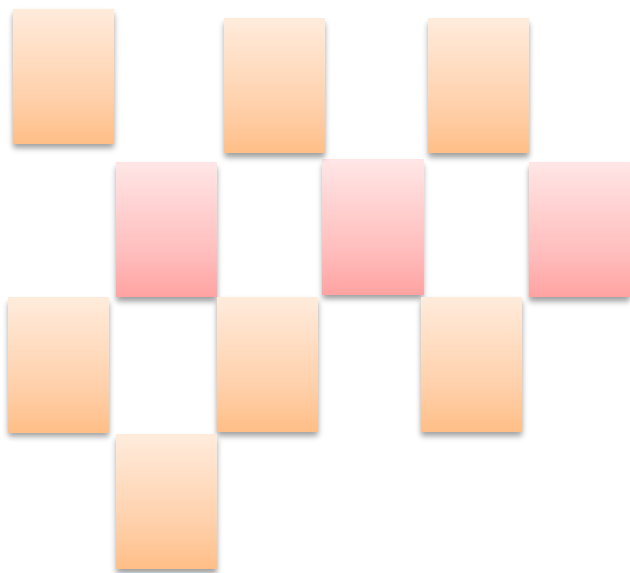




دانشگاه فنی حرفه ایی انقلاب اسلامی
دانشکده مهندسی برق

آموزش مجازی درس
مدارهای جریان متناوب

جلسه دوم

ارائه دهنده: دکتر علیرضا ناطقی

فیلتر پایین گذر مرتبه اول

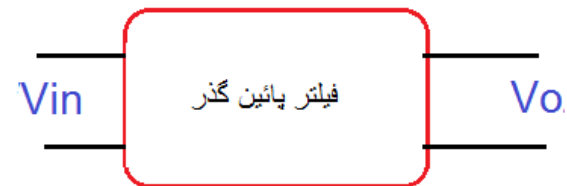
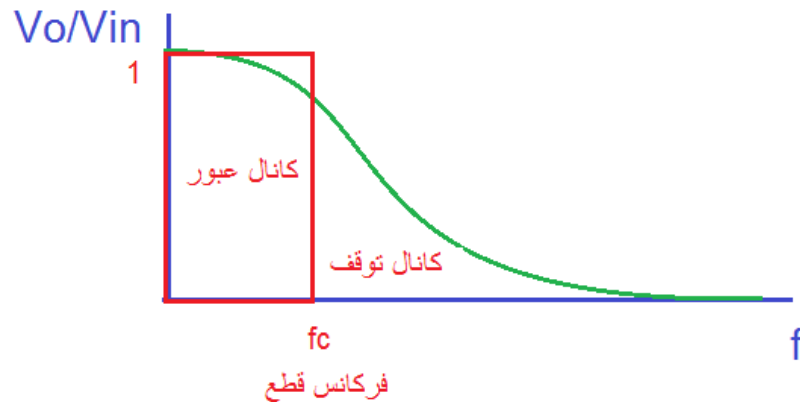
- فیلترها مدارهایی برای **اصلاح، تغییر شکل یا حذف** بخشی از فرکانس‌های ناخواسته یک سیگنال الکتریکی یا همه آن و عبور سیگنال‌های مورد نظر هستند.

$$[\sin t] + \sin 100t$$

فیلتر پایین گذر مرتبه اول

- فیلترها مدارهایی برای **اصلاح، تغییر شکل یا حذف** بخشی از فرکانس‌های ناخواسته یک سیگنال الکتریکی یا همه آن و عبور سیگنال‌های مورد نظر هستند.

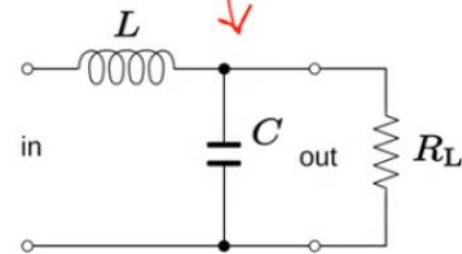
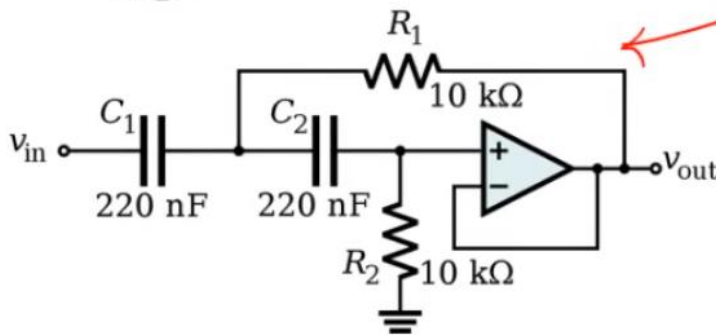
$$[\sin t] + \sin 100t$$



فیلتر پایین گذر مرتبه اول

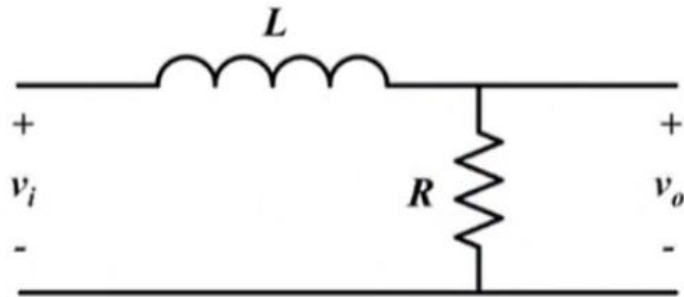
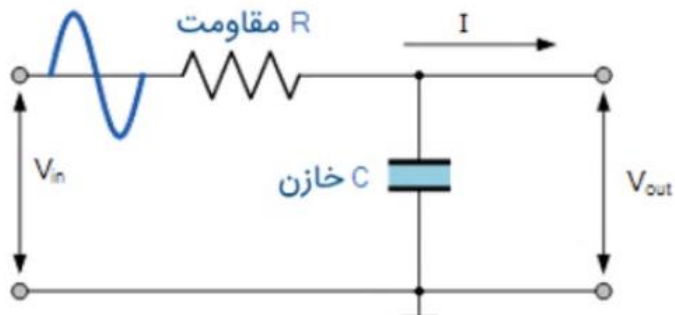
- فیلترها مدارهایی برای **اصلاح، تغییر شکل یا حذف** بخشی از فرکانس‌های ناخواسته یک سیگنال الکتریکی یا همه آن و عبور سیگنال‌های مورد نظر هستند.
 $[\sin t] + \sin 100t$

- فیلترها به دو دسته **پسیو** و **اکتیو** دسته‌بندی می‌شوند.

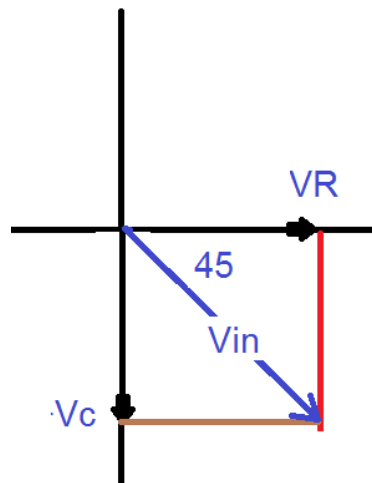
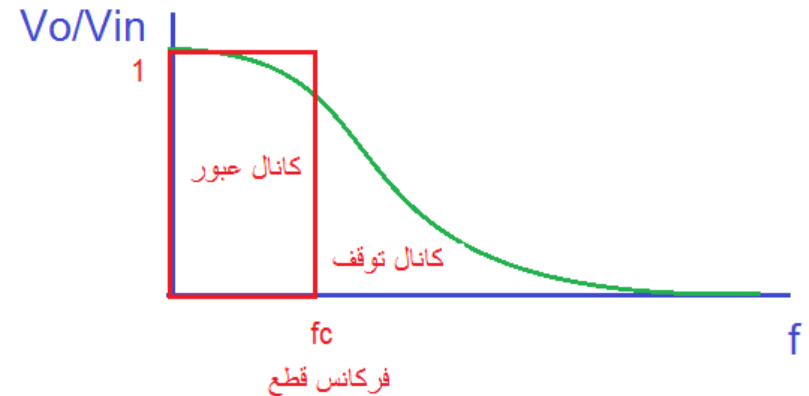
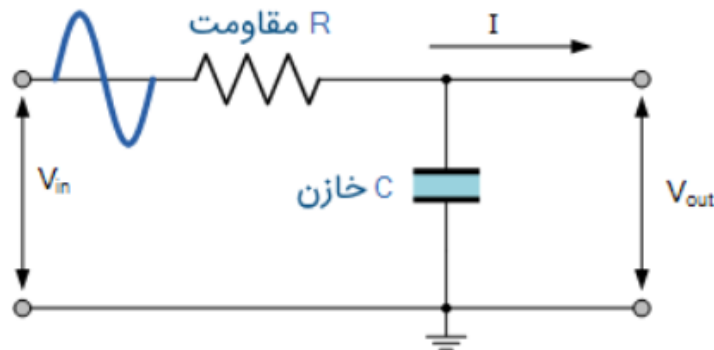


فیلتر پایین گذر مرتبه اول

- فیلتر پایین گذر مرتبه اول پسو از **یک خازن یا سلف و یک مقاومت** ساخته می شود.
- **سیگنال های فرکانس بالا** در خروجی فیلتر **حذف** می شود.



محاسبه فرکانس قطع فیلتر پائین گذر



$$X_C = 1/j\omega C$$

$$Z = R + 1/j\omega C$$

$$V_{in} = V_R + V_C$$

$$V_{in} = (R + 1/j\omega C)I = ZI$$

$$I = V_{in}/Z$$

$$\text{IF: } R = X_C \dots |V_C| = |V_R| = 0.707 |V_{in}|$$

$$\downarrow$$

$$R = 1/2\pi f C \quad f = 1/2\pi R C$$

$$R = 1/CS$$

$$S = j\omega$$

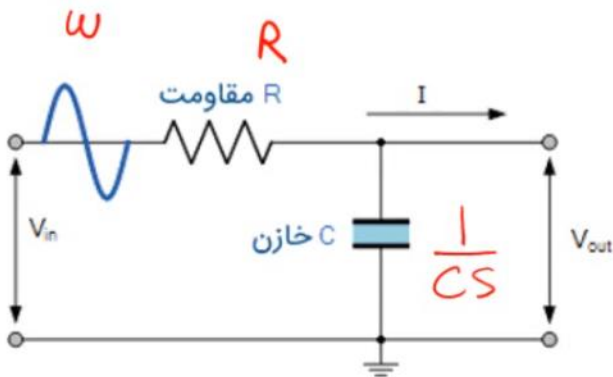
$$R = X(S) \text{ ----- } R = 1/CS$$

فرکانس طبیعی $S = 1/RC$

فرکانس طبیعی مدار برابر عکس ثابت زمانی مدار است

محاسبه فرکانس قطع فیلتر پائین گذر
فیلتر پائین گذر مرتبه اول پسیو

- فیلتر پائین گذر مرتبه اول پسیو با یک خازن و یک مقاومت



$$\frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{Z_C}{Z_C + Z_R}$$

$$S = j\omega$$

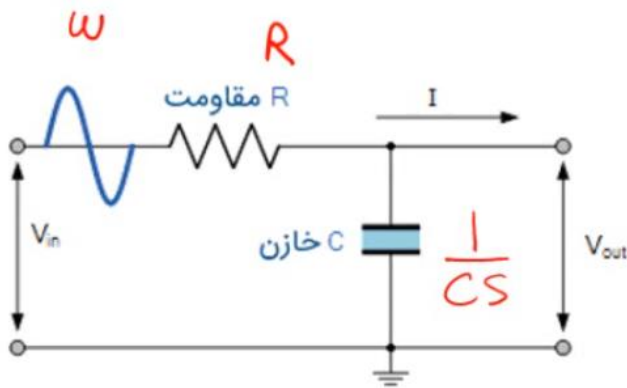
$$X_C = 1/j\omega C$$

$$X_C = 1/CS \quad \text{راکتانس خازن در حوزه فرکانس}$$

S : متغیر لاپلاس

فیلتر پایین‌گذر مرتبه اول پسیو

• فیلتر پایین‌گذر مرتبه اول پسیو با یک خازن و یک مقاومت



$$S = j\omega$$

$$X_C = 1/j\omega C$$

$$X_C = 1/CS \quad \text{راکتانس خازن در حوزه فرکانس}$$

S : متغیر لاپلاس

$$\frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{Z_C}{Z_C + Z_R}$$

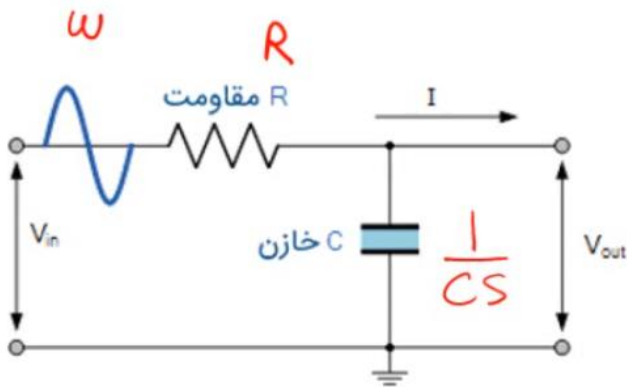
$$= \frac{1}{1 + RCS}$$

$$= \frac{1}{1 + \frac{S}{\omega_c}}$$

$$\frac{1}{RC} = \omega_c$$

فیلتر پایین‌گذر مرتبه اول پسیو

• فیلتر پایین‌گذر مرتبه اول پسیو با یک خازن و یک مقاومت



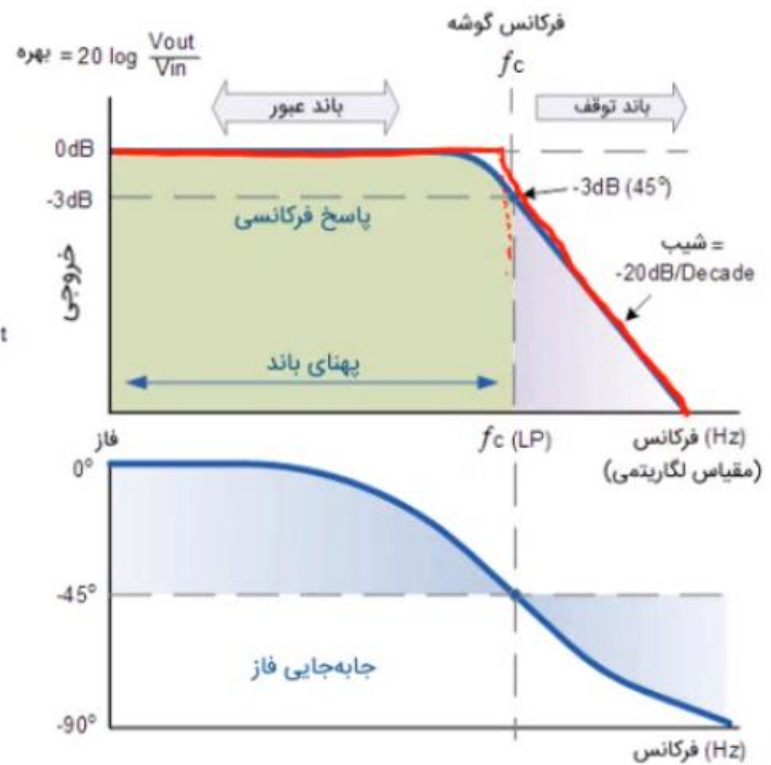
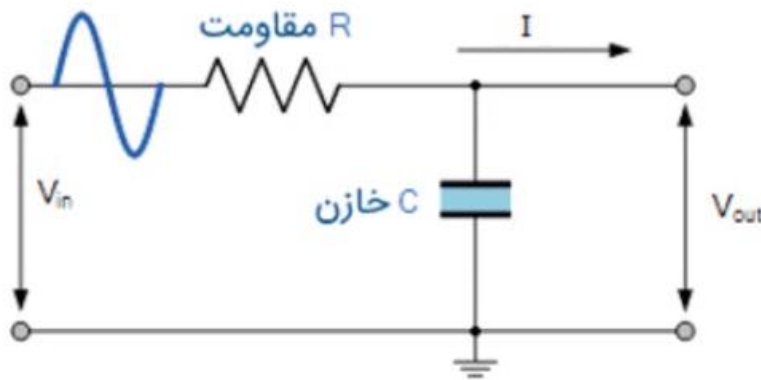
$$\frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{Z_C}{Z_C + Z_R}$$

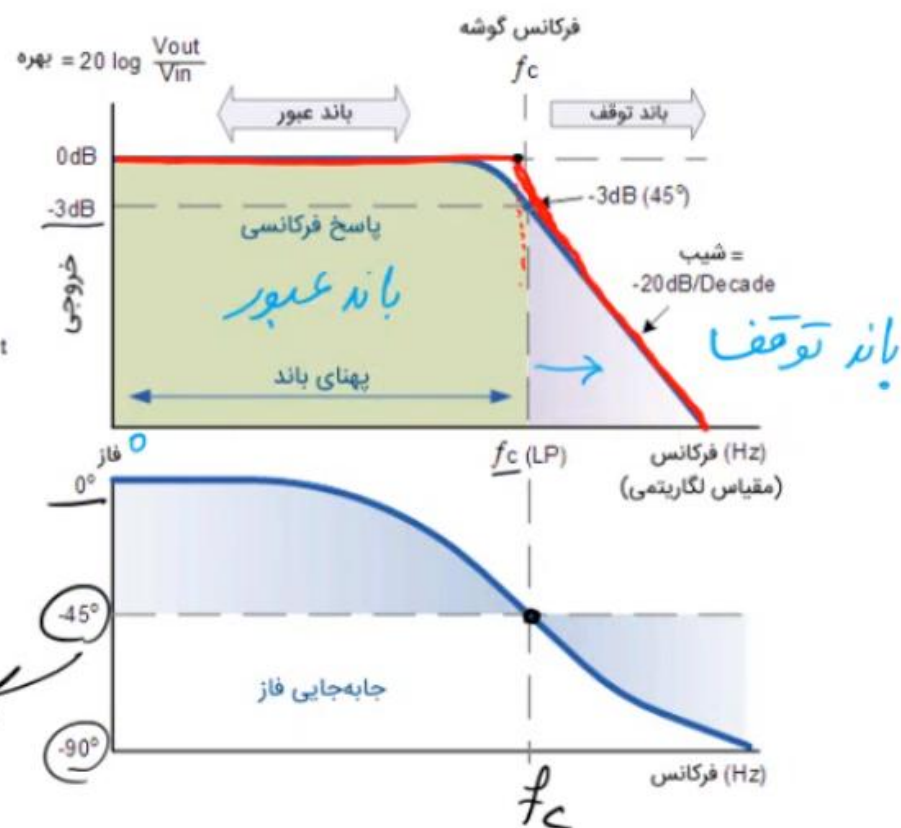
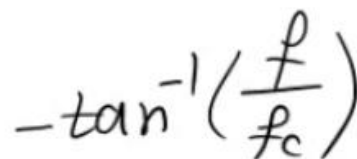
$$= \frac{1}{1 + RCS}$$

$$= \frac{1}{1 + \frac{s}{\omega_c}}$$

$$\frac{1}{RC} = \omega_c$$

- فیلتر پایین گذر مرتبه اول پسو با یک خازن و یک مقاومت
- $$\left. \frac{V_{out}}{V_{in}}(s) \right|_{s=j\omega} = H(j\omega) = \frac{1}{1 + j \frac{\omega}{\omega_c}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2}} \angle -\tan^{-1}\left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)$$





- مثال: در مدار RC مرتبه اول، مقاومت ۴.۷ کیلو اهم و خازن دارای ظرفیت ۴۷ نانوفاراد است. اگر ولتاژ ورودی سینوسی با دامنه ۱۰ ولت و فرکانس‌های ۱۰۰ هرتز و ۱۰ کیلوهرتز باشد، دامنه ولتاژ خروجی چقدر خواهد بود؟

$$f_c = \frac{1}{2\pi RC} = \frac{1}{2\pi \times 4700 \times 47 \times 10^{-9}}$$

$$= 720.1 \text{ Hz}$$

$$|H(j\omega)| = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{f}{f_c}\right)^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{f}{720.1}\right)^2}}$$

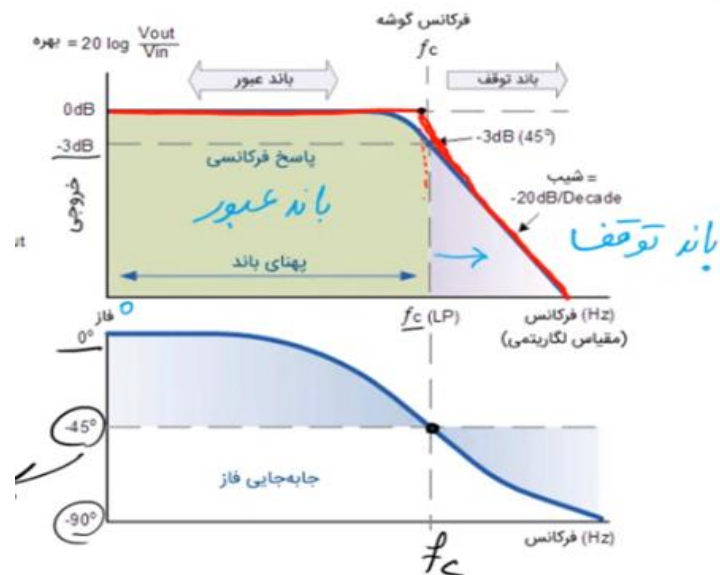
$$f=100 \Rightarrow |H| = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{100}{V_{f_{0,d}}}\right)^2}} = 0,99$$

$$f=10^{\varepsilon} \text{ Hz} \Rightarrow |H| = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{10^{\varepsilon}}{V_{f_{0,d}}}\right)^2}} = 0,0 \text{ V}$$

$$\begin{cases} \text{if } U_i = 10 \sin(2000\pi t) \Rightarrow U_o = 9,9 \sin(2000\pi t + \varphi_0) \\ \text{if } U_i = 10 \sin(20000\pi t) \Rightarrow U_o = 0,1 \sin(20000\pi t + \varphi_1) \end{cases}$$

$$f_c = \frac{1}{2\pi RC} = \frac{1}{2\pi \times 5V_{00} \times 5V \times 10^{-9}} = 720,1 \text{ Hz}$$

$$|H(j\omega)| = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{f}{f_c}\right)^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{f}{720,1}\right)^2}}$$



حل تمرين

- 1.1 If $v = 141.4 \sin(\omega t + 30^\circ)$ V and $i = 11.31 \cos(\omega t - 30^\circ)$ A. find for each (a) the maximum value, (b) the rms value and (c) the phasor expression in polar and rectangular form if voltage is the "reference." Is the circuit inductive or capacitive?

Solution:

- (a) Maximum values:

$$V_{\max} = 141.4 \text{ V}$$

$$I_{\max} = 11.31 \text{ A}$$

- (b) rms values:

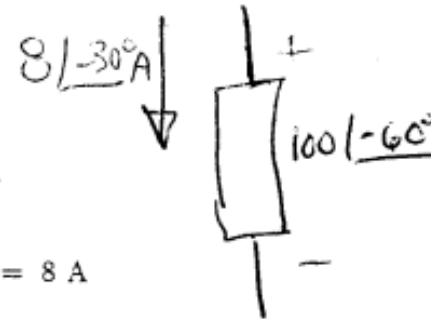
$$|V| = \frac{141.4}{\sqrt{2}} = 100 \text{ V}$$

$$|I| = \frac{11.31}{\sqrt{2}} = 8 \text{ A}$$

- (c) Phasor expressions in polar and rectangular form:

$$V = 100 \angle 30^\circ$$

$$I = 8 \angle -30^\circ$$



حل تمرين

- 1.3 In a single-phase circuit $V_a = 120 \angle 45^\circ$ V and $V_b = 100 \angle -15^\circ$ V with respect to a reference node o . Find V_{ba} in polar form.

Solution:

$$\begin{aligned} V_{ba} &= V_{bo} - V_{ao} \\ V_{ba} &= 100 \angle -15^\circ - 120 \angle 45^\circ = 96.59 - j25.88 - (84.85 + j84.85) \\ &= 11.74 - j110.73 = 111.35 \angle -83.95^\circ \text{ V} \end{aligned}$$

حل تمرين

- 1.4 A single-phase ac voltage of 240 V is applied to a series circuit whose impedance is $10 \angle 60^\circ \Omega$. Find R , X , P , Q and the power factor of the circuit.

Solution:

$$R = 10 \cos 60^\circ = 5.0 \Omega$$

$$X = 10 \sin 60^\circ = 8.66 \Omega$$

$$I = \frac{240 \angle 0^\circ}{10 \angle 60^\circ} = 24 \angle -60^\circ \text{ A}$$

$$P = (24)^2 \times 5 = 2880 \text{ W}$$

$$Q = (24)^2 \times 8.66 = 4988 \text{ var}$$

$$\text{p.f.} = \cos \left(\tan^{-1} \frac{4988}{2880} \right) = 0.50$$

$$\text{or} \quad \cos \left(\tan^{-1} \frac{X}{R} \right) = 0.50$$

حل تمرين

- 1.5 If a capacitor is connected in parallel with the circuit of Prob. 1.4 and if this capacitor supplies 1250 var, find the P and Q supplied by the 240-V source, and find the resultant power factor.

Solution:

$$P = 2880 \text{ W}$$

$$Q = 4988 - 1250 = 3738 \text{ var}$$

$$\text{p.f.} = \cos \left(\tan^{-1} \frac{3738}{2880} \right) = 0.61$$

حل تمرين

1.10 A voltage source $\underline{E_{an}} = -120/210^\circ$ V and the current through the source is given by $\underline{I_{na}} = 10/60^\circ$ A. Find the values of P and Q and state whether the source is delivering or receiving each.

Solution:

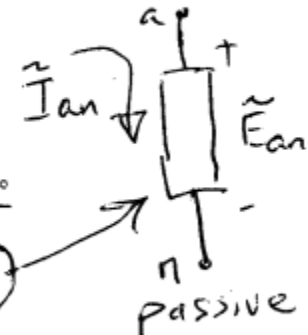
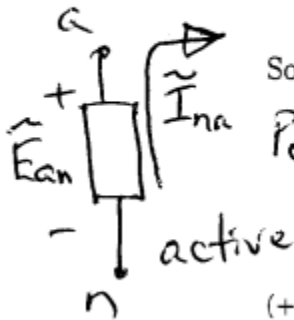
$$P_{out} = \underline{E_{an}} \underline{I_{na}}^* = -120/210^\circ \times 10/-60^\circ = -1200/150^\circ = 1200/-30^\circ$$

$$P = 1039 \text{ W delivered}$$

$$Q = -600 \text{ var delivered}$$

$$P_{in} = \underline{\tilde{E}_{an}} \underline{\tilde{I}_{an}}^*$$

(+600 var absorbed by source, since $\underline{I_{na}}$ defines positive current from n to a and $\underline{E_{an}}$ defines point a at higher potential than n when $\underline{e_{an}}$ is positive.)



حل تمرين

1.12 Evaluate the following expressions in polar form:

(a) $a - 1$

(b) $1 - a^2 + a$

(c) $a^2 + a + j$

(d) $ja + a^2$

Solution:

$$(a) a - 1 = -0.5 + j0.866 - 1 = 1.732 \angle 150^\circ$$

$$(b) 1 - a^2 + a = 1 - (-0.5 - j0.866) - 0.5 + j0.866 = 1 + j1.732 = 2.00 \angle 60^\circ$$

$$(c) a^2 + a + j = -0.5 - j0.866 - 0.5 + j0.866 + j1 = -1 + j1 = 1.414 \angle 135^\circ$$

$$(d) ja + a^2 = 1 \angle 210^\circ + 1 \angle 240^\circ = -0.866 - j0.5 - 0.5 - j0.866 = -1.366 - j1.366 \\ = 1.932 \angle 225^\circ$$

حل تمرين

- 1.16 Determine the current drawn from a three-phase 440-V line by a three-phase 15-hp motor operating at full load, 90% efficiency and 80% power factor lagging. Find the values of P and Q drawn from the line.

Solution:

$$|I| = \frac{15 \times 746}{\sqrt{3} \times 440 \times 0.9 \times 0.8} = 20.39 \text{ A}$$

$$P = \sqrt{3} \times 440 \times 20.39 \times 0.8 = 12,431 \text{ W drawn from line}$$

$$Q = \sqrt{3} \times 440 \times 20.39 \times 0.6 = 9,324 \text{ var drawn from line}$$

حل تمرين

- 1.17 If the impedance of each of the three lines connecting the motor of Prob. 1.16 to a bus is $0.3 + j1.0 \Omega$, find the line-to-line voltage at the bus which supplies 440 V at the motor.

Solution:

$$I = 20.39(0.8 - j0.6) = 16.31 - j12.23 \text{ A}$$

When the reference is voltage to neutral of the motor at the terminal where I is calculated, or $440/\sqrt{3} = 254 \angle 0^\circ$ V, the supply bus voltage to neutral is

$$\begin{aligned} 254 + j0 + (0.3 + j1.0)(16.31 - j12.23) &= 271.1 + j12.64 \\ \text{Line-to-line voltage } |V| &= \sqrt{3} |271.1 + j12.64| = 470 \text{ V} \end{aligned}$$

حل تمرين

- 1.18 A balanced- Δ load consisting of pure resistances of 15Ω per phase is in parallel with a balanced-Y load having phase impedances of $8 + j6 \Omega$. Identical impedances of $2 + j5 \Omega$ are in each of the three lines connecting the combined loads to a 110-V three-phase supply. Find the current drawn from the supply and line voltage at the combined loads.

Solution:

Convert Δ to equivalent Y having $15/3 = 5 \Omega/\text{phase}$

$$\begin{aligned}\frac{5(8 + j6)}{5 + 8 + j6} &= \frac{40 + j30}{13 + j6} \times \frac{13 - j6}{13 - j6} = \frac{700 + j50}{205} \\ &= 3.41 + j0.732 = 3.49 \angle 12.1^\circ \Omega\end{aligned}$$

Current drawn at supply:

$$Z = 2 + j5 + 3.41 + j0.73 = 5.41 + j5.73 = 7.88 \angle 46.65^\circ \Omega$$

$$|I| = \frac{110/\sqrt{3}}{7.88} = 8.06 \text{ A from supply}$$

Letting V_t equal voltage at the load, line-to-line voltage:

$$V_t = 8.06 \times 3.49 = 28.13 \text{ V to neutral}$$

$$\text{Line-to-line } V_2 = \sqrt{3} \times 28.13 = 48.72 \text{ V}$$

حل تمرين

- 1.22 A generator (which may be represented by an emf in series with an inductive reactance) is rated 500 MVA, 22 kV. Its Y-connected windings have a reactance of 1.1 per unit. Find the ohmic value of the reactance of the windings.

Solution:

$$\begin{aligned}\text{Base } Z &= \frac{(22)^2}{500} = 0.968 \, \Omega \\ X &= 1.1 \times 0.968 = 1.065 \, \Omega\end{aligned}$$

- 1.23 The generator of Prob. 1.22 is in a circuit for which the bases are specified as 100 MVA, 20 kV. Starting with the per-unit value given in Prob. 1.22, find the per-unit value of reactance of the generator windings on the specified base.

Solution:

$$X = \overset{1.1}{\cancel{1.065}} \left(\frac{100}{500} \right) \left(\frac{22}{20} \right)^2 = \overset{0.2662 \text{ p.u.}}{\cancel{0.2577}} \text{ per unit}$$