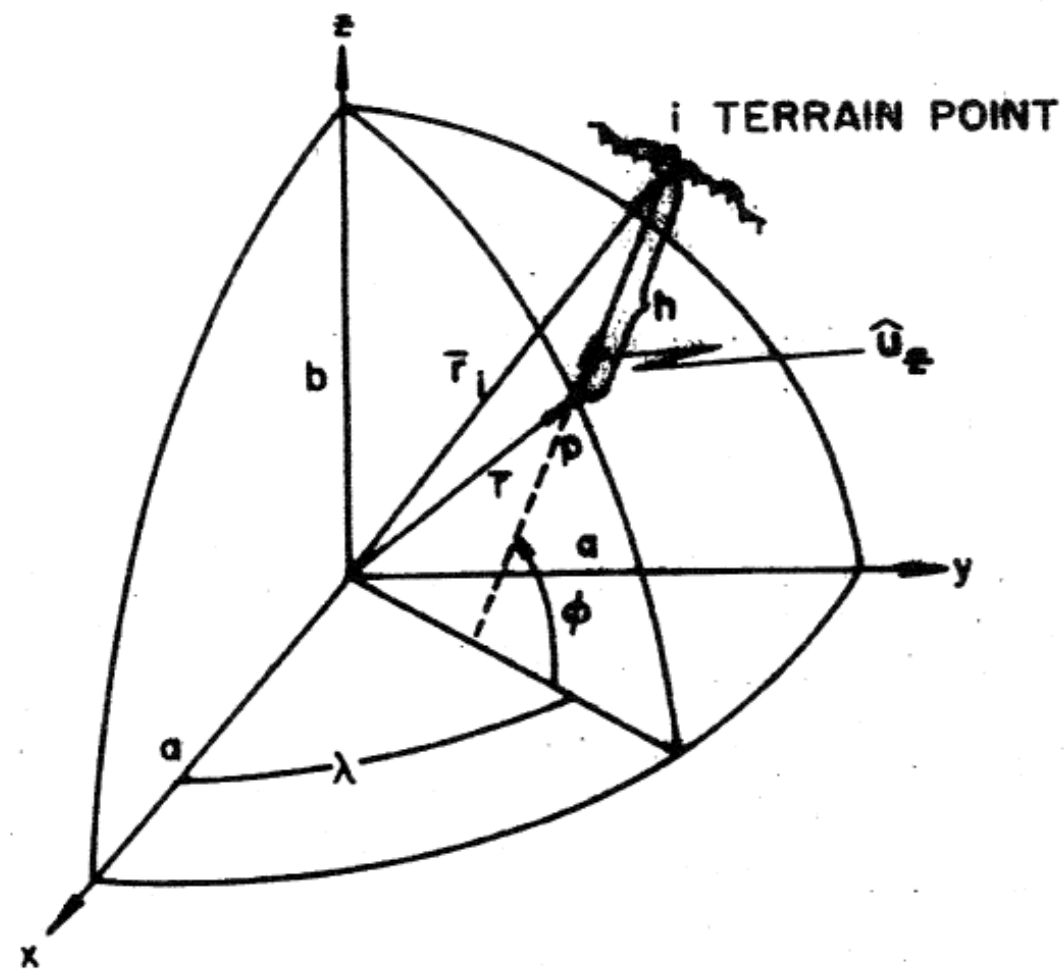


FIG. 7.16. Geocentric and geodetic ellipsoids.

شکل ۱۶ - ۷

موقعیت یک نقطه در بالای بیضوی مقایسه

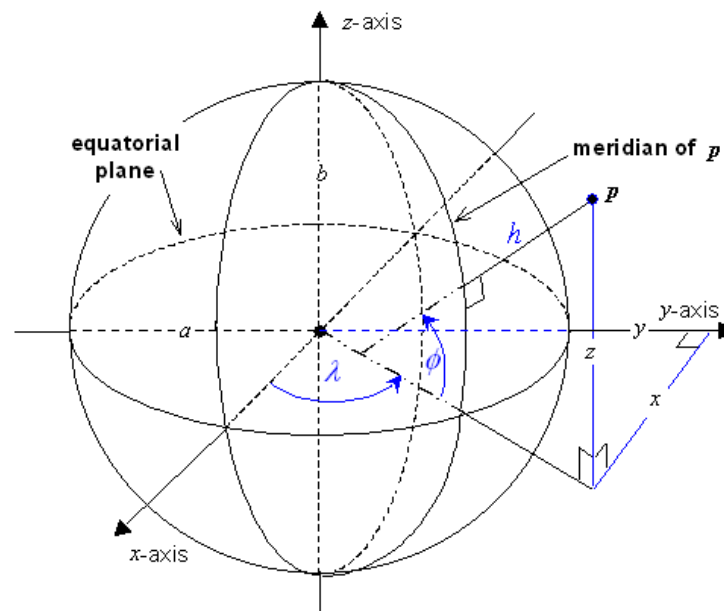


Some reference ellipsoids

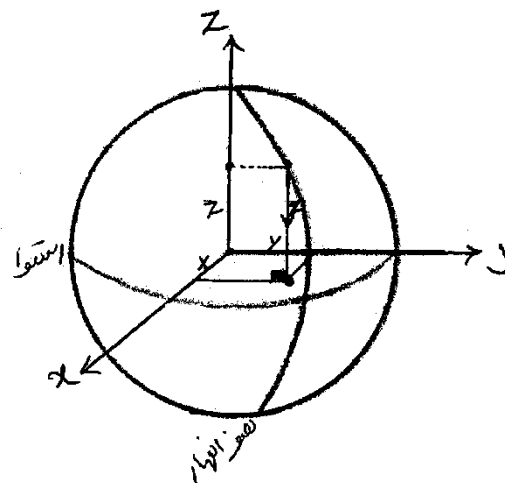
Ellipse	Semi-Major Axis (meters)	1/Flattening
Airy 1830	6377563.396	299.3249646
Bessel 1841	6377397.155	299.1528128
Clarke 1866	6378206.4	294.9786982
Clarke 1880	6378249.145	293.465
Everest 1830	6377276.345	300.8017
Fischer 1960 (Mercury)	6378166.0	298.3
Fischer 1968	6378150.0	298.3
G R S 1967	6378160.0	298.247167427
G R S 1975	6378140.0	298.257
G R S 1980	6378137.0	298.257222101
Hough 1956	6378270.0	297.0
International	6378388.0	297.0
Krassovsky 1940	6378245.0	298.3
South American 1969	6378160.0	298.25
WGS 60	6378165.0	298.3
WGS 66	6378145.0	298.25
WGS 72	6378135.0	298.26
WGS 84	6378137.0	298.257223563

شکل ریاضی زمین

به دلیل آن که ژئوئید همانند سطح طبیعی زمین که شکل زمین را تقریباً نشان می‌دهد یک شکل ریاضی است، یعنی یک فرمول صریح ریاضی ندارد و همچنین ما نیاز به یک شکل ریاضی جهت نمایش شکل زمین داریم. بنابراین به دنبال شکل ریاضی هستیم که به بهترین وجهی شکل زمین مرکز آن، دوران آن و میدان ثقل آنرا توصیف کند. تا بر اساس آن به یک سیستم مختصاتی برسیم و نقاط سطح زمین در آن سیستم مختصات تعیین موقعیت شود.



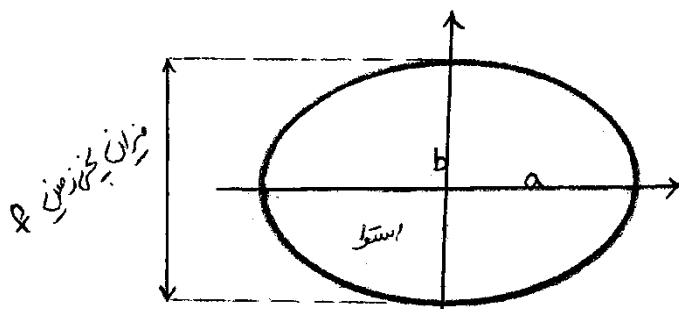
نمایش منحنی الخط λ ϕ h نقطه‌ای در صورتی که ارتفاع نداشته باشد:



۱- نصف قطر بلند بیضوی (a) یا شعاع استوایی.

$$= f \frac{a-b}{a} \text{ یا } \frac{1}{f} = \frac{a}{a-b}$$

۲- فشردگی بیضوی (f).



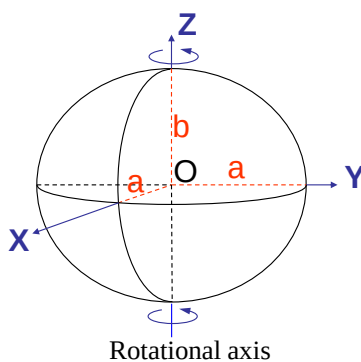
$$f = 1 - \frac{b}{a}$$

$$e = \frac{\sqrt{a^2 - b^2}}{a} = \sqrt{2f - f^2}$$

$$e' = \frac{\sqrt{a^2 - b^2}}{b} = \frac{e}{\sqrt{1 - e^2}}$$

Ellipsoid	Semiaxis <i>a</i> (m)	Semiaxis <i>b</i> (m)	Flattening <i>f</i>
Clarke, 1866	6,378,206.4*	6,356,583.8*	1/294.978698214
GRS80	6,378,137.0*	6,356,752.3	1/298.257222101*
WGS84	6,378,137.0*	6,356,752.3	1/298.257223563*

بیضوی دورانی



«مشخصات بیضی WGS.84»

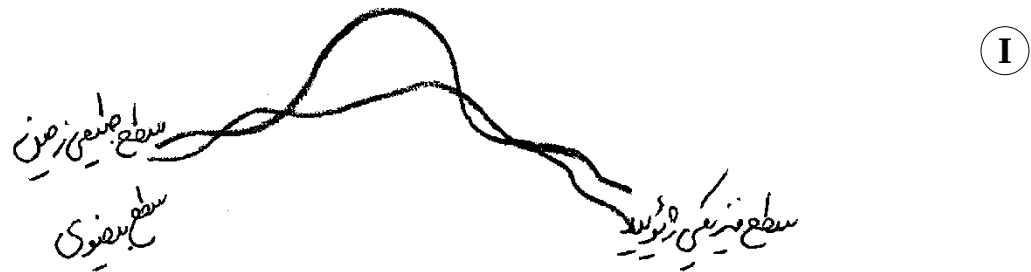
$$a = 6378137.0\text{m}$$

$$\frac{1}{f} = 298.257223563$$

«مشخصات بیضی Hay ford International»

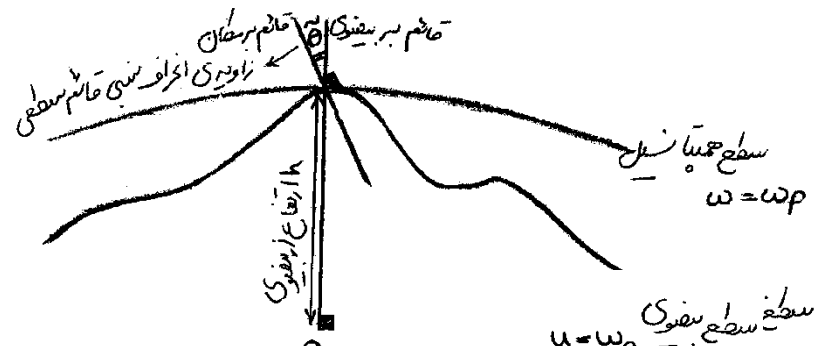
$$\frac{1}{f} = 297 \quad a = 6378388.0 \text{ m}$$

«ارتباط بین سطوح»

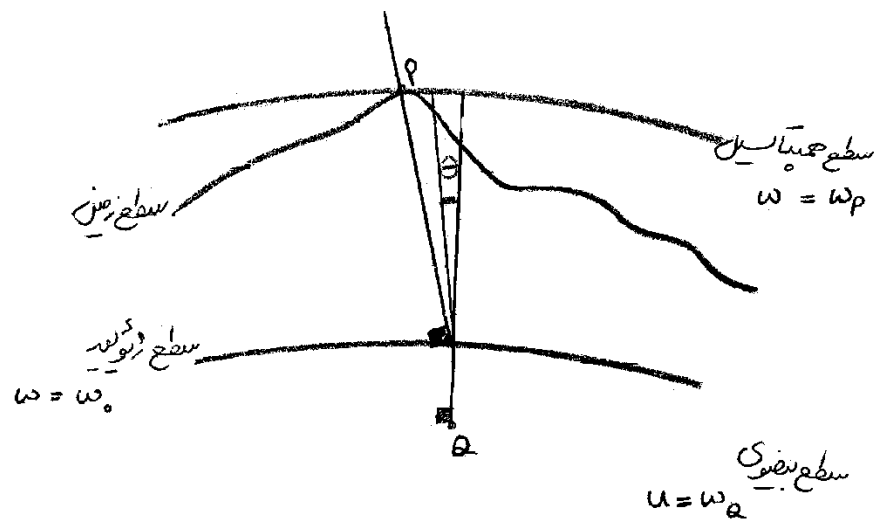


- زاویه‌ی انحراف نسبی

این زاویه یک زاویه‌ی فضایی است بین امتداد ثقل در یک نقطه و امتداد عمود بر بیضوی خاص در آن نقطه.



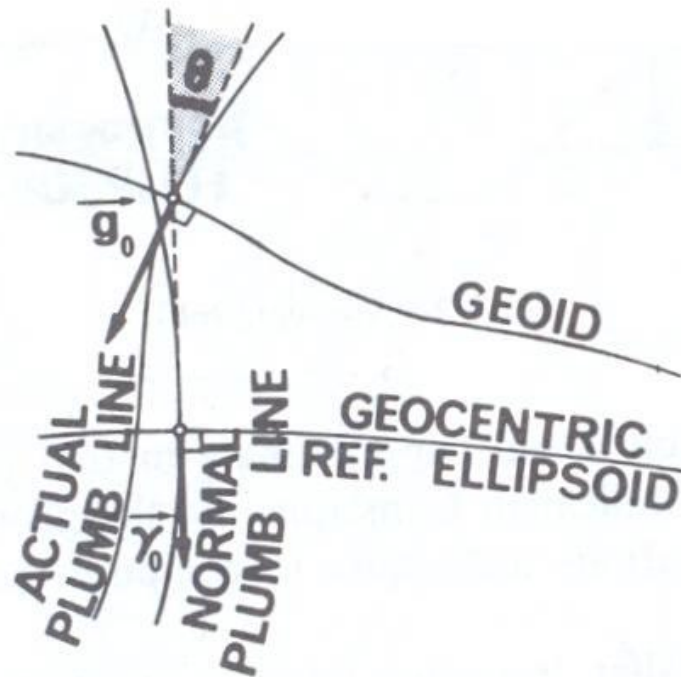
II



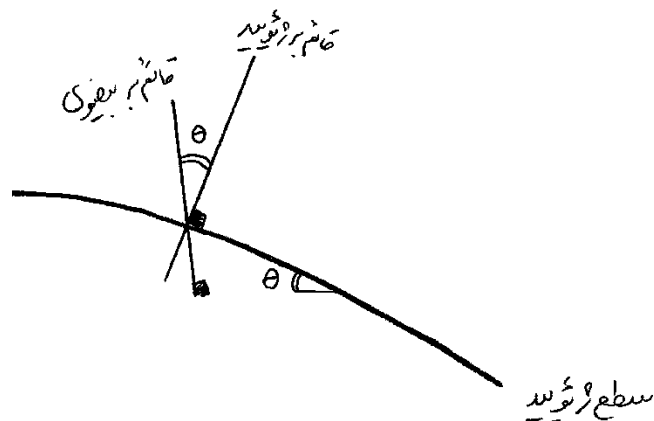
- زاویه انحراف نسبی ژئویدی

این زاویه، زاویه‌ای است بین عمود بر ژئوئید در یک نقطه و امتداد عمود بر بیضوی خاص که آنرا با θ نشان می‌دهند.

توضیح: بر اساس تعریف یک ضلع این زاویه در فضای فیزیکی و یک ضلع دیگر آن در فضای ریاضی است.



اگر شاغل را در یک نقطه آویزان کنیم در واقع امتداد ثقل را تشکیل داده‌ایم. بنابراین امتداد ثقل یک جهت در فضای فیزیکی است و با وسایل فیزیکی پدید می‌آید اما امتداد عمود به یک بیضوی خاص را نمی‌توان با وسایل فیزیکی ایجاد نمود و نشان داد و فقط یک فرمول ریاضی برای آن می‌توان تعریف کرد:



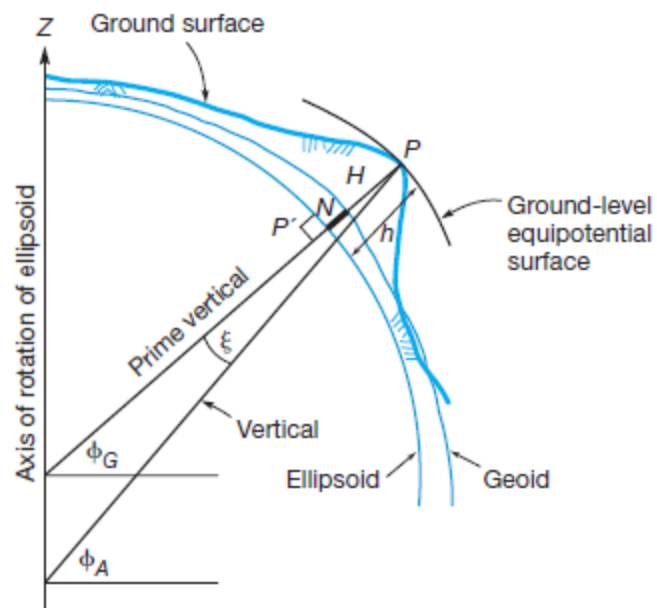


Figure 19.4
Relationships
between the
ellipsoid and geoid.