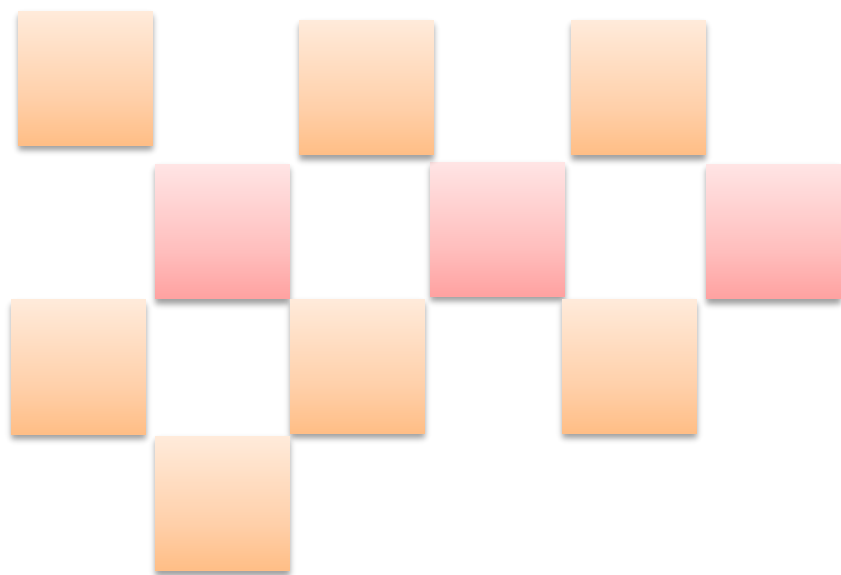




دانشگاه فنی حرفه ایی انقلاب اسلامی
دانشکده مهندسی برق

آموزش مجازی درس مدارهای جریان متناوب

ارائه دهنده: دکتر علیرضا ناطقی

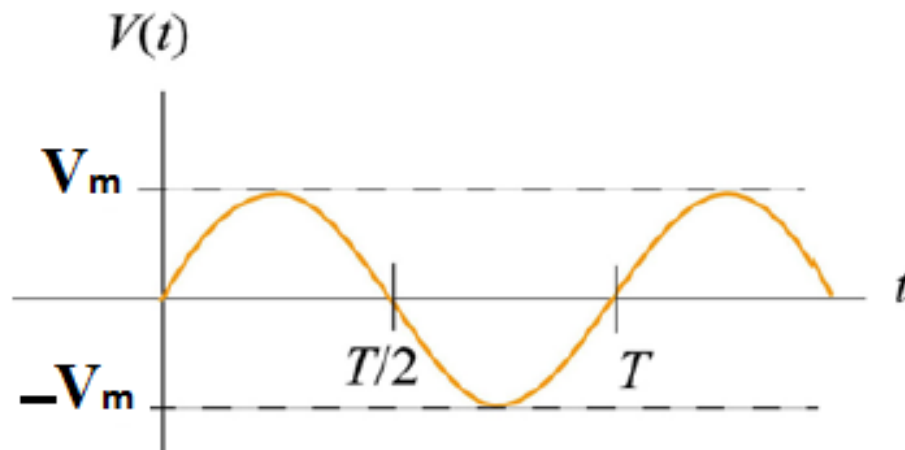
مدارهای جریان متناوب

جلسه اول

مقدمه: در مدارهای جریان متناوب یک منبع با تابع تغییرات سینوسی به یک مدار با المانهای مقاومت، سلف، خازن اعمال شده و تابع تغییرات متغیرهای جریان، ولتاژ و توان هر یک از المانهای مدار مورد بررسی قرار میگیرد. در تحلیل مدارهای جریان متناوب، رفتار تابع تغییرات منبع با یک تابع سینوسی به شکل زیر مدل میشود.

$$V(t) = V_m \cdot \sin(\omega t + \theta)$$

در این رابطه ω سرعت زاویه ای بر حسب رادیان بر ثانیه و θ بیانگر مقدار شیف فاز بر حسب رادیان است. در شکل زیر تابع تغییرات یک موج سینوسی با شیف فاز صفر نشان داده شده است.



مدارهای جریان متناوب

- در شکل زیرمیزان جابجایی فاز توابع نسبت به مبدا :

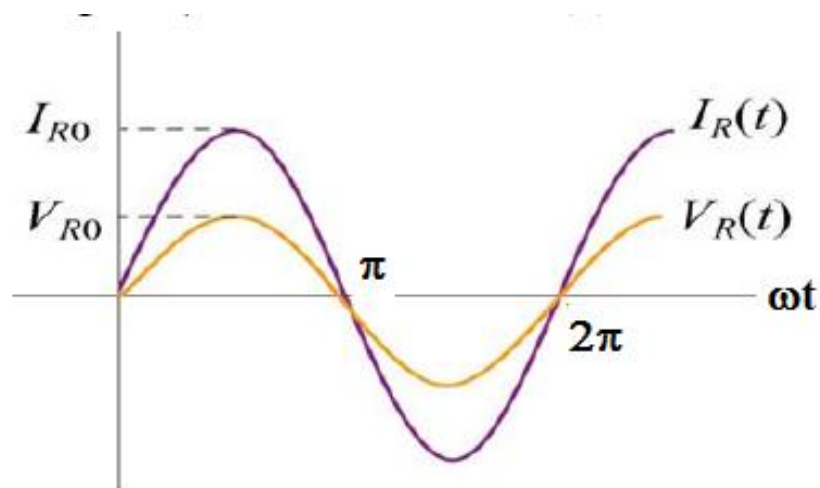
$$v(t) = V_m \sin(\omega t + 0)$$

- در تابع تغییرات ولتاژ برابر $\theta_v = 0$

$$i(t) = V_m \sin(\omega t + 0)$$

- در تابع تغییرات جریان برابر $\theta_i = 0$

- نکته : اختلاف فاز دو تابع نسبت به یکدیگر برابر صفر درجه و تابع هم فاز هستند.



مدار جریان متناوب

- در شکل زیرمیزان **جابجایی فاز توابع نسبت به مبدا** :

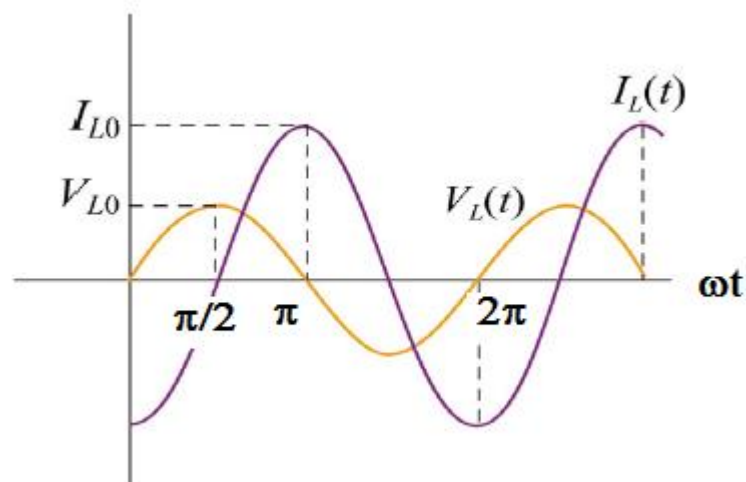
$$v(t) = V_m \sin(\omega t + 0)$$

- در تابع تغییرات ولتاژ برابر $\theta_v = 0$

$$i(t) = V_m \sin(\omega t - \pi/2)$$

- در تابع تغییرات جریان برابر $\theta_i = 90$

➤ **نکته** : اختلاف فاز دو تابع نسبت به یکدیگر برابر ۹۰ درجه است، در این شکل تابع تغییرات جریان ۹۰ درجه عقب تر از ولتاژ یا به عبارت دیگر Lag است.



مدار جریان متناوب

- در شکل زیرمیزان جابجایی فاز توابع نسبت به مبدا :

$$v(t) = V_m \sin(\omega t + 0)$$

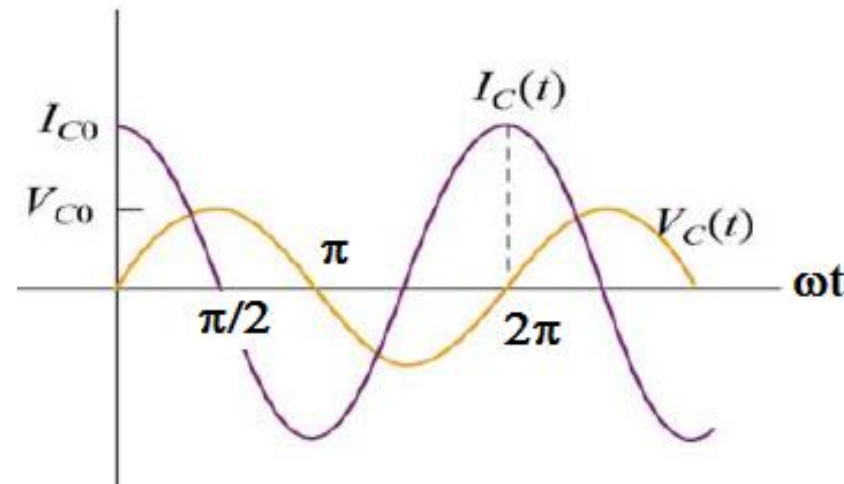
- در تابع تغییرات ولتاژ برابر $\theta_v = 0$

$$i(t) = V_m \sin(\omega t + \pi/2)$$

- در تابع تغییرات جریان برابر $\theta_i = -90$

-

- نکته : اختلاف فاز دو تابع نسبت به یکدیگر برابر ۹۰ درجه است، در این شکل تابع تغییرات جریان ۹۰ درجه جلوتر از ولتاژ یا به عبارتی دیگر Lead است.



تحلیل مدارهای RLC

بررسی اثر المانهای مقاومت، سلف و خازن در رفتار پارامترهای یک مدار

➤ نکته:

عملکرد یک مدار را میتوان با کمک روش، تحلیل برداری (تحلیل فیزوری)، تحلیل لاپلاس، تحلیل مدار در حوزه فرکانس (تبدیل فوریه) و تعیین معادله دیفرانسیل حاکم بر مدار (تحلیل در حوزه زمان با تعیین پاسخ های عمومی و خصوصی مدار) مورد ارزیابی قرار داد.

➤ نکته:

فرکانس کلیه متغیرهای مدار اعم از ولتاژ و یا جریان، همواره برابر فرکانس منبع اما دامنه و فاز آنها متفاوت خواهد بود. لذا در تمام روشهای های تحلیلی فوق، هدف تعیین این دو متغیر میباشد.

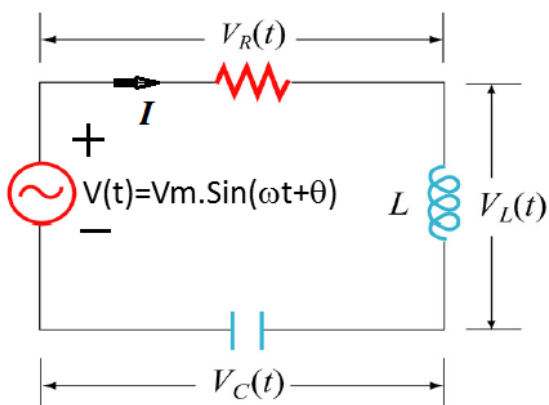
مدار جریان متناوب

➤ مثال:

در شکل زیر یک منبع متناوب به صورت سری با المانهای مدار قرار گرفته است، مطلوب است تحلیل برداری مدار و تعیین جریان و ولتاژ دو سر هر یک از المانهای مدار.

نکات کلیدی حل مسئله:

- مدار سری است لذا جریان کل المانها برابر است.
- فرکانس تمام متغیرهای مدار همان فرکانس منبع است.



مدار جریان متناوب

فرایند طی شده در تحلیل برداری یک مدار

۱- تعیین مقادیر برداری کلیه امپدانس های مدار

الف- بردار امپدانس سلف $Z_L = j\omega L = \omega L \angle \pi/2$ (واحد اهم)

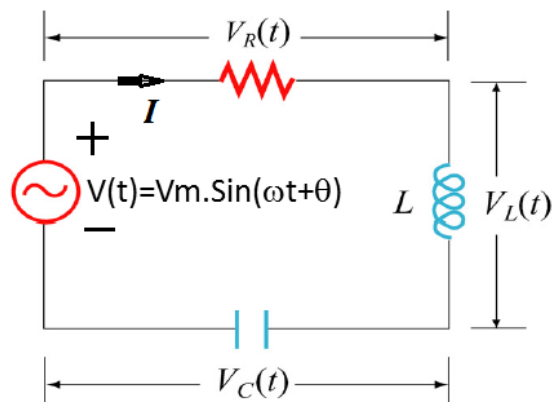
ب- بردار امپدانس خازن $Z_C = -j(1/\omega C) = (1/\omega C) \angle -\pi/2$ (واحد اهم)

➤ نکته:

یک بردار با یک اندازه و یک زاویه نمایش داده میشود. به مقدار اندازه یک بردار **امپدانس**، که کمیتی عددی است، **راکتانس** آن بردار گفته میشود.

$$\left. \begin{array}{l} \text{راکتانس سلف (اندازه بردار امپدانس سلف):} \\ |Z_L| = X_L = \omega L \\ \text{زاویه بردار امپدانس سلف} \end{array} \right\} \theta_{Z_L} \angle \pi/2$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{راکتانس خازن (اندازه بردار امپدانس خازن):} \\ |Z_C| = X_C = 1/\omega C \\ \text{زاویه بردار امپدانس خازن} \end{array} \right\} \theta_{Z_C} \angle -\pi/2$$



مدار جریان متناوب تحلیل برداری (فیزوزی)

۲- تعیین مقادیر برداری کلیه منابع مدار

نمایش کسینوسی کلیه منابع موجود در مدار

➤ نکته:

✓ کلیه منابعی که تابع تغییرات آنها بر حسب سینوس نمایش داده شده را با کمک رابطه زیر به کسینوس تبدیل میکنیم:

$$\sin 30 = \cos(90 - 30) = \cos(30 - 90) \quad \text{به عنوان مثال:}$$

$$v(t) = V_m \cdot \sin(\omega t + \pi/6)$$

$$v(t) = V_m \cdot \cos(\omega t + (\pi/6 - \pi/2)) = V_m \cdot \cos(\omega t - \pi/3)$$

✓ نمایش برداری منبع تغذیه مدار $|V_s| \angle \theta_{V_s}$

در این رابطه $|V_s|$: مقدار موثر منبع ولتاژ $|V_s| = \frac{V_{\max}}{\sqrt{2}}$ و θ_{V_s} بیانگر فاز منبع است. لذا بردار ولتاژ منبع برابر خواهد بود با:

$$|V_s| \angle \theta_{V_s} = 100 \angle -\pi/3$$

مدار جریان متناوب تحليل برداری (فيزوزی)

۳- اعمال رابطه KVL در مدار

$$RI + V_L I + V_C I = V_S$$

$$RI + Z_L I + Z_C I = V_S$$

$$\left[R + j \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right) \right] I = V_S$$

$$I = \frac{V_S}{R + j(\omega L - 1/\omega C)}$$

در مدار شکل زیر مطلوب است تعیین

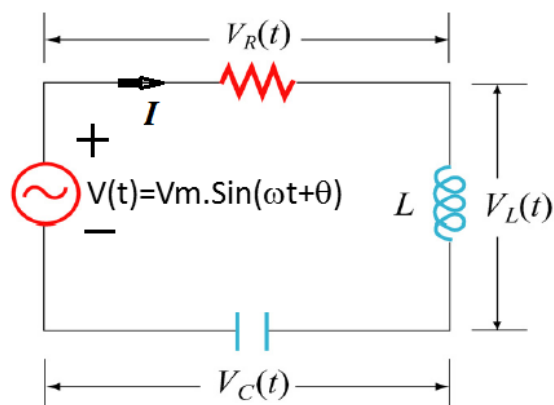
الف- جریان مدار

ب- اختلاف ولتاژ دو سر مقاومت

ج- اختلاف ولتاژ دو سلف

ج- اختلاف ولتاژ دو سر خازن

$$Z_L = j2 \text{ Ohm}, Z_C = -j3 \text{ Ohm}, R = 1 \text{ Ohm}$$



$$RI + Z_L I + Z_C I = V_S$$

$$RI + Z_L I + Z_C I = V_S$$

$$I = \frac{V_S}{R + j(\omega L - 1/\omega C)}$$

?

$$I = \frac{100 \angle -\pi/3}{1 + j(2 - 3)} = \frac{100 \angle -\pi/3}{1 - j(1)} = \frac{100 \angle -\pi/3}{\sqrt{2} \angle -\pi/4} = \frac{100}{\sqrt{2}} \angle (-\pi/3 - (-\pi/4))$$

$$i(t) = 100 \cos(\omega t - \frac{7\pi}{12}) \text{ A}$$

محاسبه ولتاژهای دو سر المانهای مدار

$$I = \left(\frac{100}{\sqrt{2}} \angle (-7\pi/12)\right)$$

$$V_R = R \cdot I = (1) \cdot I = (1 \angle 0) \left(\frac{100}{\sqrt{2}} \angle (-7\pi/12)\right) = \left(\frac{100}{\sqrt{2}} \angle ((0) + (-7\pi/12))\right)$$

$$V_L = Z_L \cdot I = j2 \cdot I = (2 \angle \pi/2) \left(\frac{100}{\sqrt{2}} \angle (-7\pi/12)\right) = \left(2 \frac{100}{\sqrt{2}} \angle (-7\pi/12 + (\pi/2))\right)$$

$$V_C = Z_C \cdot I = -j3 \cdot I = (3 \angle -\pi/2) \left(\frac{100}{\sqrt{2}} \angle (-7\pi/12)\right) = \left(3 \frac{100}{\sqrt{2}} \angle (-7\pi/12 - (\pi/2))\right)$$

$$v_r(t) = 100 \cos(\omega t + (-7\pi/12)) \quad (-7\pi/12) \text{ rad} = -105 \text{ Deg}$$

$$v_l(t) = 200 \cos(\omega t + (-\pi/12)) \quad (-\pi/12) \text{ rad} = -15 \text{ Deg}$$

$$v_c(t) = 300 \cos(\omega t + (-13\pi/12)) \quad (-13\pi/12) \text{ rad} = -195 \text{ Deg}$$

$$v_r(t) = 100 \cos(\omega t + (-7\pi/12))$$

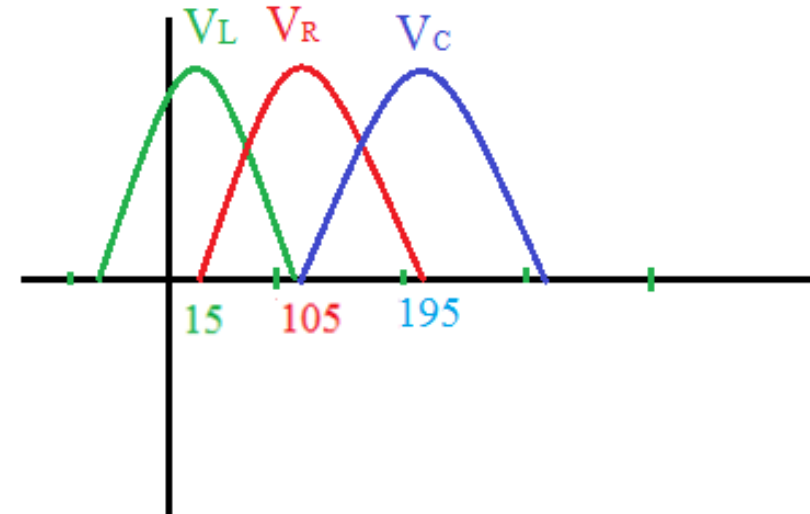
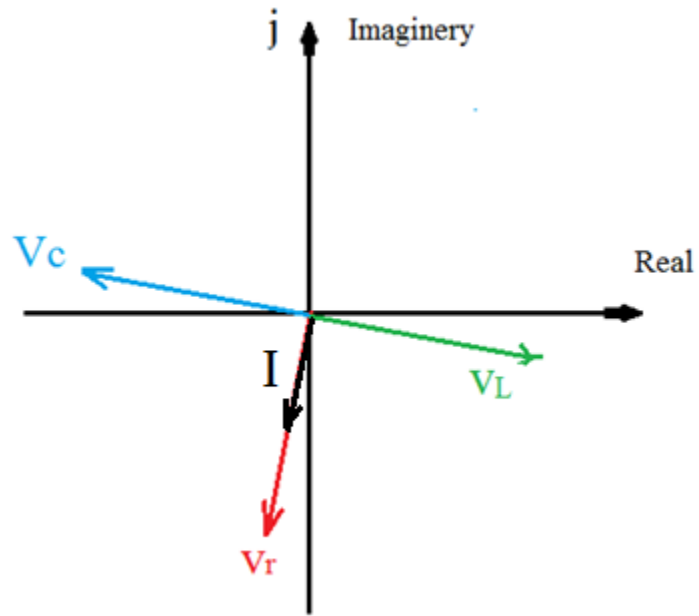
$$(-7\pi/12) \text{ rad} = -105^\circ$$

$$v_l(t) = 200 \cos(\omega t + (-\pi/12))$$

$$(-\pi/12) \text{ rad} = -15^\circ$$

$$v_c(t) = 300 \cos(\omega t + (-13\pi/12))$$

$$(-13\pi/12) \text{ rad} = -195^\circ$$



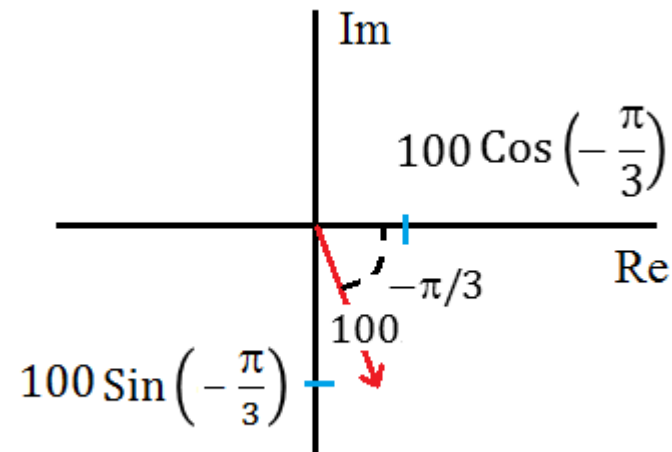
➤ نکته:

الف- نمایش قطبی بردار polar (برحسب اندازه و زاویه بردار)

به عنوان مثال: $V = 100 \angle -\pi/3$

ب- نمایش دکارتی بردار Rectangular (نمایش مقادیر حقیقی و موهومی بردار)

$$V = 100 \cos\left(-\frac{\pi}{3}\right) + j100 \sin\left(-\frac{\pi}{3}\right)$$





در تحلیل برداری یک مدار:

در فرایند جمع و تفاضل دو بردار از نمایش دکارتی و در ضرب و تقسیم از نمایش قطبی بردارها استفاده میشود.

مثال : جمع بردارهای $A = 2 + j3$, $B = 1 + j4$:

$$C = A + B = (2 + j3) + j(1 + j4) = (2 + 1) + j(3 + 4) = 3 + j7$$

مثال : اگر $E = 20 \angle \pi/2$, $D = 100 \angle \pi/3$:

تعیین بردار F :

$$F = D \cdot E = (20 \angle \pi/2)(100 \angle \pi/3) = (20 * 100) \angle \pi/2 + \pi/3 = 2000 \angle 5\pi/6$$

□ در ضرب برداری دو عدد مختلط با نمایش قطبی: اندازه ها در هم ضرب و فازها با هم جمع میشوند

تعیین بردار F :

$$F = D / E = (20 \angle \pi/2) / (100 \angle \pi/3) = (20/100) \angle \pi/2 - \pi/3 = 0.2 \angle \pi/6$$

□ در تقسیم برداری دو عدد مختلط با نمایش قطبی: اندازه بردار صورت تقسیم بر مخرج و زاویه بردار صورت از مخرج کم میشود.