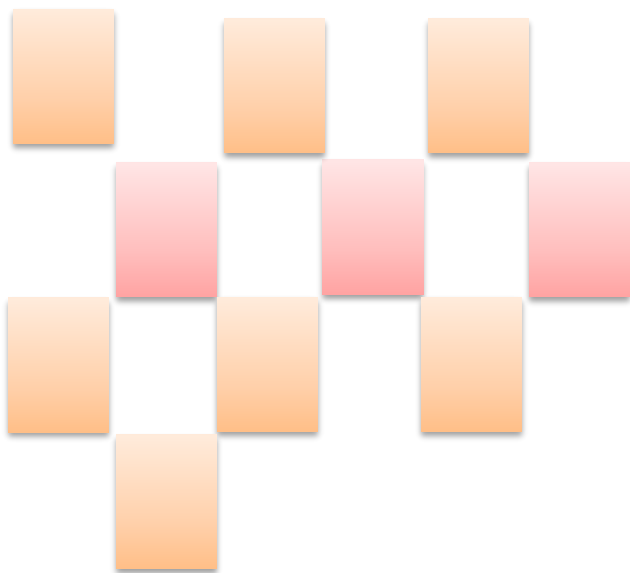




دانشگاه فنی حرفه ایی انقلاب اسلامی
دانشکده مهندسی برق

آموزش مجازی درس
مدارهای جریان متناوب

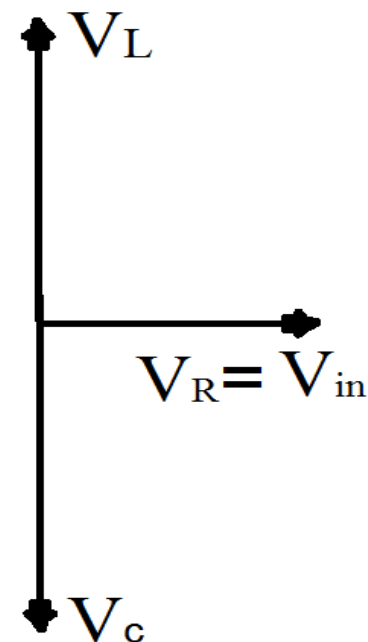
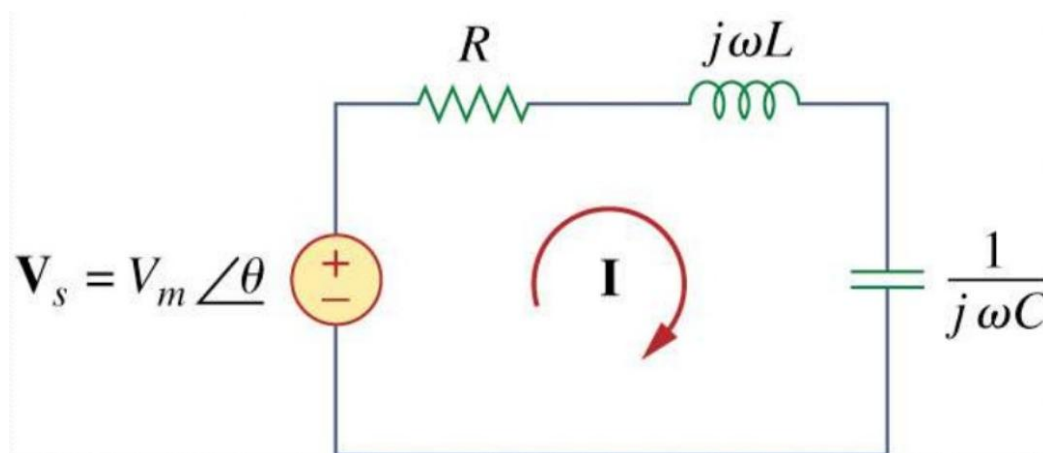
جلسه پنجم
محاسبه فرکانس تشدید در مدارهای RLC

ارائه دهنده: دکتر علیرضا ناطقی

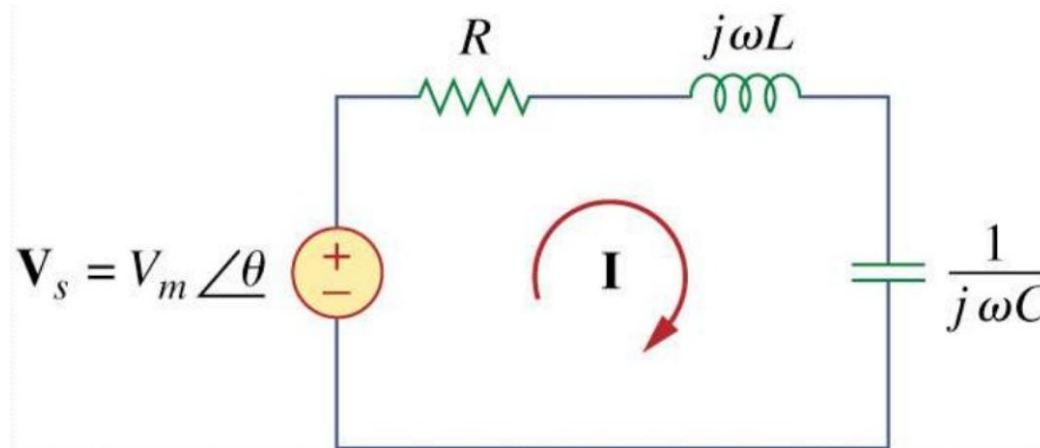
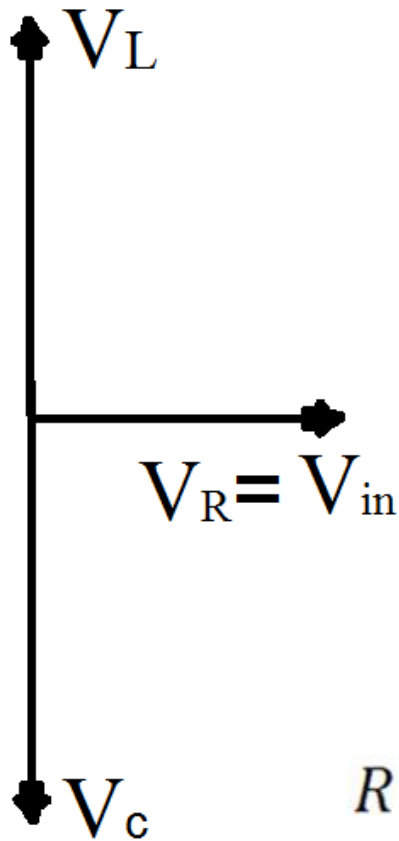
فرکانس تشدید در مدارهای RLC سری

نکته:

در یک مدار RLC سری در فرکانس تشدید اندازه بردار ولتاژ خازن برابر اندازه بردار ولتاژ سلف و ولتاژ و جریان ورودی مدار هم فاز می باشند.



فرکانس تشدید در مدارهای RLC سری

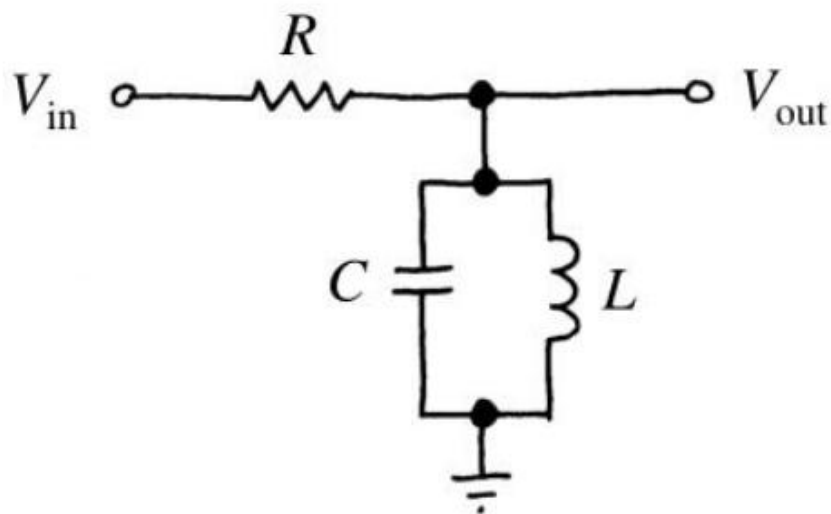


$$R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right) = Z_{in}$$

$$j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right) = 0 \rightarrow \omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

$$f_o = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \text{ Hz}$$

فرکانس تشدید در مدارهای RLC



$$\frac{1}{Z_{LC}} = \frac{1}{Z_L} + \frac{1}{Z_C} = \frac{1}{j\omega L} - \frac{\omega C}{j} = j\left(\omega C - \frac{1}{\omega L}\right)$$

$$Y_{LC} = j\left(\omega C - \frac{1}{\omega L}\right)$$

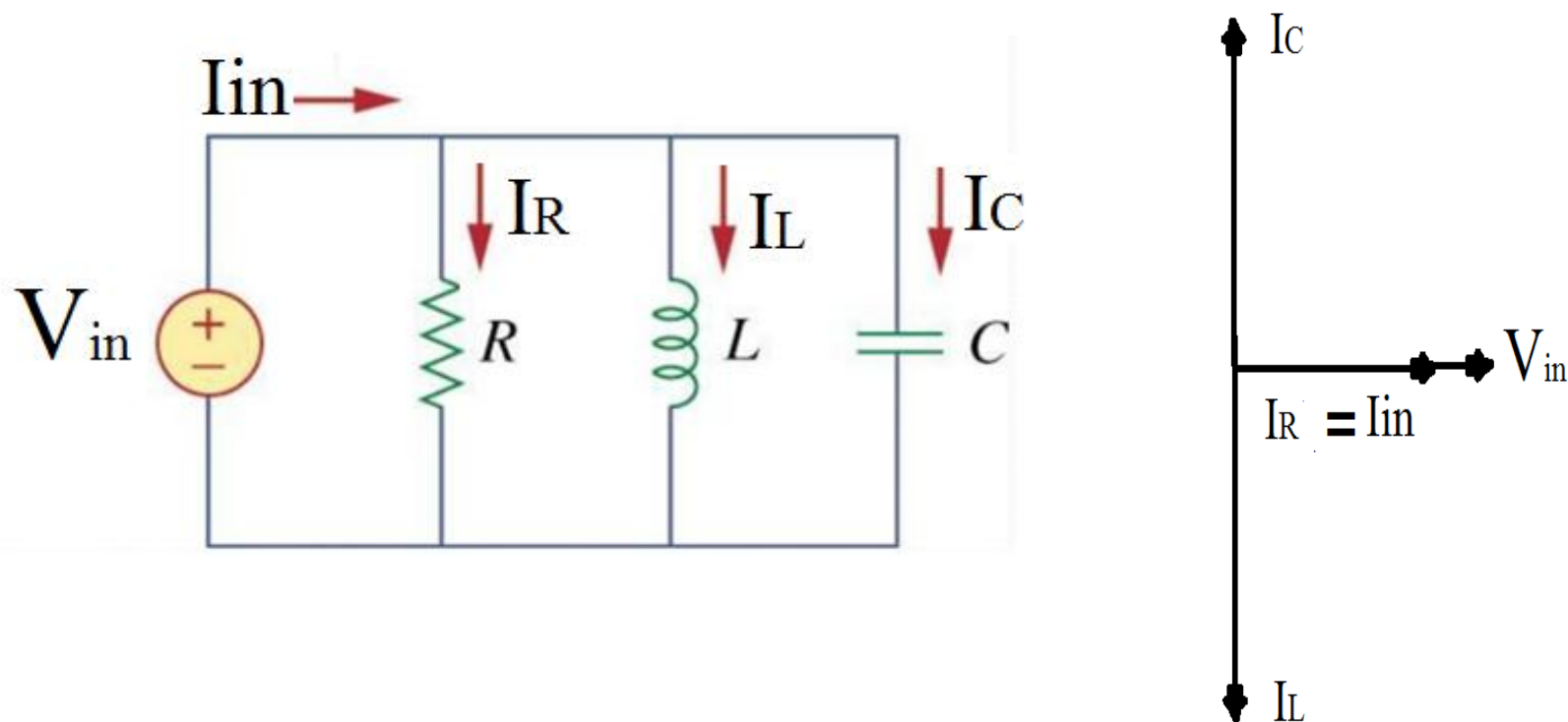
$$\omega C - \frac{1}{\omega L} = 0 \rightarrow \omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

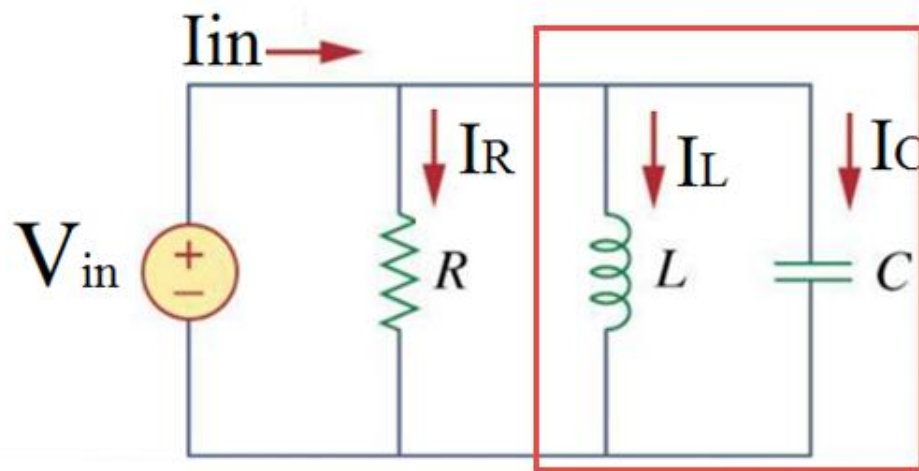
$$f_o = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \text{ Hz}$$

فرکانس تشدید در مدارهای RLC موازی

نکته:

در یک مدار RLC موازی در فرکانس تشدید اندازه بردار جریان خازن برابر اندازه بردار جریان سلف و ولتاژ و جریان ورودی مدار هم فاز می باشند.





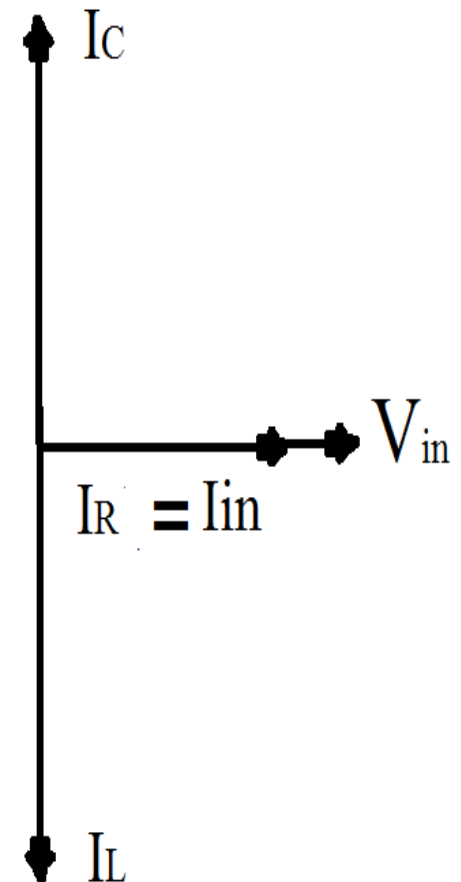
$$Y_{\text{Total}} = Y_1 + Y_2 + Y_3$$

$$Y_{\text{Total}} = \frac{1}{R} + \frac{1}{j\omega L} + \frac{1}{-j\omega C}$$

$$Y_{\text{Total}} = \frac{1}{R} + \frac{-j}{\omega L} + j\omega C$$

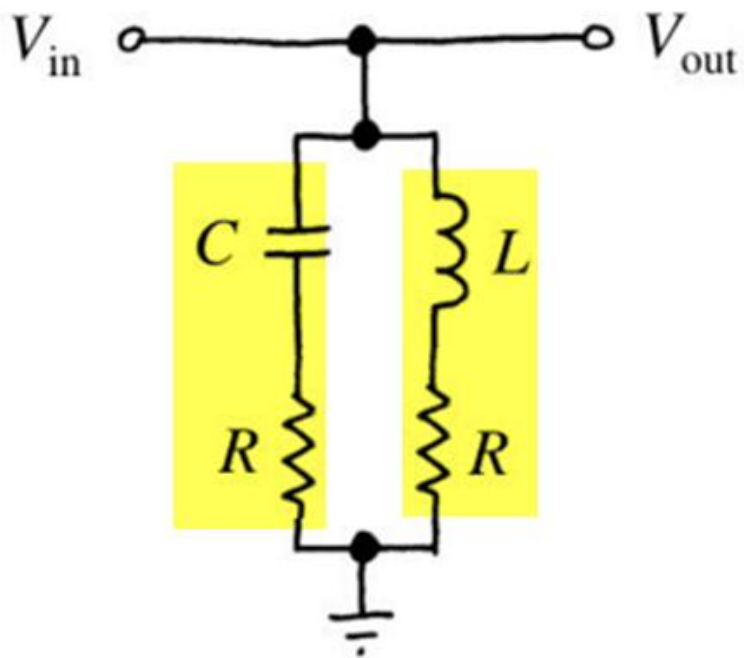
$$Y_{\text{Total}} = \frac{1}{R} + j(\omega C - 1/\omega L)$$

$$\omega C - \frac{1}{\omega L} = 0 \rightarrow \omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$



$$f_o = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \text{ Hz}$$

مثال: فرکانس تشدید مدار زیر را محاسبه کنید.



$$Y_{in} = Y_1 + Y_2$$

$$Y_{in} = \frac{1}{R + jX_L} + \frac{1}{R - jX_C}$$

$$Y_{in} = \frac{R - jX_L}{R^2 + X_L^2} + \frac{R + jX_C}{R^2 + X_C^2}$$

$$Y_{in} = \frac{R - jX_L}{R^2 + X_L^2} + \frac{R + jX_c}{R^2 + X_c^2}$$

$$Y_{in} = \frac{(R^2 + X_c^2)(R - jX_L) + (R^2 + X_L^2)(R + jX_c)}{(R^2 + X_L^2) + (R^2 + X_c^2)}$$

$$Y_{in} = \frac{(R^3 - jR^2X_L + X_c^2R - jX_c^2X_L) + (R^3 + jR^2X_c + X_L^2R + jX_L^2X_c)}{(R^2 + X_L^2) + (R^2 + X_c^2)}$$

$$(-jR^2X_L - jX_c^2X_L) + (jR^2X_c + jX_L^2X_c) = 0$$

$$(-jR^2X_L - jX_c^2X_L) + (jR^2X_c + jX_L^2X_c) = 0$$

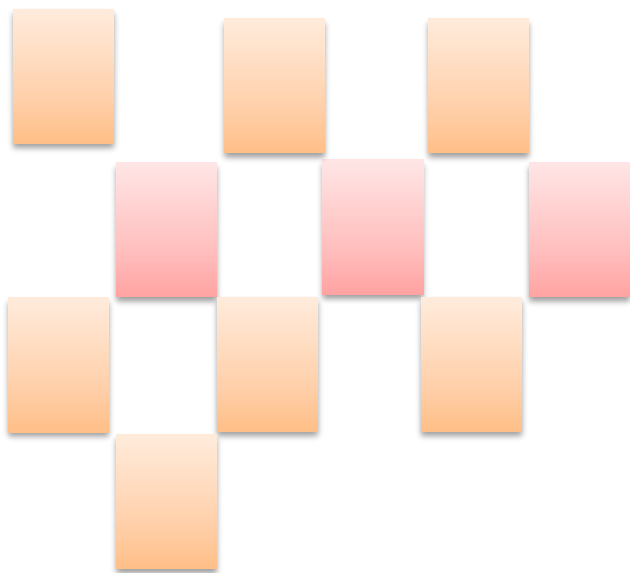
$$(X_L) = \omega L \qquad (X_c) = \frac{1}{\omega c}$$

$$\left(-R^2(\omega L) - \frac{1}{(\omega c)^2}(\omega L)\right) + \left(R^2 \frac{1}{(\omega c)} + \frac{1}{\omega c}(\omega L)^2\right) = 0$$

$$\left(-R^2(\omega L) - \frac{1}{\omega(c)^2}(L)\right) + \left(R^2 \frac{1}{(\omega c)} + \frac{1}{c}\omega L^2\right) = 0$$

$$\left(-R^2(\omega^2 L) - \frac{1}{(c)^2}(L)\right) + \left(R^2 \frac{1}{(c)} + \frac{1}{c}\omega^2 L^2\right) = 0$$

$$\omega^2 \left(\frac{L^2}{c} - R^2 L\right) = \frac{L}{c^2} - \frac{R^2}{c} \longrightarrow \omega = \sqrt{\frac{\frac{L}{c^2} - \frac{R^2}{c}}{\frac{L^2}{c} - R^2 L}}$$



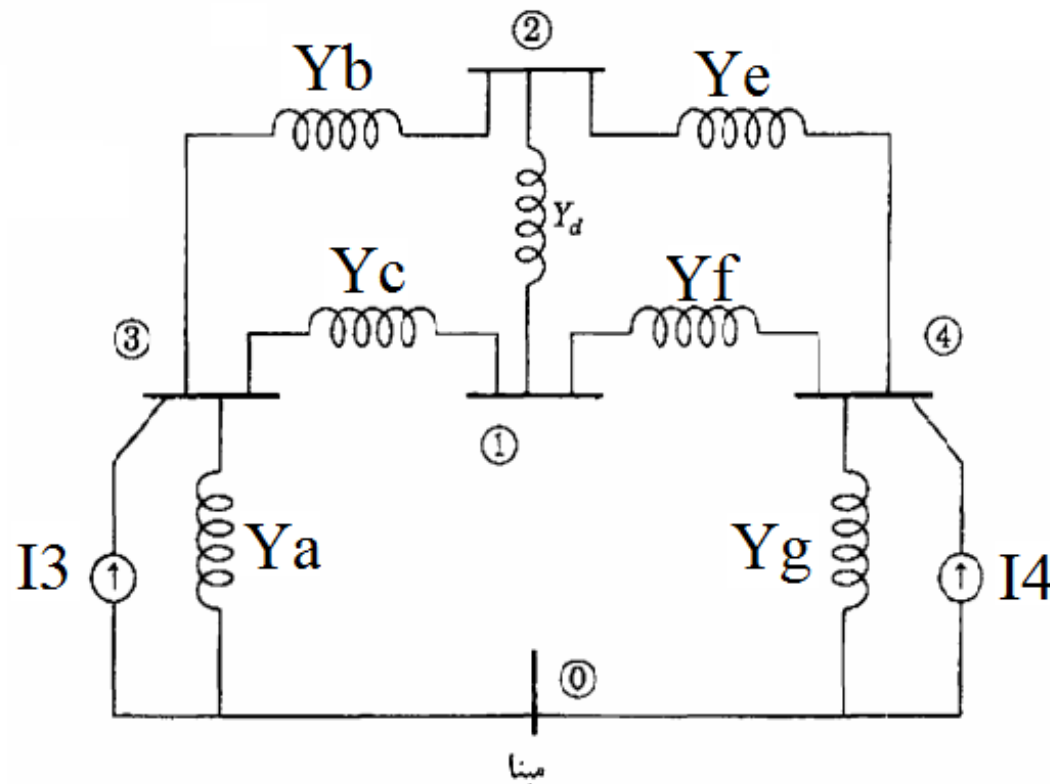
دانشگاه فنی حرفه ایی انقلاب اسلامی
دانشکده مهندسی برق

آموزش مجازی درس
مدارهای جریان متناوب

جلسه پنجم
محاسبه ماتریس ادمیتانس مدار معادل خط انتقال

ارائه دهنده: دکتر علیرضا ناطقی

محاسبه ماتریس ادمیتانس



$$Y_{11} = Y_c + Y_d + Y_f$$

$$Y_{22} = Y_b + Y_d + Y_e$$

$$Y_{33} = Y_a + Y_c$$

$$Y_{44} = Y_e + Y_f + Y_g$$

$$Y_{12} = -Y_d$$

$$Y_{13} = -Y_c$$

$$Y_{14} = -Y_f$$

$$Y_a = -j0.8 \quad Y_b = -j4.0 \quad Y_c = -j4.0 \quad Y_d = -j8.0$$

$$Y_f = -j2.5 \quad Y_g = -j0.8 \quad Y_e = -j5.0$$

$$I_3 = 1.0 \angle -90^\circ \quad I_4 = 0.68 \angle -135^\circ$$

محاسبه ماتریس ادمیتانس

$$\begin{aligned}
 Y_a &= -j0.8 & Y_b &= -j4.0 & Y_c &= -j4.0 & Y_d &= -j8.0 \\
 Y_f &= -j2.5 & Y_g &= -j0.8 & Y_e &= -j5.0 & & \\
 I_3 &= 1.0 \angle -90^\circ & I_4 &= 0.68 \angle -135^\circ & & & &
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 Y_{11} &= Y_c + Y_d + Y_f \\
 Y_{22} &= Y_b + Y_d + Y_e \\
 Y_{33} &= Y_a + Y_c \\
 Y_{44} &= Y_e + Y_f + Y_g
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 Y_{12} &= -Y_d \\
 Y_{13} &= -Y_c \\
 Y_{14} &= -Y_f
 \end{aligned}$$

$$\begin{bmatrix}
 -j14.5 & j8.0 & j4.0 & j2.5 \\
 j8.0 & -j17.0 & j4.0 & j5.0 \\
 j4.0 & j4.0 & -j8.8 & j0 \\
 j2.5 & j5.0 & j0 & -j8.3
 \end{bmatrix}
 \begin{bmatrix}
 V_1 \\
 V_2 \\
 V_3 \\
 V_4
 \end{bmatrix}
 =
 \begin{bmatrix}
 0 \\
 0 \\
 1.0 \angle -90^\circ \\
 0.68 \angle -135^\circ
 \end{bmatrix}$$

محاسبه ماتریس ادمیتانس

$$Y_{bus} V = I$$

$$Y_{bus}^{-1} Y_{bus} V = Y_{bus}^{-1} I$$

$$\text{where } Y_{bus}^{-1} = Z_{bus} = \begin{bmatrix} j0.7187 & j0.6688 & j0.6307 & j0.6194 \\ j0.6688 & j0.7045 & j0.6242 & j0.6258 \\ j0.6307 & j0.7045 & j0.6840 & j0.5660 \\ j0.6194 & j0.6258 & j0.5660 & j0.6840 \end{bmatrix}$$

$$V = Y_{bus}^{-1} I$$

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \\ V_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} j0.7187 & j0.6688 & j0.6307 & j0.6194 \\ j0.6688 & j0.7045 & j0.6242 & j0.6258 \\ j0.6307 & j0.7045 & j0.6840 & j0.5660 \\ j0.6194 & j0.6258 & j0.5660 & j0.6840 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1.0 \angle -90^\circ \\ 0.68 \angle -135^\circ \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \\ V_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.9285 - j0.2978 \\ 0.9251 - j0.3009 \\ 0.9562 - j0.2721 \\ 0.8949 - j0.3289 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.9750 \angle -17.78^\circ \\ 0.9728 \angle -18.02^\circ \\ 0.9941 \angle -15.89^\circ \\ 0.9534 \angle -20.18^\circ \end{bmatrix}$$