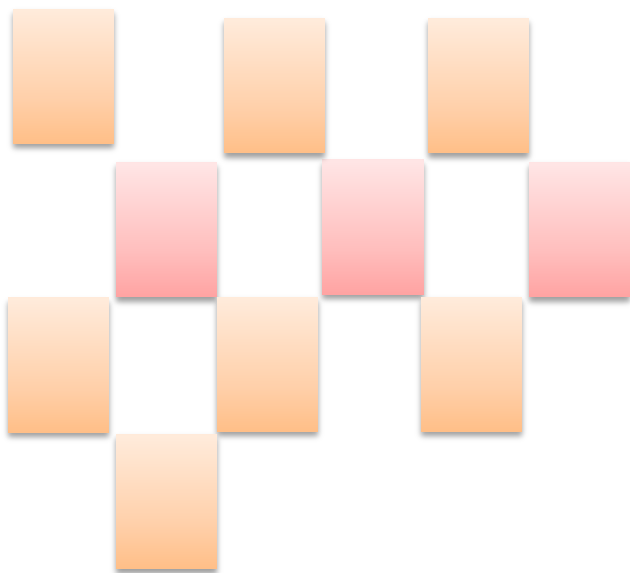
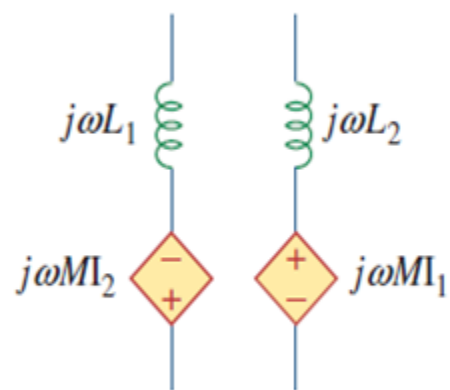




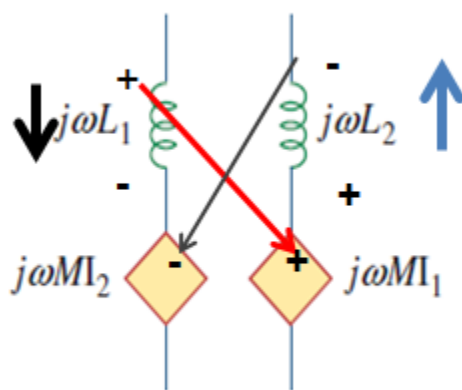
دانشگاه فنی حرفه ایی انقلاب اسلامی
دانشکده مهندسی برق

جلسه هفتم:
مدار جریان متناوب
ادامه مبحث القای متقابل

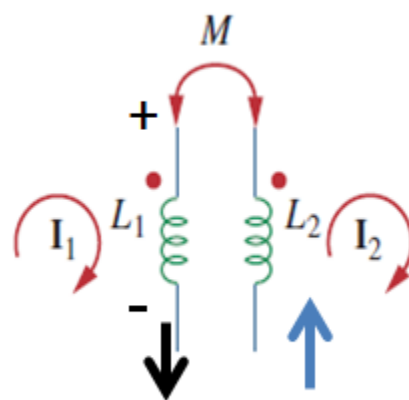
ارائه دهنده: دکتر علیرضا ناطقی



(ج)

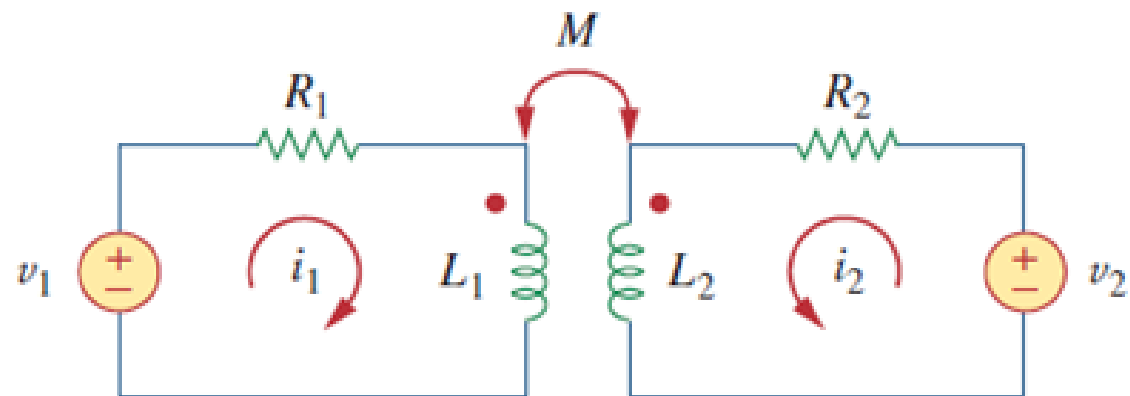


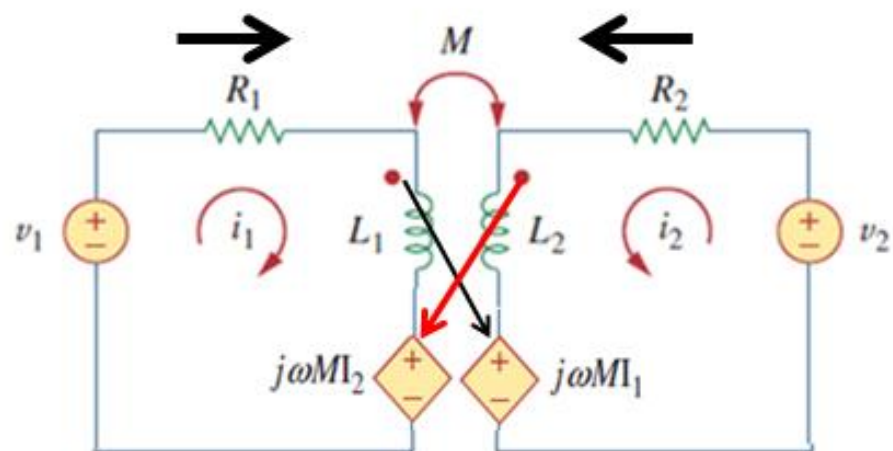
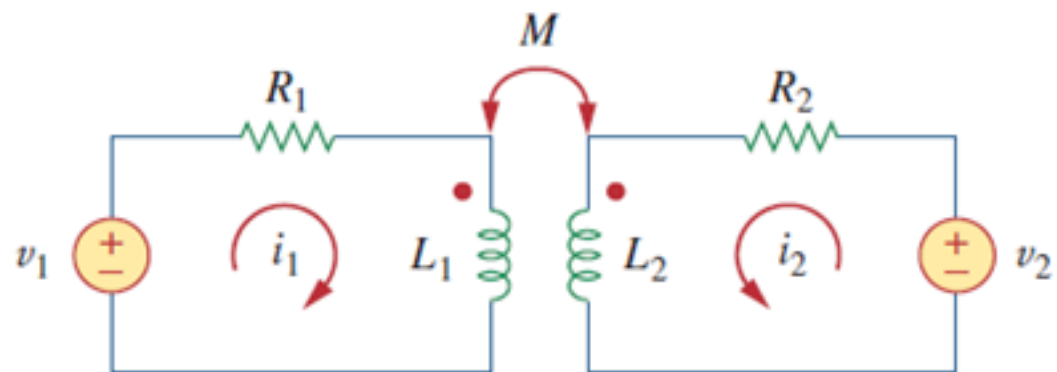
(ب)



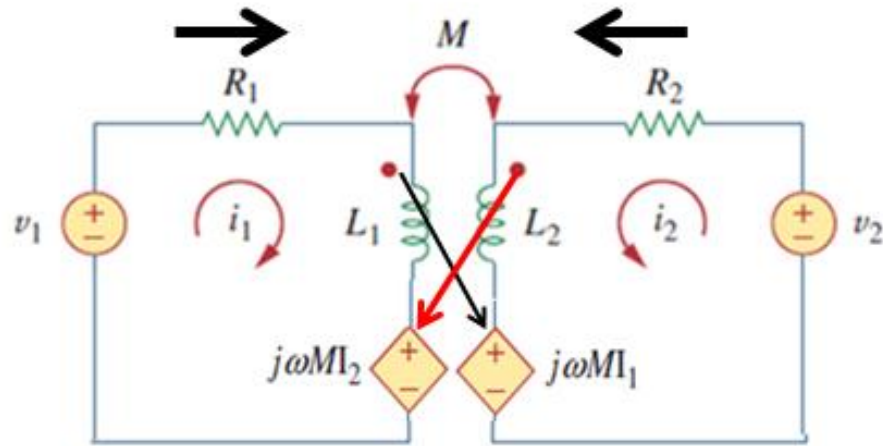
(الف)

مثال:

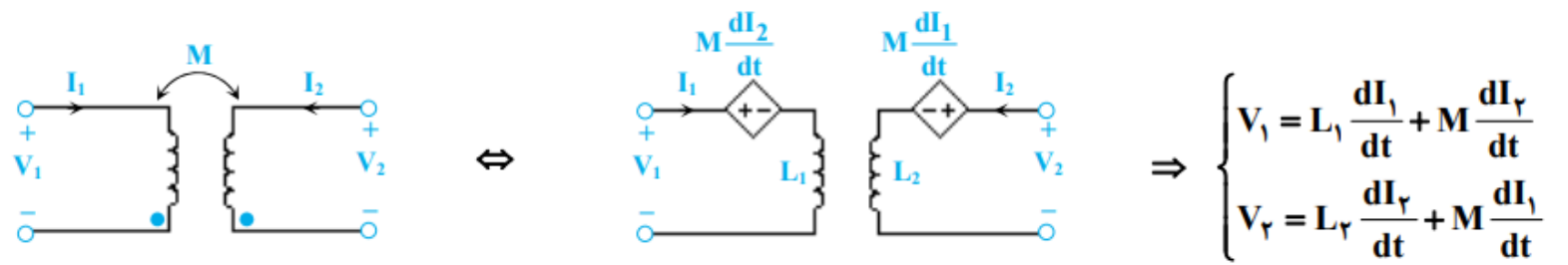
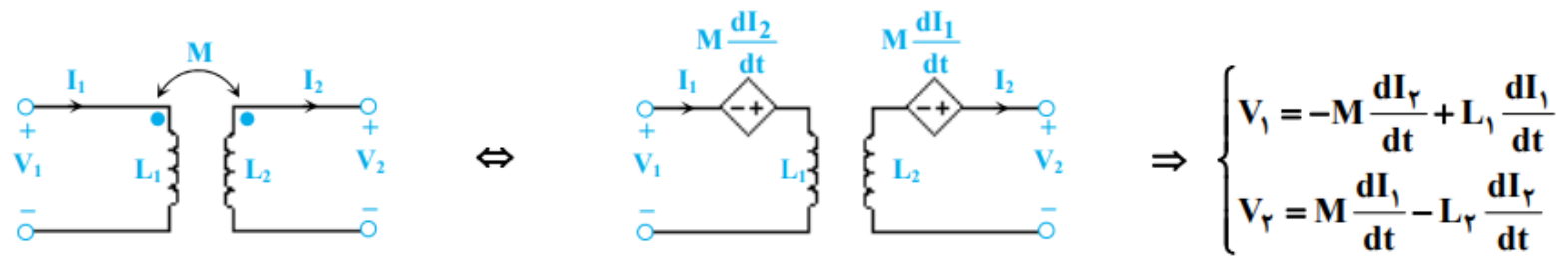


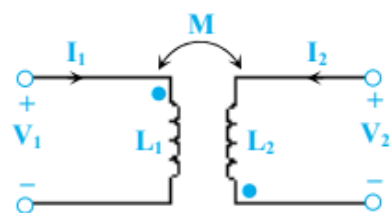
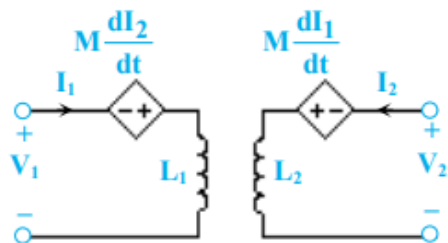


مثال:

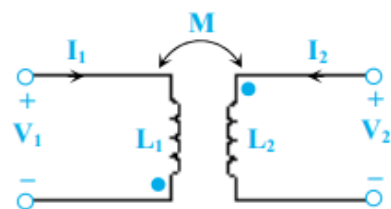
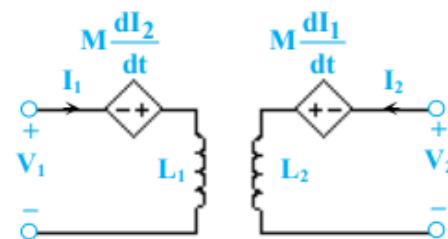


$$\left\{ \begin{array}{ll} V_1 = (R_1 + j\omega L_1)I_1 + j\omega M I_2 & \text{(الف-٢١)} \\ V_2 = j\omega M I_1 + (R_2 + j\omega L_2)I_2 & \text{(ب-٢١)} \end{array} \right.$$

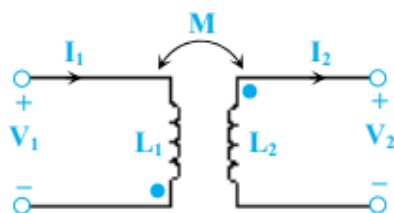
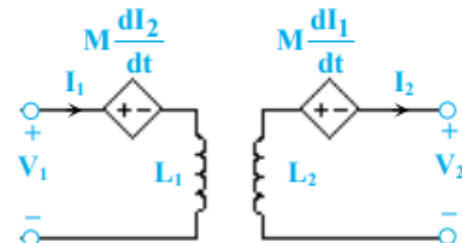



 $\Leftrightarrow$


$$\Rightarrow \begin{cases} V_1 = -M \frac{dI_2}{dt} + L_1 \frac{dI_1}{dt} \\ V_2 = -M \frac{dI_1}{dt} + L_2 \frac{dI_2}{dt} \end{cases}$$

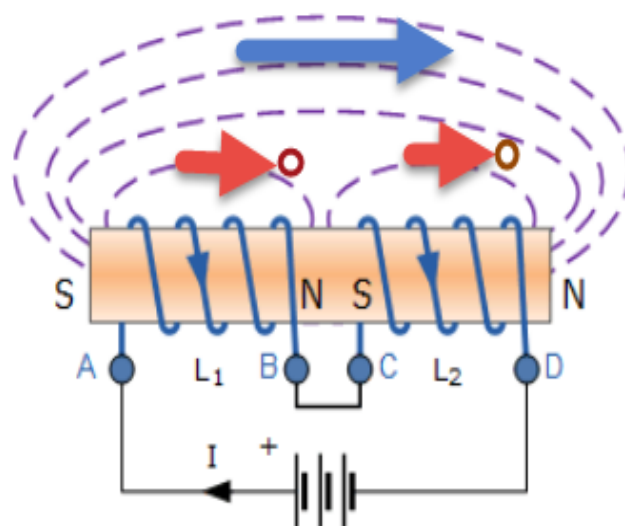

 $\Leftrightarrow$


$$\Rightarrow \begin{cases} V_1 = -M \frac{dI_2}{dt} + L_1 \frac{dI_1}{dt} \\ V_2 = -M \frac{dI_1}{dt} + L_2 \frac{dI_2}{dt} \end{cases}$$


 $\Leftrightarrow$


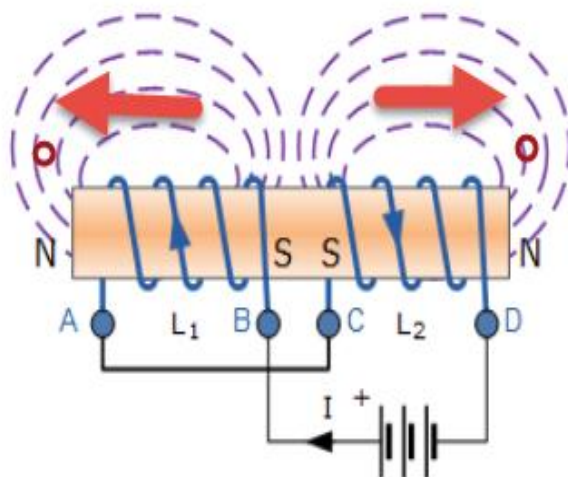
$$\Rightarrow \begin{cases} V_1 = M \frac{dI_2}{dt} + L_1 \frac{dI_1}{dt} \\ V_2 = -M \frac{dI_1}{dt} - L_2 \frac{dI_2}{dt} \end{cases}$$

اندوکتانس سلف‌هایی که بین آن‌ها القای متقابل برقرار است، با توجه به جریان گذرنده از سیم‌پیچ‌ها، با یکدیگر جمع یا از هم تفریق خواهد شد. اگر شار تولیدی توسط جریان گذرنده از سیم‌پیچ‌ها در یک راستا باشد، سیم‌پیچ‌ها به صورت «تزوید جمع شونده» (Cumulatively Coupled) هستند. اما اگر شار تولید توسط جریان‌های گذرنده توسط سیم‌پیچ‌ها مخالف یکدیگر باشند، سیم‌پیچ‌ها به صورت «تزوید تفریق شونده» (Differentially Coupled) هستند. تزوید جمع شونده در شکل زیر نمایش داده شده است.

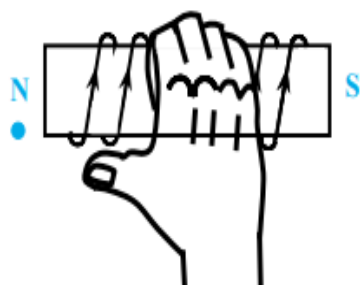


$$L = L_1 + L_2 + 2M \quad (\text{اتصال سری موافق})$$

به همین ترتیب، اگر یکی از سیم‌پیچ‌ها به صورت معکوس پیچیده شده باشد، شار مغناطیسی تولیدی توسط جریان سیم‌پیچ‌ها در جهت مخالف است و اندوکتانس متقابل بین آن‌ها به صورت تزویج تفریق شونده تاثیر گذار خواهد بود. تزویج تفریق شونده را در شکل زیر مشاهده می‌کنید.



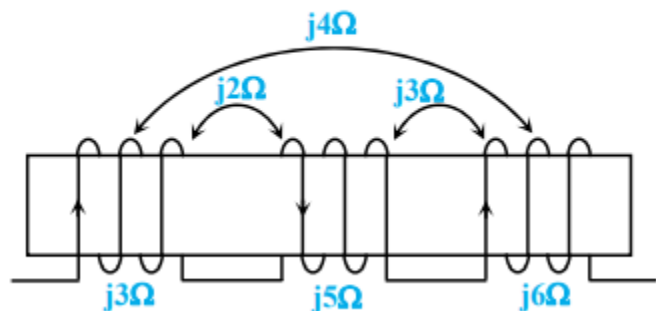
$$L = L_1 + L_2 - 2M \quad (\text{اتصال سری مخالف})$$



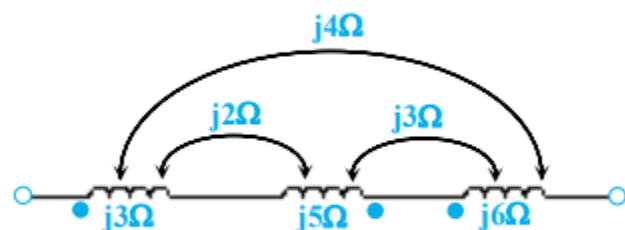
«تعیین قطب‌های N و S و سوی میدان در یک سیم‌لوله»

اگر مطابق شکل، چهار انگشت دست راست را در سوی جریان به دور تیغه (یا استوانه) قرار دهیم، انگشت شست جهت میدان را نشان خواهد داد و چون می‌دانیم میدان مغناطیسی از قطب N خارج و به قطب S وارد می‌شود، لذا سوی میدان را می‌توان قطب N دانست و دقیقاً نقطه را باید در جایی که N قرار دارد، گذاشت.

🔗 مثال ۳۷: مدار معادل نقطه‌ای شکل‌های زیر را به دست آورید.

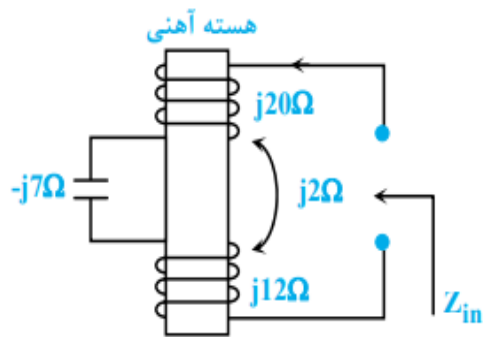


⇒



«مدار معادل نقطه‌ای»

🔗 مثال ۳۸: امپدانس ورودی شکل داده شده بر حسب اهم کدام است؟



(۱) $j29$

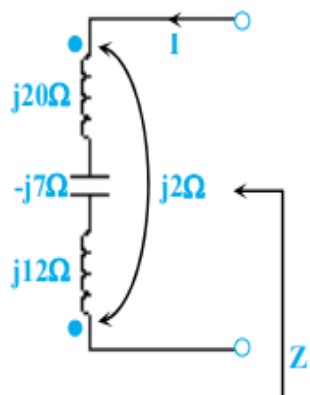
(۲) $j27$

(۳) $j23$

(۴) $j21$

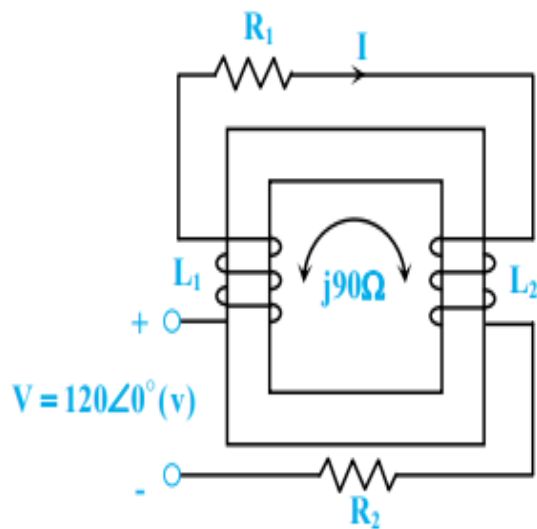
☑ پاسخ: گزینه «۴»

ابتدا باید مدار معادل نقطه‌دار شکل را رسم کنیم. برای این منظور چهار انگشت دست راست را در جهت جریان روی هسته آهنی قرار می‌دهیم. جهت انگشت شست، همان جایی است که باید نقطه را قرار دهیم.



$$Z = jX_{L_1} + jX_{L_2} - 2jX_M - jX_C = j20 + j12 - 2(j2) - j7 = j21\Omega$$

مثال ۳۹: جریانی I در مدار شکل مقابل تقریباً چند آمپر است؟



$$\begin{cases} R_1 = 20\Omega, L_1 = 2H \\ R_2 = 2\Omega, L_2 = 0.2H \\ \omega = 400\left(\frac{\text{rad}}{\text{sec}}\right) \end{cases}$$

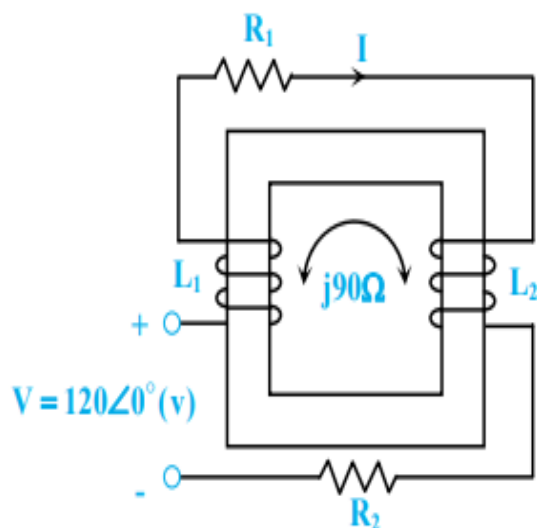
(۱) ۱۱/۰

(۲) ۱۷/۰

(۳) ۷/۱

(۴) ۱۱

مثال ۳۹: جریانی I در مدار شکل مقابل تقریباً چند آمپر است؟



$$\begin{cases} R_1 = 20\Omega, L_1 = 2H \\ R_2 = 2\Omega, L_2 = 0.2H \\ \omega = 400\left(\frac{\text{rad}}{\text{sec}}\right) \end{cases}$$

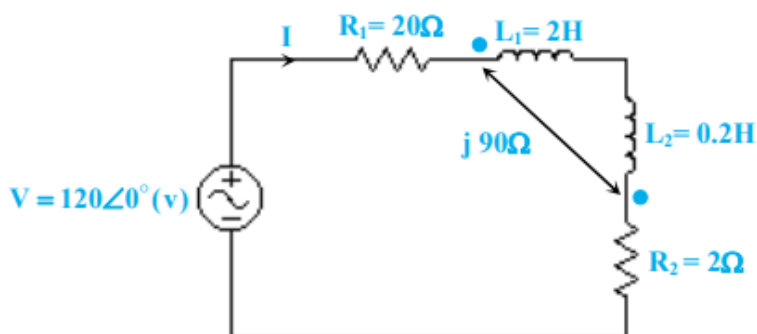
(۱) ۵/۱۱

(۲) ۵/۱۷

(۳) ۱/۷

(۴) ۱۱

پاسخ: گزینه «۲» ابتدا باید مدار معادل نقطه‌دار شکل را رسم کنیم. برای این منظور، چهار انگشت دست راست را در جهت جریان روی هسته آهنی قرار می‌دهیم. جهت انگشت شست، همان جایی است که باید نقطه را قرار دهیم.

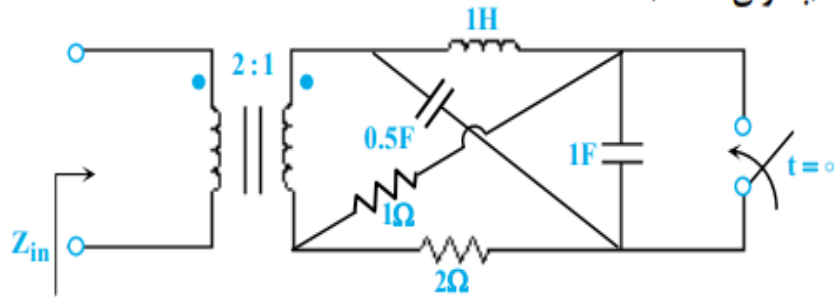


$$\begin{cases} Z_{L_1} = j\omega L_1 = j \times 400 \times 2 = j800\Omega \\ Z_{L_2} = j\omega L_2 = j \times 400 \times 0.2 = j80\Omega \end{cases}$$

$$\Rightarrow Z_{eq} = j800 + j80 - 2 \times j90 + 22 = 22 + j700$$

$$\Rightarrow I = \frac{120 \angle 0^\circ}{22 + j700} \Rightarrow |I| = \frac{120}{\sqrt{(700)^2 + (22)^2}} \cong \frac{120}{700} = 0.17A$$

مثال ۵۰: امپدانس ورودی مدار شکل زیر در فرکانس $\omega = 1$ ، چند اهم است؟ (به ازای $t > 0$)



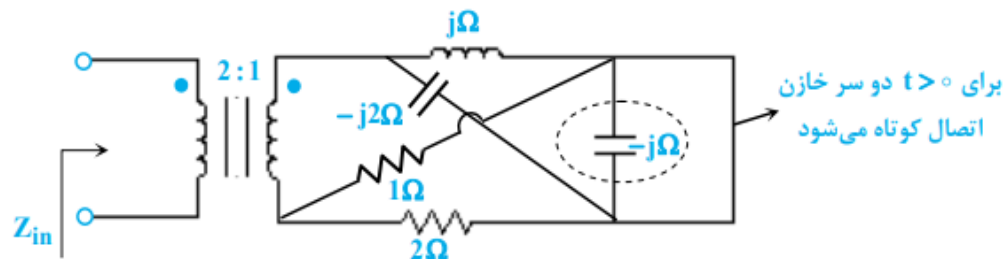
$$\frac{1}{3} - 1j \quad (2)$$

$$\frac{1}{3} - 4j \quad (4)$$

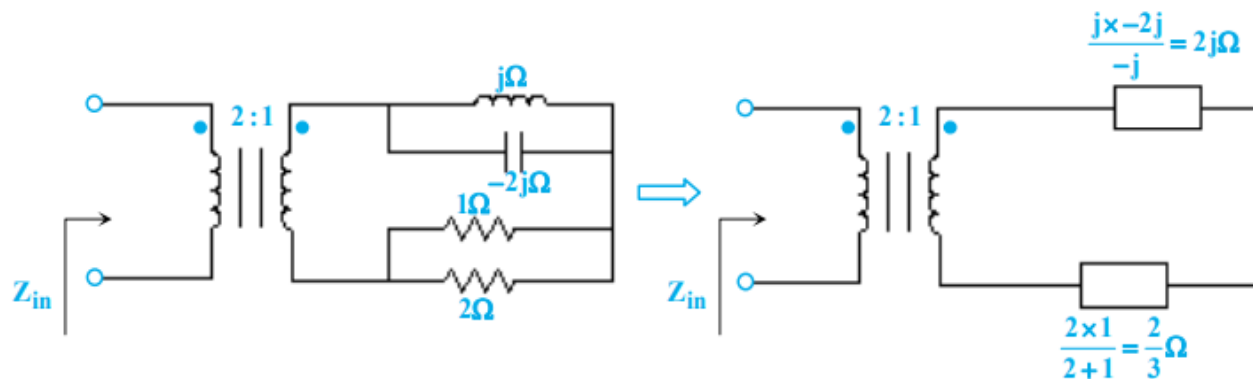
$$\frac{1}{3} + 1j \quad (1)$$

$$\frac{4}{3} + 4j \quad (3)$$

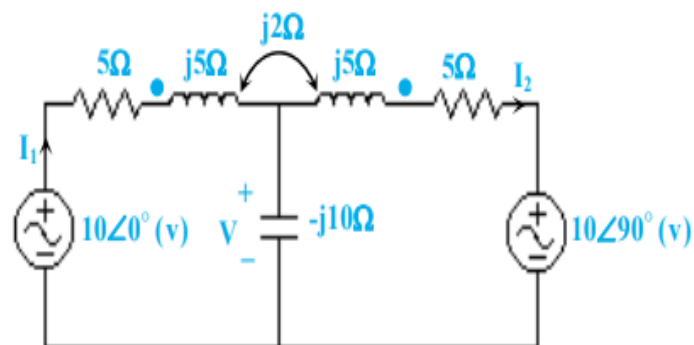
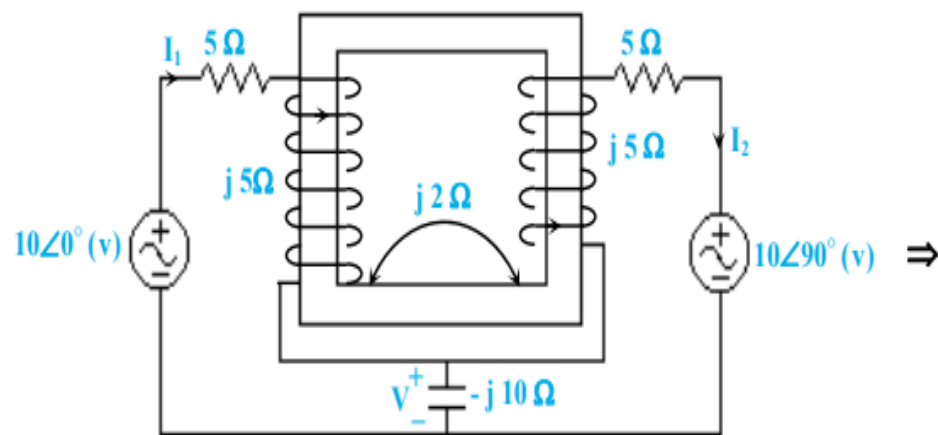
پاسخ: گزینه «۱» با توجه به این که $\omega = 1$ می باشد، مدار در حالت دائمی سینوسی به شکل زیر است: ☒



حال با ساده سازی مدار داریم:

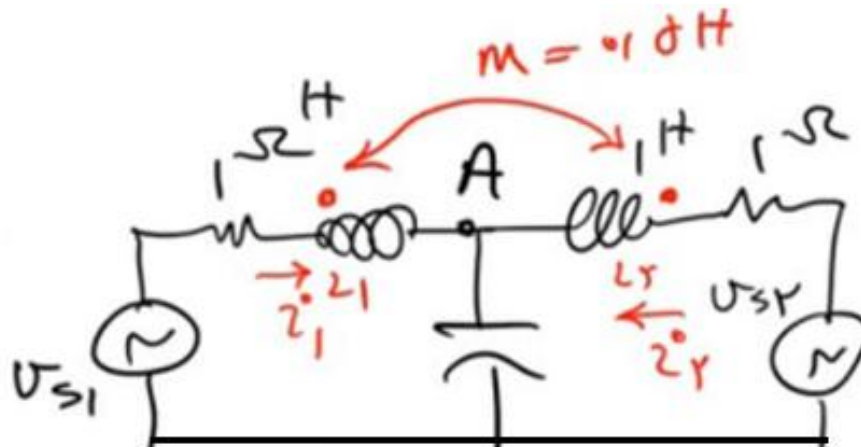


$$\Rightarrow Z_{in} = \left(\frac{2}{1}\right)^2 \times \left(j + \frac{2}{3}\right) = \frac{4}{3} + 8j\Omega$$



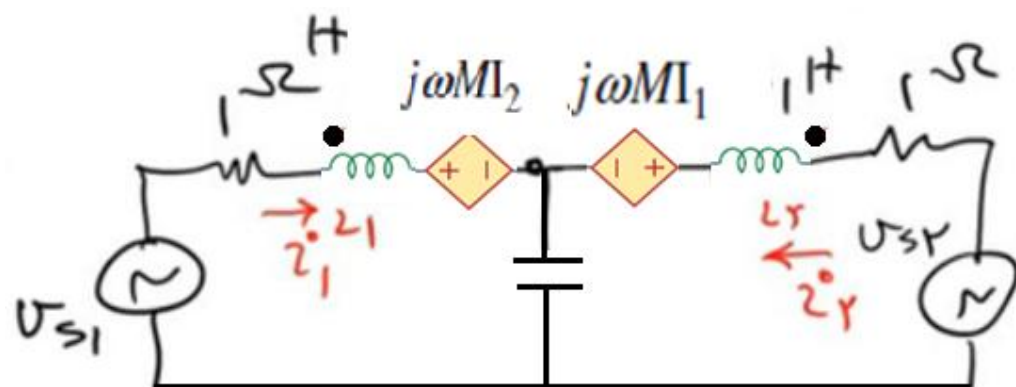
«مدار معادل نقطه‌ای»

مثال ٢:



$$\begin{cases} U_{s1} = 10 \cos t \\ U_{s2} = 10 \sin t \\ L_1 = L_2 = 1H \\ M = 0.1H \end{cases}$$

$$\begin{cases} u_{s1} = 10 \cos t \\ u_{s2} = 10 \sin t \\ L_1 = L_2 = 1 \text{ H} \\ M = 0.1 \text{ H} \end{cases}$$



$$\begin{cases} 10 = Z_1 + j Z_1 + 0.1 j Z_2 + (-j)(Z_1 + Z_2) \\ -10j = Z_2 + j Z_2 + 0.1 j Z_1 - j(Z_1 + Z_2) \end{cases}$$

$$\begin{bmatrix} +1 & -0.1\dot{\theta} \\ -0.1\dot{\theta} & +1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1_0 \\ -1_0\dot{\theta} \end{bmatrix}$$



$$\begin{bmatrix} z_{11} & z_{12} \\ z_{21} & z_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \dot{z}_1 \\ \dot{z}_2 \end{bmatrix} = \frac{1}{1 \times 1 - (-0.18j)^2} \begin{bmatrix} +1 & +0.18j \\ 0.18j & +1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 10 \\ -10j \end{bmatrix}$$

$$Z_1 = \frac{5}{s} \times 12 = 12$$

$$Z_2 = \frac{5}{s} \times (-3s) = -3$$

$$V_c = -\dot{z} (Z_1 + Z_2) = -\dot{z} (12 - 3)$$

$$V_c = -12\dot{z} + 3\dot{z} = -9 - 12\dot{z} = -9(1 + 4\dot{z})$$

$$V_c = (9e^{j\pi})(\sqrt{1^2+4^2} e^{j(\tan^{-1}(4))})$$

$$V_c = 9\sqrt{17} e^{j(\pi + \tan^{-1}(4))}$$