

به نام خداوند جان و خرد

کنترل خطی

تهیه و ارائه
محمد اعرابیان

استفاده شده از جزوه
راحیل زرگری نژاد و هادی توسلی و

دانشگاه انقلاب اسلامی

زمستان 99

جلسه هفتم

قاعده میسون برای ساده سازی دیاگرام های بلوکی:

برای استفاده از قاعده میسون، ابتدا نمودارهای بلوکی را بصورت گراف رسم می نماییم، سپس تابع تبدیل سیستم را از روی روابط گراف بصورت زیر تعریف می کنیم:

$$M(s) = \frac{\sum M_j \Delta_j}{\Delta}$$

$M(s)$: تابع تبدیل سیستم

j : تعداد مسیر مستقیم بین ورودی و خروجی

M_j : بهره مسیر مستقیم شماره j ام

$$\Delta = 1 - \left(\left(\text{مجموع بهره تک تک حلقه ها} \right) + \left(\text{مجموع ضرب هر دو حلقه غیر مشترک} \right) + \dots + \left(\text{مجموع ضرب هر سه حلقه غیر مشترک} \right) - \dots \right)$$

مسیر مستقیم (پیشرو): مسیری است که در جهت شاخه ها، ورودی را به خروجی متصل می کند

Δ_j = دترمینان گراف با حذف گره های مسیر مستقیم (پیشرو)، حلقه ها

Δ_j = دترمینان گرافی که هیچ حلقه یا شاخه ای نداشته باشد برابر 1 است.

Δ = دترمینان محلی گراف یا دترمینان گراف با مسیر مستقیم (پیشرو)، حلقه ها

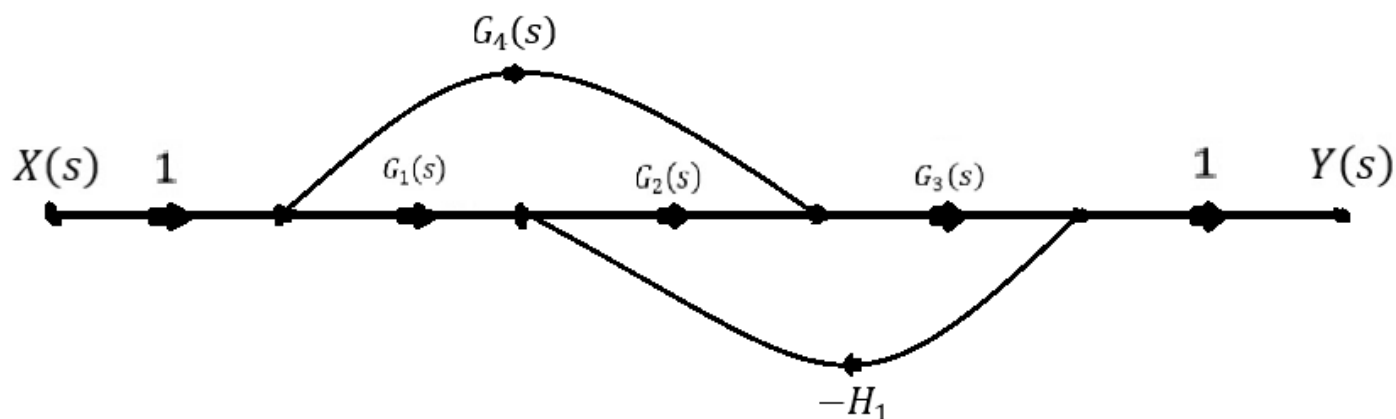
نکته:

منظور از حلقه غیر مشترک، حلقه هایی هستند که هیچ گره یا مسیر مشترکی نداشته باشند.

منظور از حذف شاخه، حذف شاخه به همراه گره های دو سر آن می باشد.

اگر یک گره حذف گردد، تمام شاخه های متصل به آن حذف می گردند.

مثال: با استفاده از روش میسون تابع تبدیل $G(s) = \frac{Y(s)}{X(s)}$ سیستم زیر را بدست آورید.



$$M_1 = 1 \times G_1(s) \times G_2(s) \times G_3(s) \times 1$$

$\Delta_1 =$ آیا با حذف مسیر پیشرو M_1 حلقه‌ای داریم

$$\Delta_1 = 1$$

$$M_2 = 1 \times G_4(s) \times G_3(s) \times 1$$

$\Delta_2 =$ آیا با حذف مسیر پیشرو M_2 حلقه‌ای داریم

$$\Delta_1 = 1$$

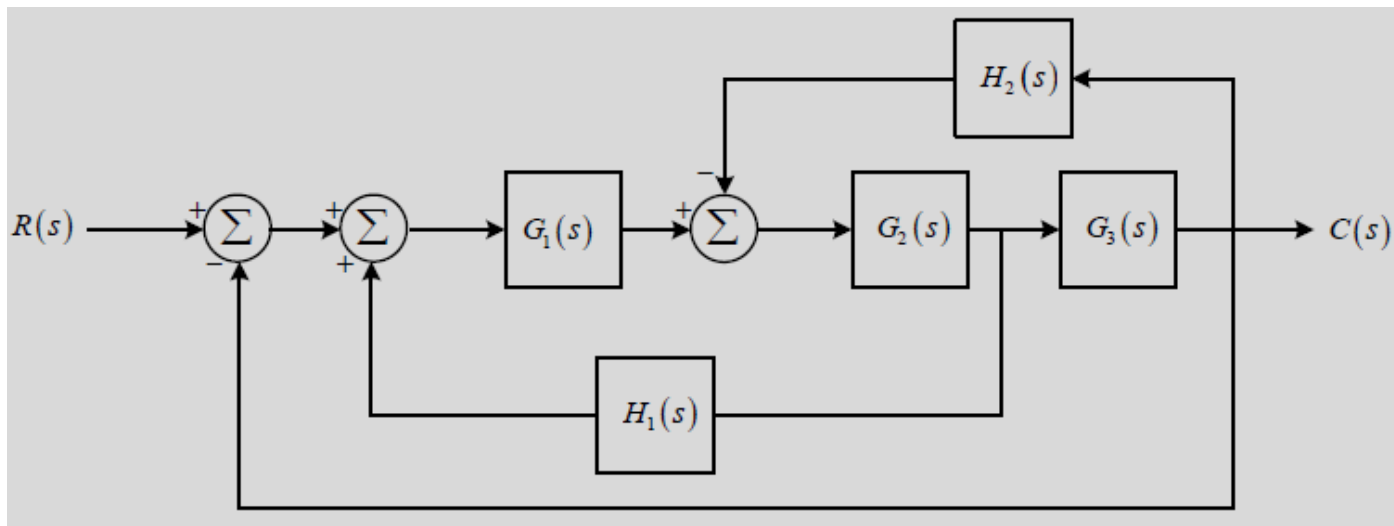
$\Delta =$ دترمینان محلی گراف یا دترمینان گراف با مسیر مستقیم (پیشرو)

$$L_1 = -H_1 \times G_2(s) \times G_3(s) \quad \text{حلقه ها}$$

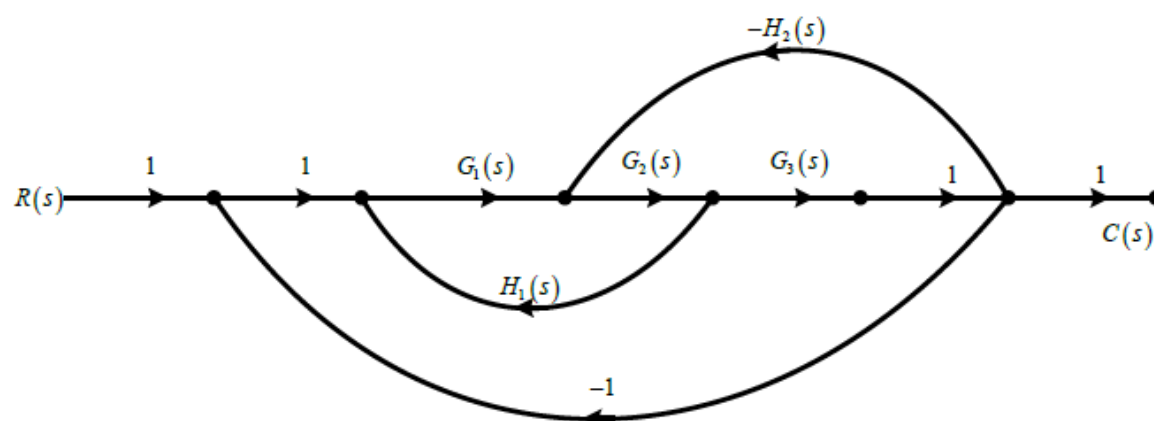
$$\Delta = 1 - (-H_1 \times G_2(s) \times G_3(s))$$

پس تابع تبدیل :

$$G(s) \text{ یا } M(s) = \frac{G_1(s) \times G_2(s) \times G_3(s) + G_4(s) \times G_3(s)}{1 + (H_1 \times G_2(s) \times G_3(s))}$$



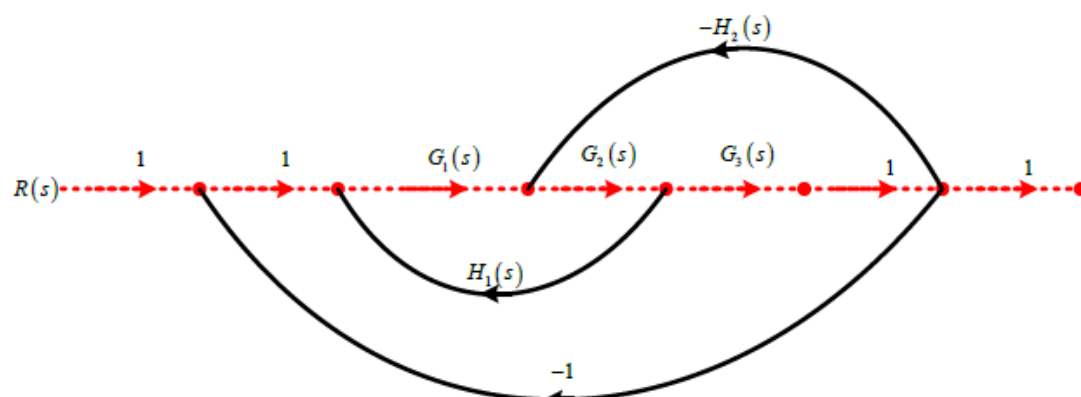
ابتدا نمودار بلوکی را به فرم گراف تبدیل می کنیم:



در این گراف تنها ۱ مسیر مستقیم از ورودی به خروجی وجود دارد، بنابراین:

$$j = 1 \rightarrow M_1 = 1 \times 1 \times G_1(s) \times G_2(s) \times G_3(s) \times 1 \times 1$$

برای حذف مسیر $j = 1$ تمام شاخه های این مسیر را حذف می کنیم:



توجه کنید که با حذف مسیر نقطه چین فوق تمام شاخه های متصل به آن نیز حذف می گردند (به دلیل حذف گره ها) بنابراین

$$\Delta_1 = 1$$

هیچ کدام از حلقه ها مجزا نیست پس :

$$L_1 = G_1(s) \times G_2(s) \times H_1$$

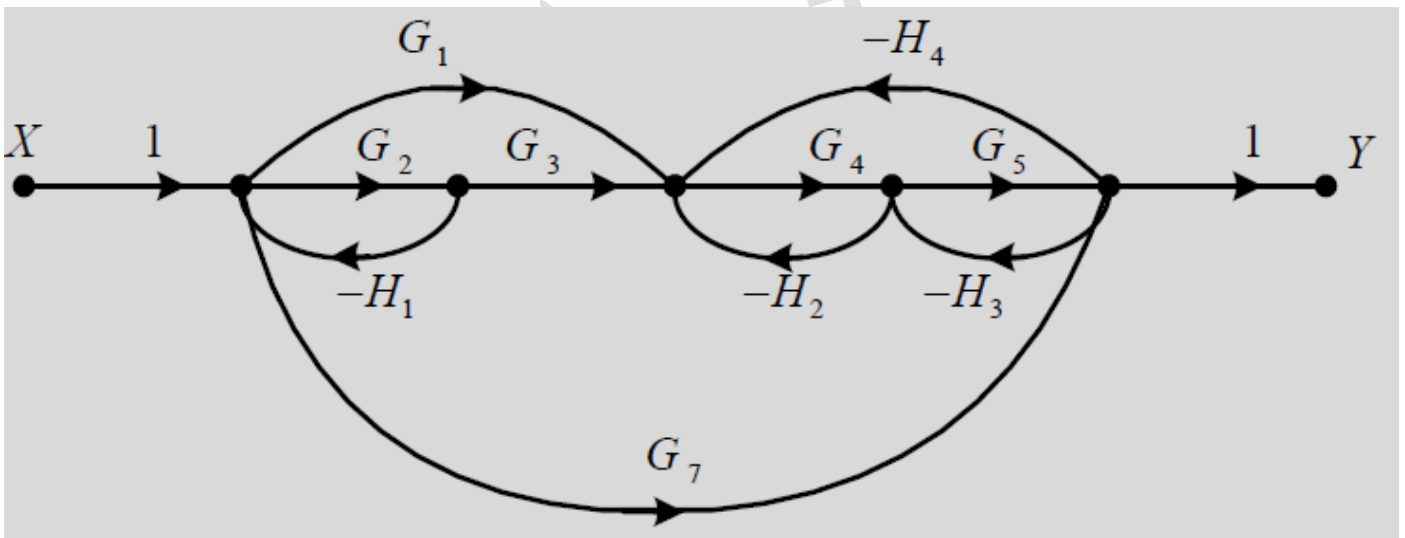
$$L_2 = G_2(s) \times G_3(s) \times -H_2$$

$$L_3 = -G_1(s) \times G_2(s) \times G_3(s)$$

$$\Delta = 1 - (G_1(s)G_2(s)H_1(s) - G_2(s)G_3(s)H_2(s) - G_1(s)G_2(s)G_3(s)) + (0) - \dots$$

$$M(s) = \frac{G_1(s)G_2(s)G_3(s)}{1 - G_1(s)G_2(s)H_1(s) + G_2(s)G_3(s)H_2(s) + G_1(s)G_2(s)G_3(s)}$$

تابع تبدیل پیاده سازی شده توسط نمودار بلوکی زیر را محاسبه نمایید:



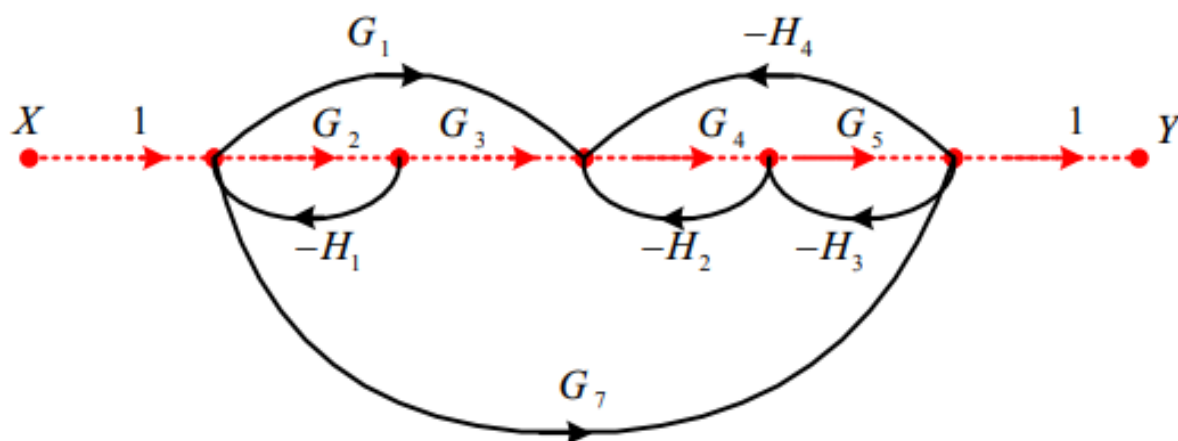
در این گراف 3 مسیر مستقیم از ورودی به خروجی وجود دارد، بنابراین:

$$j = 1 \rightarrow M_1 = 1 \times G_2 \times G_3 \times G_4 \times G_5 \times 1$$

$$j = 2 \rightarrow M_2 = 1 \times G_1 \times G_4 \times G_5 \times 1$$

$$j = 3 \rightarrow M_3 = 1 \times G_7 \times 1$$

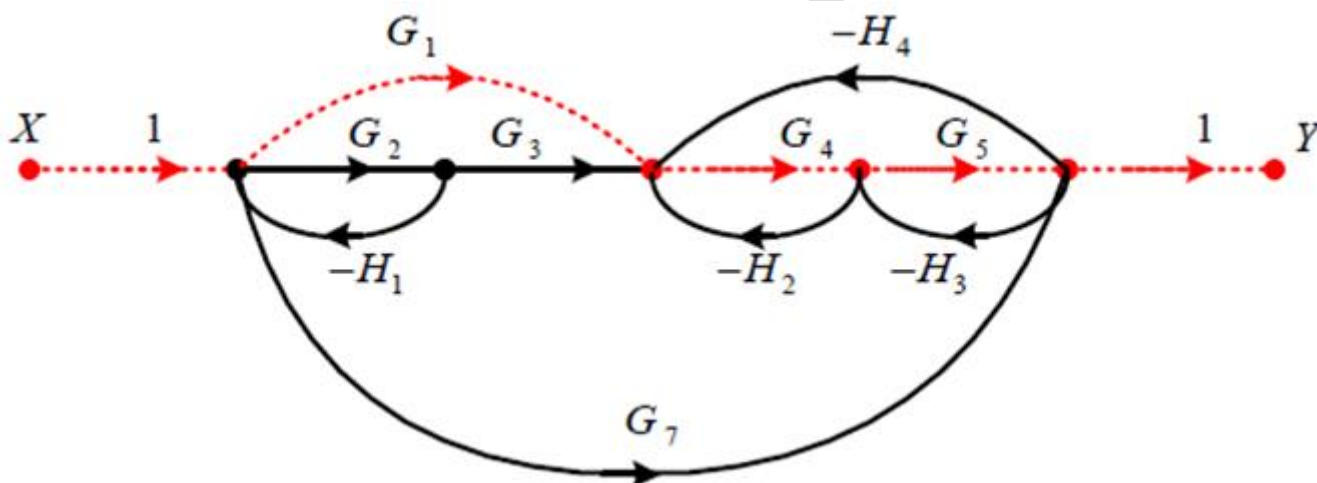
برای حذف مسیر $j = 1$ تمام شاخه های این مسیر را حذف می کنیم:



توجه کنید که با حذف مسیر نقطه چین فوق تمام شاخه های متصل به آن نیز حذف می گردند
(به دلیل حذف گره ها) بنابراین داریم:

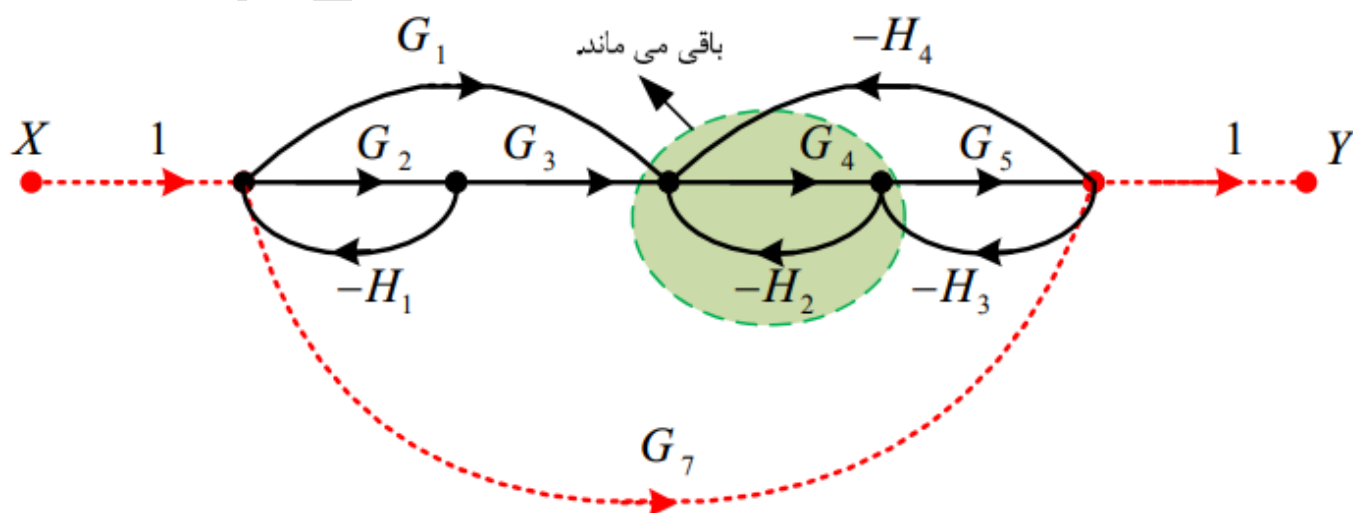
$$\Delta_1 = 1$$

برای حذف مسیر $j = 2$ تمام شاخه های این مسیر را حذف می کنیم:



$$\Delta_2 = 1$$

برای حذف مسیر $j = 3$ تمام شاخه های این مسیر را حذف می کنیم:



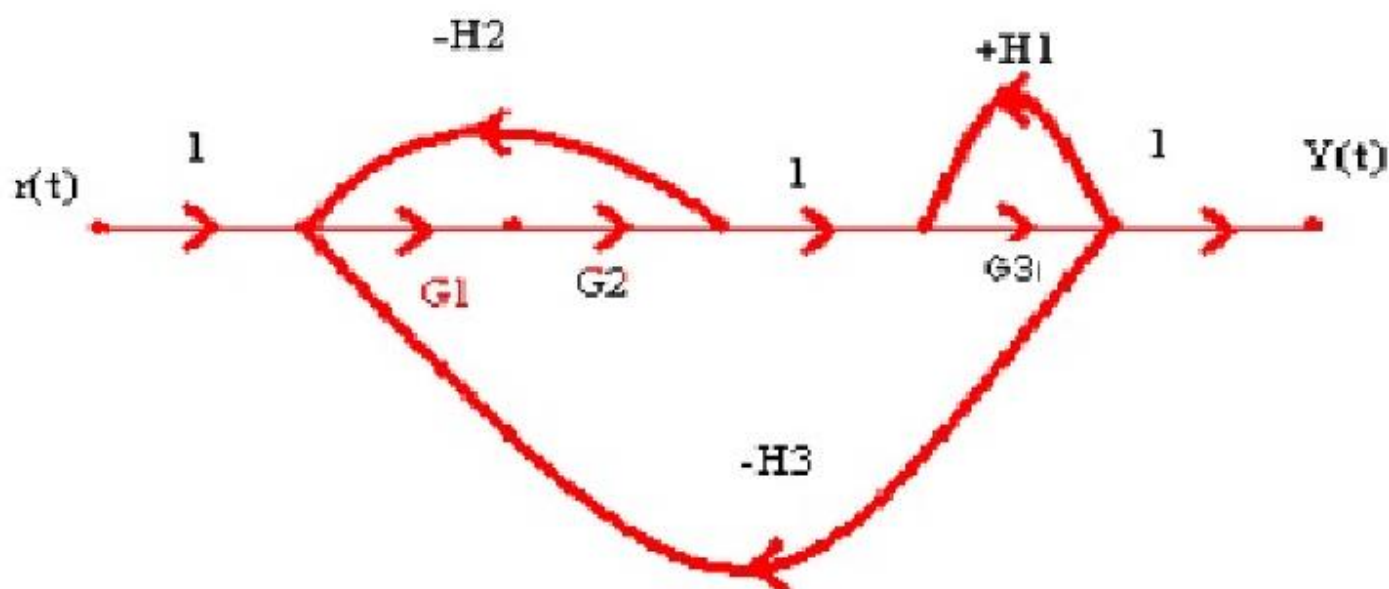
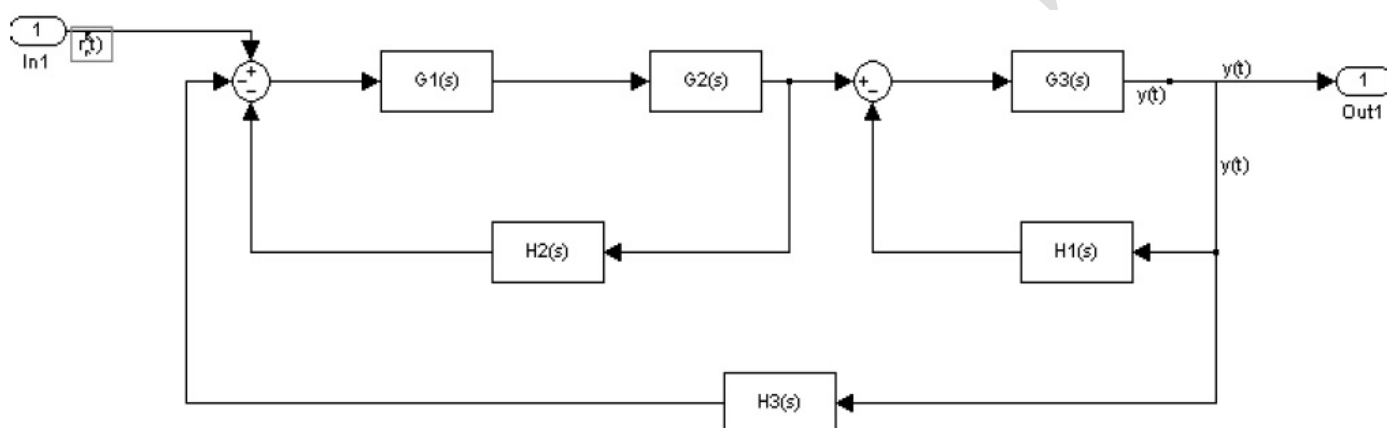
$$\Delta_3 = 1 - (-G_4 H_2) = 1 + G_4 H_2$$

در آخر داریم:

$$\begin{aligned} \Delta &= 1 - (-G_2 H_1 - G_4 H_2 - G_5 H_3 - G_4 G_5 H_4) \\ &\quad + ((-G_2 H_1)(-G_4 H_2) + (-G_2 H_1)(-G_5 H_3) + (-G_2 H_1)(-G_4 G_5 H_4)) = \\ &= 1 + G_2 H_1 + G_4 H_2 + G_5 H_3 + G_4 G_5 H_4 + G_2 H_1 G_4 H_2 + G_2 H_1 G_5 H_3 + G_2 H_1 G_4 G_5 H_4 \end{aligned}$$

در نتیجه:

$$M(s) = \frac{G_2 G_3 G_4 G_5 + G_1 G_4 G_5 + G_7 (1 + G_4 H_2)}{1 + G_2 H_1 + G_4 H_2 + G_5 H_3 + G_4 G_5 H_4 + G_2 H_1 G_4 H_2 + G_2 H_1 G_5 H_3 + G_2 H_1 G_4 G_5 H_4}$$



یک مسیر پیشرو بیشتر ندارد،

$$M_1 = 1 \times G_1(s) \times G_2(s) \times 1 \times G_3(s) \times 1$$

$\Delta_1 =$ آیا با حذف مسیر پیشرو M_1 حلقه‌ای داریم

$$\Delta_1 = 1$$

حلقه ها را مینویسیم:

$$L_1 = G_1(s) \times G_2(s) \times -H_2$$

$$L_2 = G_3(s) \times H_1$$

$$L_3 = G_1(s) \times G_2(s) \times G_3(s) \times -H_3$$

کدام از حلقه ها مجزا نیست

$$L_1 = G_1(s) \times G_2(s) \times -H_2$$

$$L_2 = G_3(s) \times H_1$$

پس :

$$\Delta = 1 - (L_1 + L_2 + L_3) + L_1 L_2$$

$$\Rightarrow 1 + [(G_1(s) \times G_2(s) \times H_2) - (G_3(s) \times H_1) + (G_1(s) \times G_2(s) \times G_3(s) \times H_3)] + [(G_1(s) \times G_2(s) \times -H_2)] \times (G_3(s) \times H_1)$$

$$M(s) = \frac{G_1(s) \times G_2(s) \times G_3(s)}{1 + [(G_1 \times G_2 \times H_2) - (G_3 \times H_1) + (G_1 \times G_2 \times G_3 \times H_3)] + [(G_1 \times G_2 \times -H_2)] \times (G_3 \times H_1)}$$