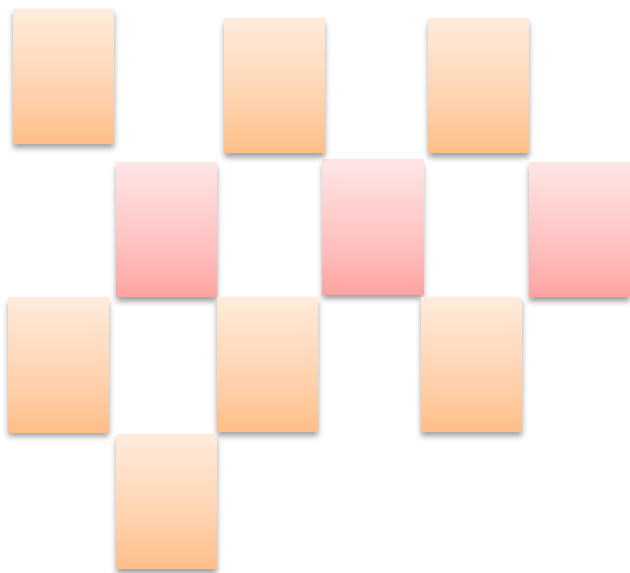


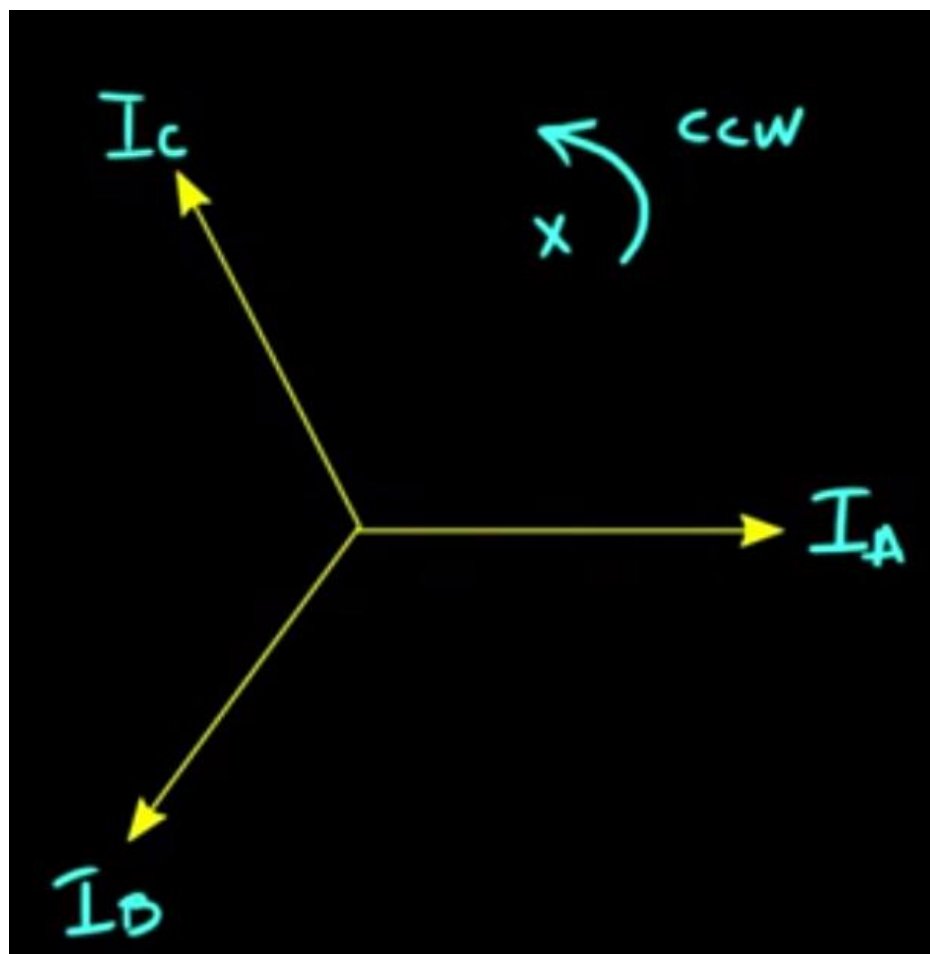


دانشگاه فنی حرفه ایی انقلاب اسلامی
دانشکده مهندسی برق

آموزش مجازی درس
مدارهای جریان متناوب

جلسه چهارم
تحلیل مدارهای سه فاز نامتعادل

ارائه دهنده: دکتر علیرضا ناطقی

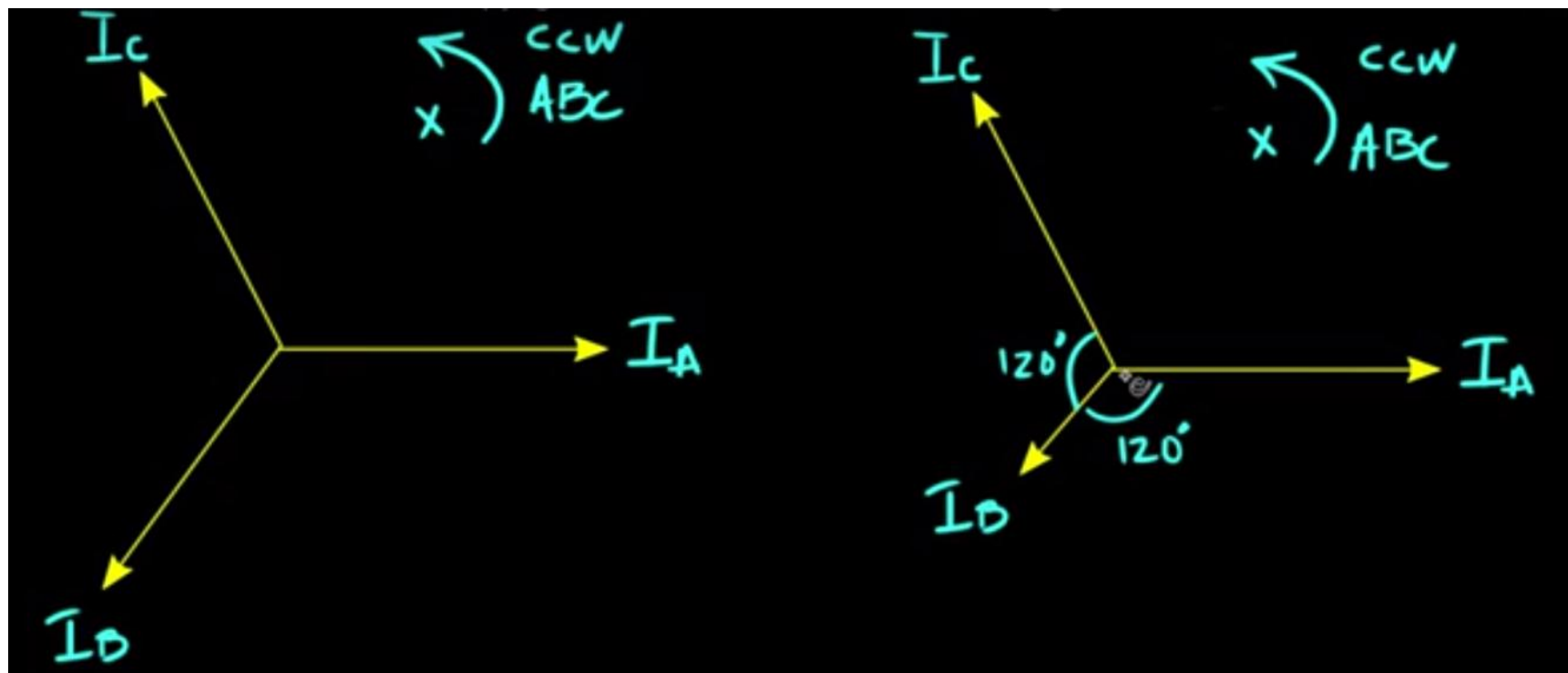


$$I_A(t) = I_{max} \cos(\omega t)$$

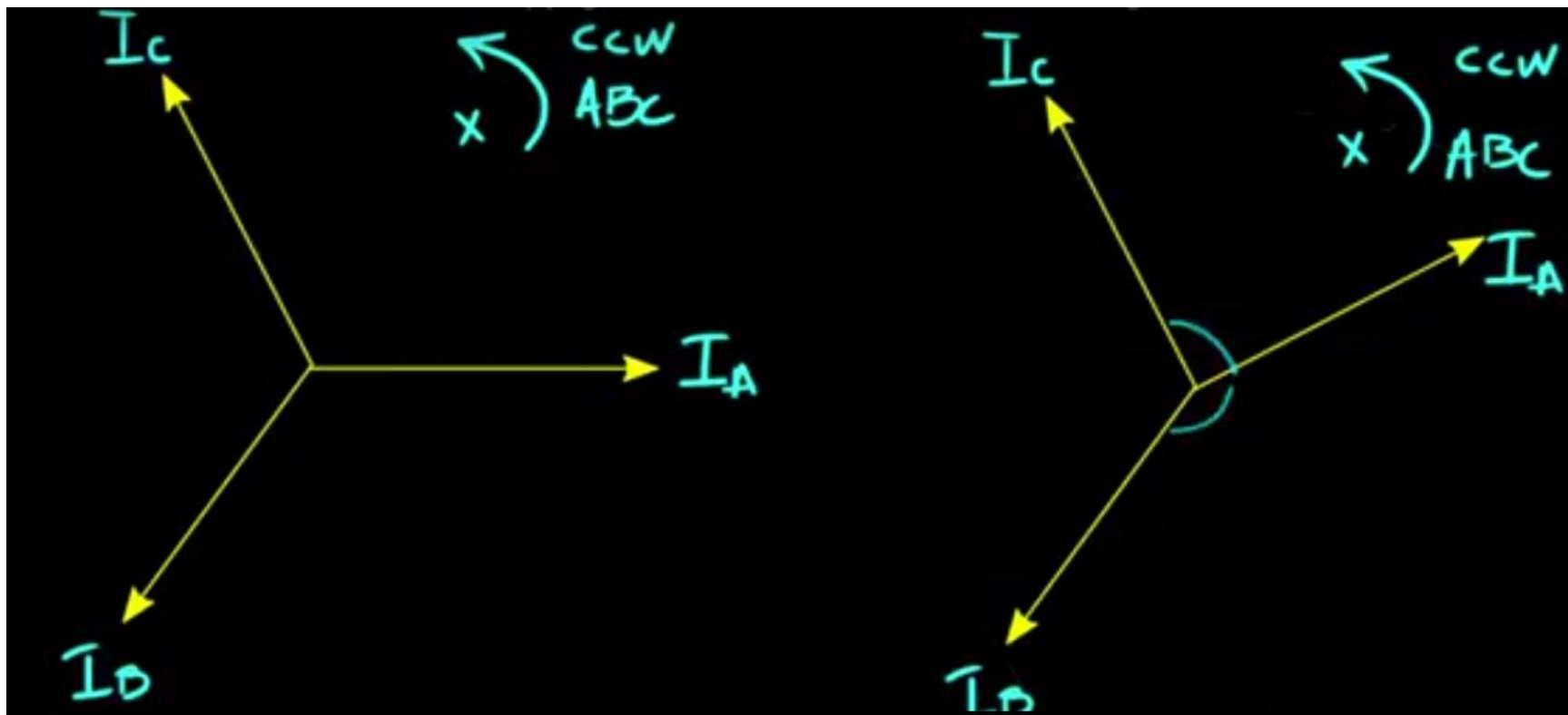
$$I_B(t) = I_{max} \cos(\omega t - 120)$$

$$I_C(t) = I_{max} \cos(\omega t + 120)$$

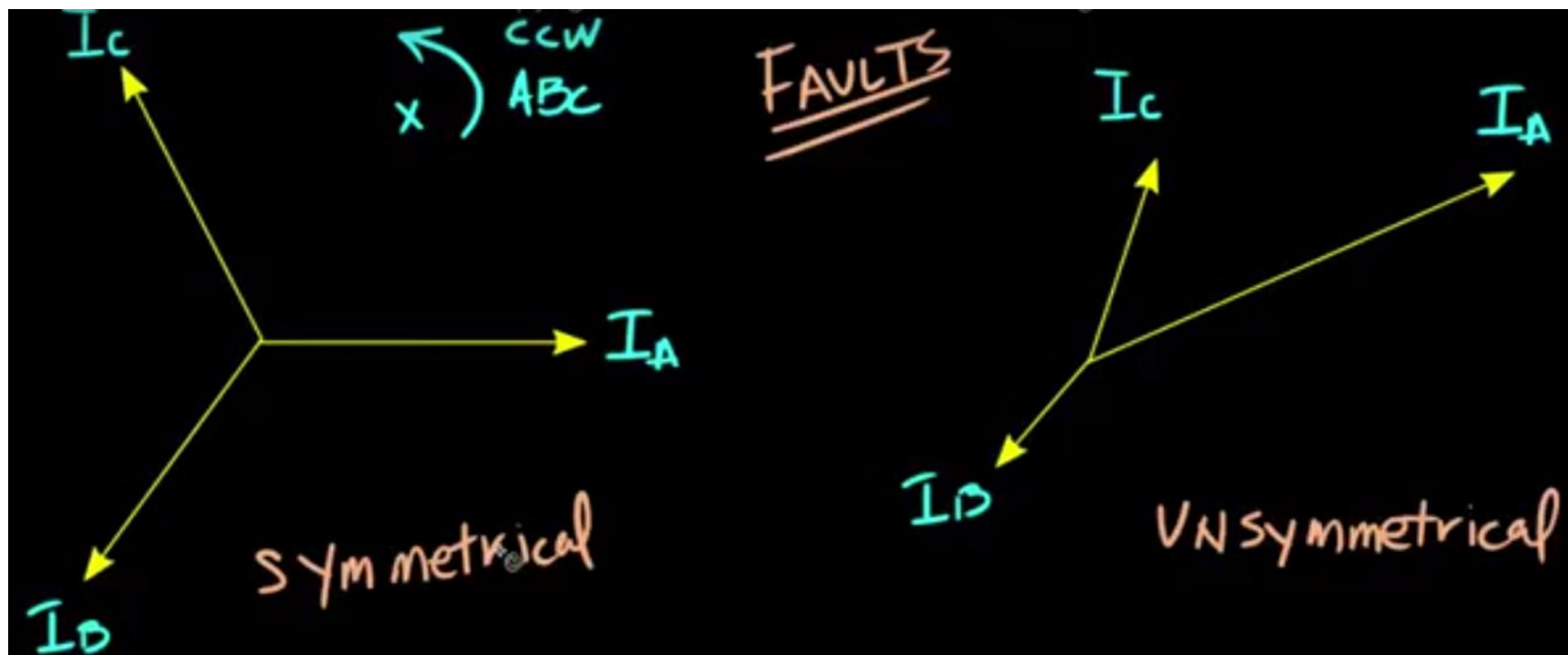
تحلیل مدارهای سه فاز نامتعادل



تحلیل مدارهای سه فاز نامتعادل

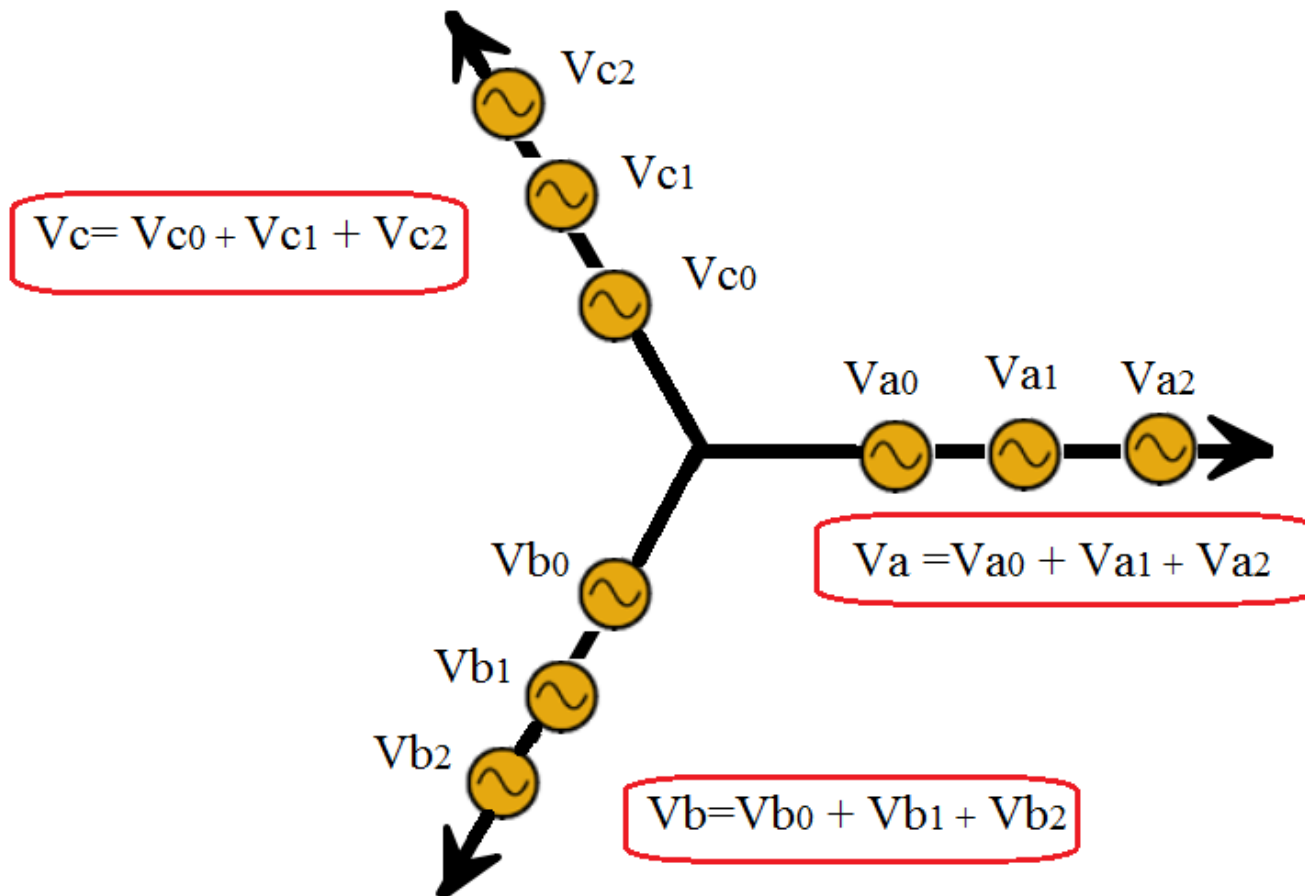


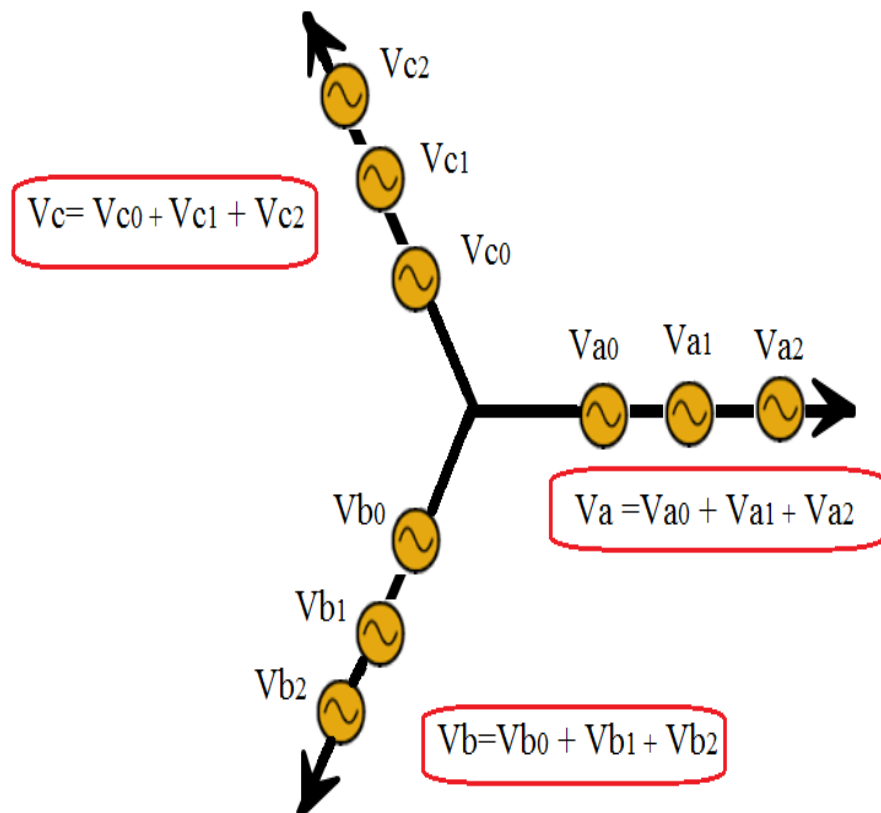
تحلیل مدارهای سه فاز نامتعادل



Symmetrical Components

مولفه های متقارن

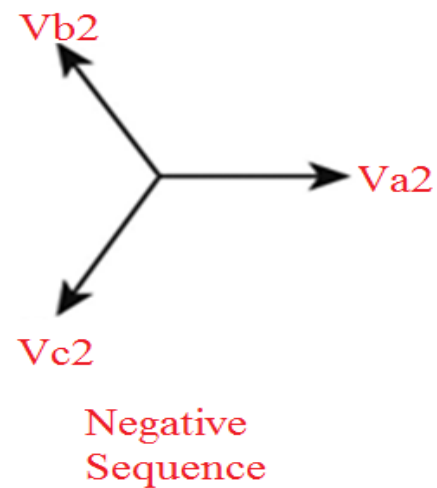
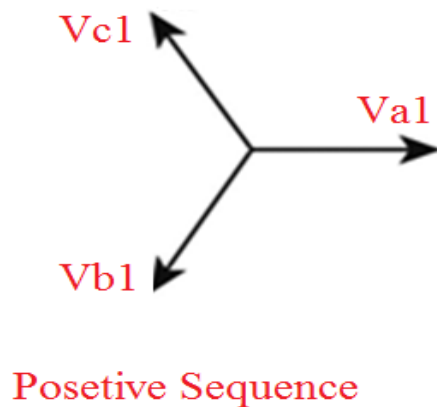
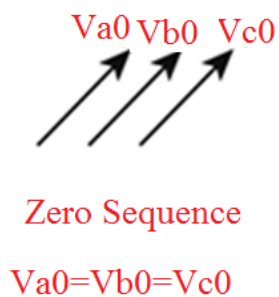




$$V_a = V_{a0} + V_{a1} + V_{a2}$$

$$V_b = V_{b0} + V_{b1} + V_{b2}$$

$$V_c = V_{c0} + V_{c1} + V_{c2}$$

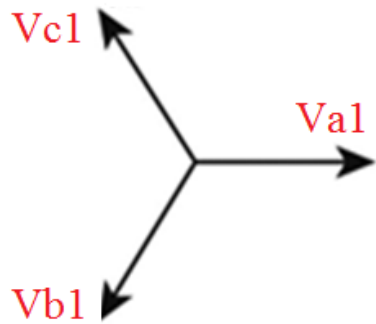




Zero Sequence

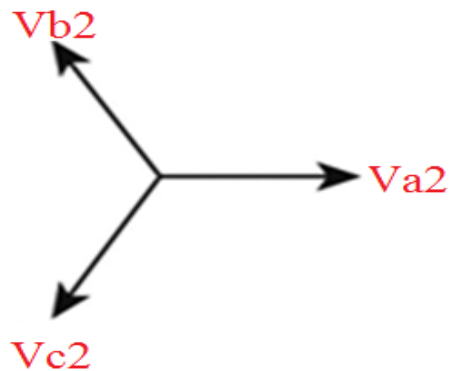
$$V_{a0}=V_{b0}=V_{c0}$$

- مولفه های توالی صفر : سه بردار هم اندازه و هم فاز $V_{a0}=V_{b0}=V_{c0}$



- مولفه های توالی یک (مثبت) : سه بردار متعادل با توالی مثبت ABC

Posetive Sequence



- مولفه های توالی دو (منفی) : سه بردار متعادل با توالی منفی ACB

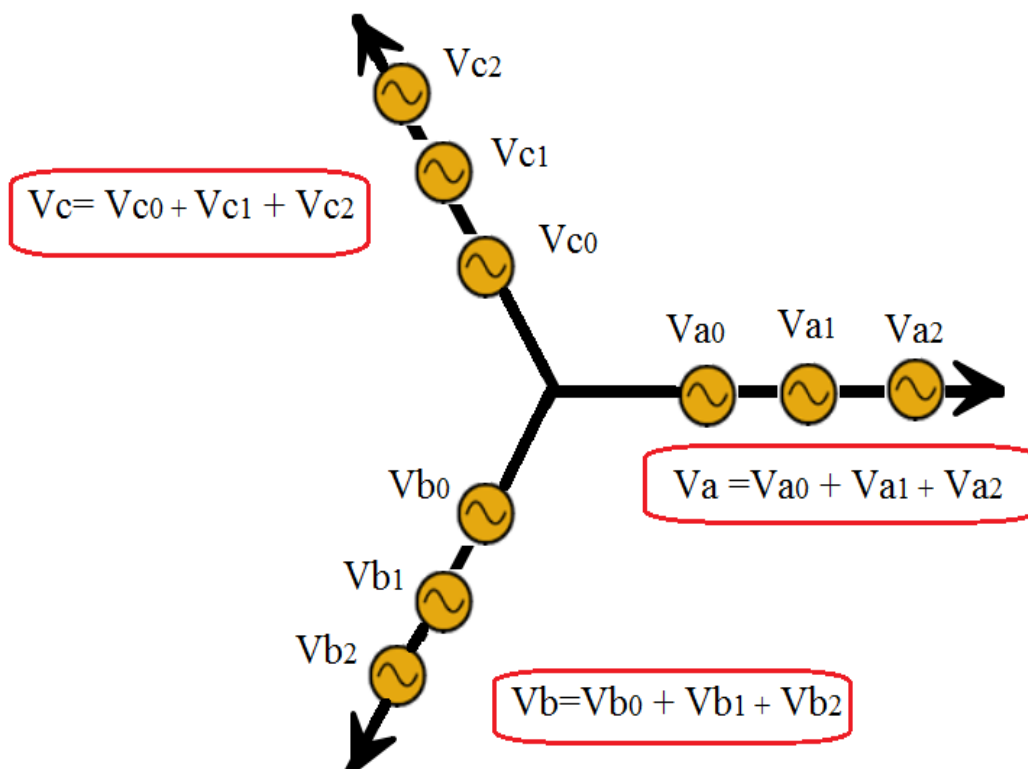
Negative
Sequence

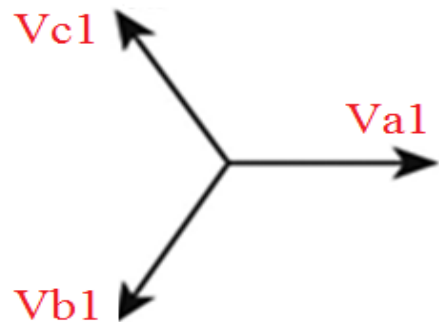
مولفه های توالی صفر : سه بردار هم اندازه و هم فاز



Zero Sequence

$$V_{a0}=V_{b0}=V_{c0}$$





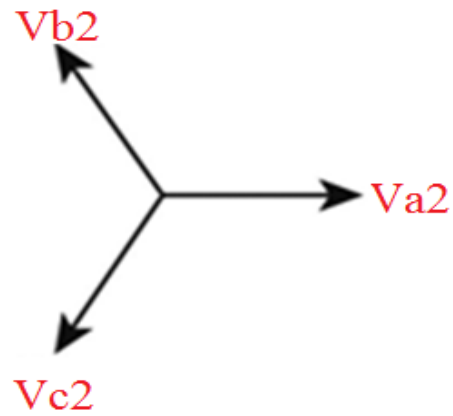
مولفه های توالی یک یا (مثبت) :
سه بردار متعادل با توالی مثبت ABC

Posetive Sequence

$$a = 1 < 120 \quad a^2 = 1 < 240 \quad a^3 = 1 < 360 = 1 < 0$$

$$V_{c1} = V_{a1} * 1 < 120 = a * V_{a1}$$

$$V_{b1} = V_{a1} * 1 < 240 = a^2 * V_{a1}$$



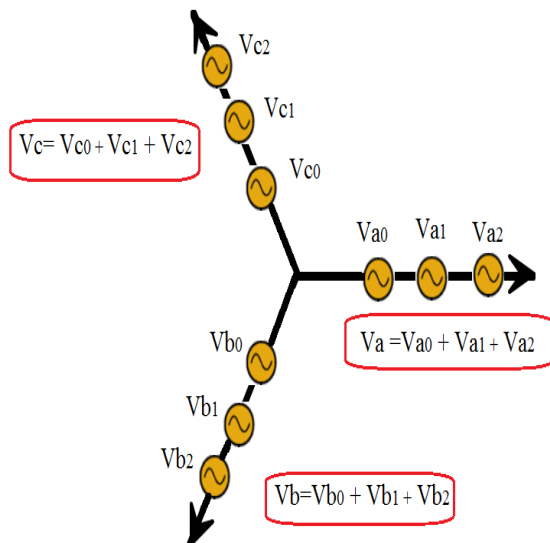
Negative
Sequence

مولفه های توالی دو (منفی) :
سه بردار متعادل با توالی منفی ACB

$$a = 1 < 120 \quad a^2 = 1 < 240 \quad a^3 = 1 < 360 = 1 < 0$$

$$V_{b2} = V_{a2} * 1<120 = a * V_{a1}$$

$$V_{c2} = V_{a2} * 1<240 = a^2 * V_{a1}$$



$$V_a = V_{a0} + V_{a1} + V_{a2}$$

$$V_b = V_{b0} + V_{b1} + V_{b2}$$

$$V_c = V_{c0} + V_{c1} + V_{c2}$$

$$V_a = V_{a0} + V_{a1} + V_{a2}$$

$$V_b = V_{a0} + a^2 V_{a1} + a V_{a2}$$

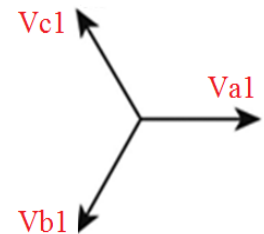
$$V_c = V_{a0} + a V_{a1} + a^2 V_{a2}$$

$$\begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{a0} \\ V_{a1} \\ V_{a2} \end{bmatrix}$$

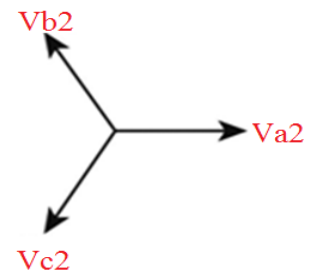


Zero Sequence

$$V_{a0} = V_{b0} = V_{c0}$$



Positive Sequence



Negative Sequence

$$\begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{a0} \\ V_{a1} \\ V_{a2} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} V_{a0} \\ V_{a1} \\ V_{a2} \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \end{bmatrix}$$

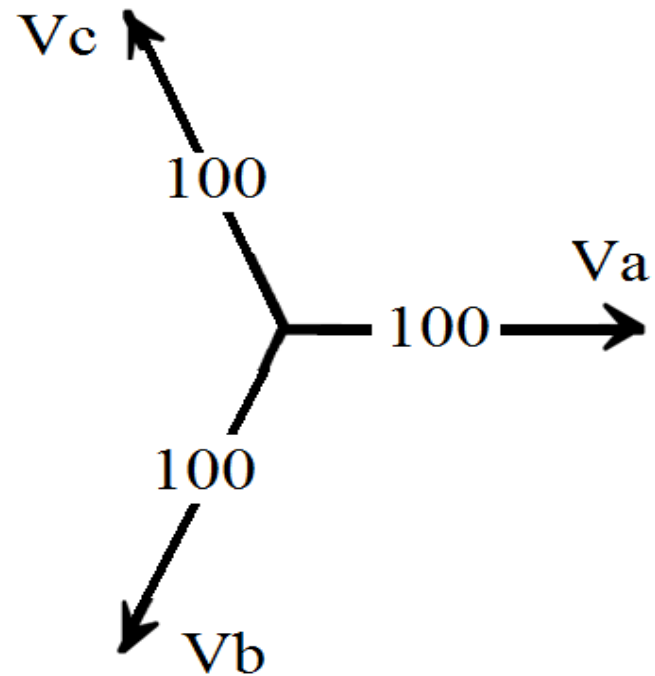
مثال ۱:

مولفه توالی صفر، توالی مثبت (توالی یک) و توالی منفی (توالی دو) را برای منبع سه فاز زیر محاسبه کنید:

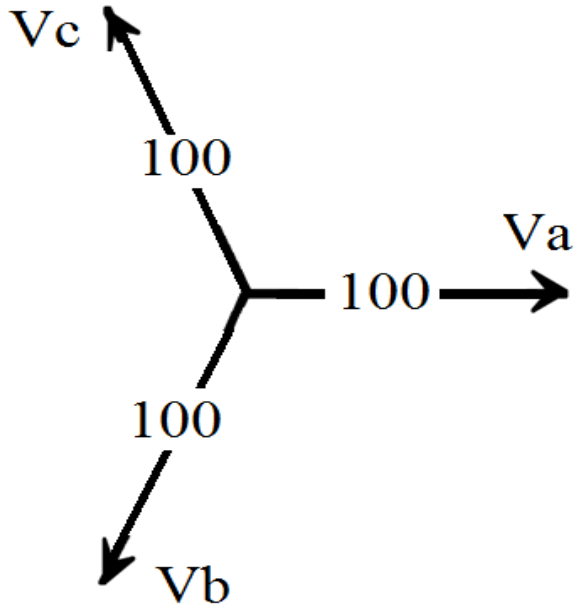
$$V_a(t) = 100\sqrt{2}\cos(\omega t)$$

$$V_b(t) = 100\sqrt{2}\cos(\omega t + 120)$$

$$V_c(t) = 100\sqrt{2}\cos(\omega t - 120)$$



الف- محاسبه توالی صفر

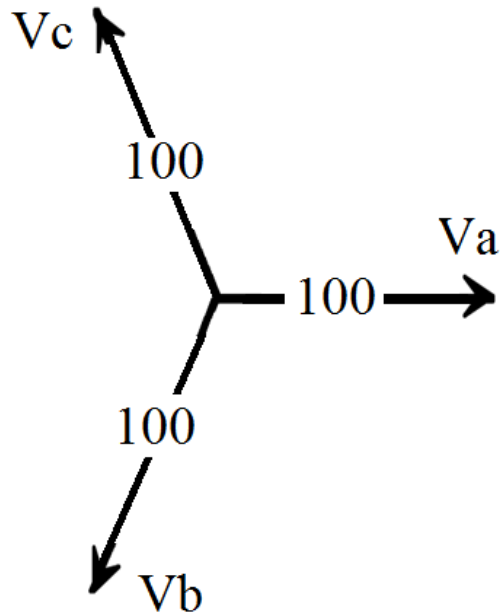


$$\begin{bmatrix} V_{a0} \\ V_{a1} \\ V_{a2} \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \end{bmatrix}$$

$$V_{a0} = \frac{1}{3} (V_a + V_b + V_c) = 0$$

(در یک سیستم متعادل توالی صفر سیستم برابر عدد صفر است)

ب- محاسبه توالی یک (توالی مثبت)



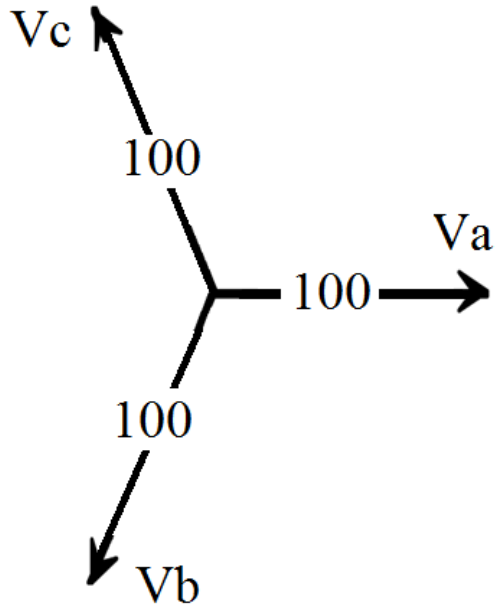
$$\begin{bmatrix} V_{a0} \\ V_{a1} \\ V_{a2} \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \end{bmatrix}$$

$$V_{a1} = \left[\frac{1}{3} (V_a + aV_b + a^2V_c) \right]$$

$$V_{a1} = \left[\frac{1}{3} (V_a + V_a + V_a) \right] = V_a = 100$$

مقدار توالی مثبت در یک منبع سه فاز متعادل همان ولتاژ فاز V_a است.

ج- محاسبه توالی دو (توالی منفی)



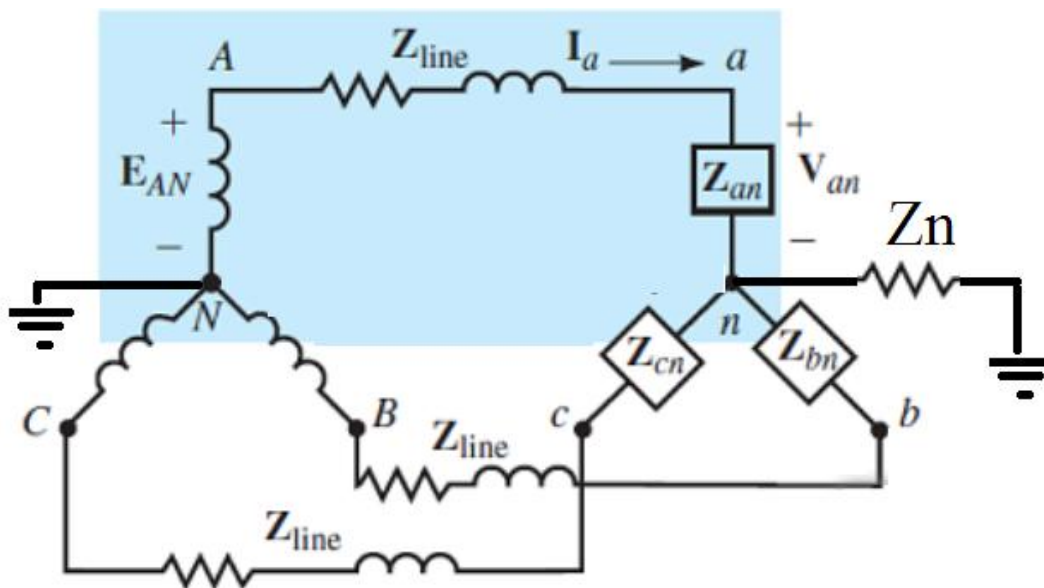
$$\begin{bmatrix} V_{a0} \\ V_{a1} \\ V_{a2} \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \end{bmatrix}$$

$$V_{a2} = \left[\frac{1}{3} (V_a + a^2 V_b + a V_c) \right]$$

$$V_{a2} = \left[\frac{1}{3} (V_a + V_c + V_b) \right] = 0$$

(در یک سیستم متعادل با توالی مثبت، توالی های صفر و منفی همواره صفر خواهند بود.)

مثال ۱: مدار زیر را با کمک تحلیل توالی فازها حل کنید.



$$-E_{an} + Z_{line}(I_a) + Z_{load}(I_a) + Z_n(I_a + I_b + I_c) = 0$$

$$-E_{an} + Z_{line}(I_a) + Z_{load}(I_a) + Z_n(I_a + I_b + I_c) = 0$$

$$-(E_{a0} + E_{a1} + E_{a2}) + Z_{line}(I_{a0} + I_{a1} + I_{a2}) + Z_{load}(I_{a0} + I_{a1} + I_{a2}) + Z_n(I_a + I_b + I_c) = 0$$

$$(I_a + I_b + I_c) = (I_{a0} + I_{b0} + I_{c0}) + \cancel{(I_{a1} + I_{b1} + I_{c1})} + \cancel{(I_{a2} + I_{b2} + I_{c2})}$$

$$-(E_{a0} + E_{a1} + E_{a2}) + Z_{line}(I_{a0} + I_{a1} + I_{a2}) + Z_{load}(I_{a0} + I_{a1} + I_{a2}) + Z_n(I_{a0} + I_{b0} + I_{c0}) = 0$$

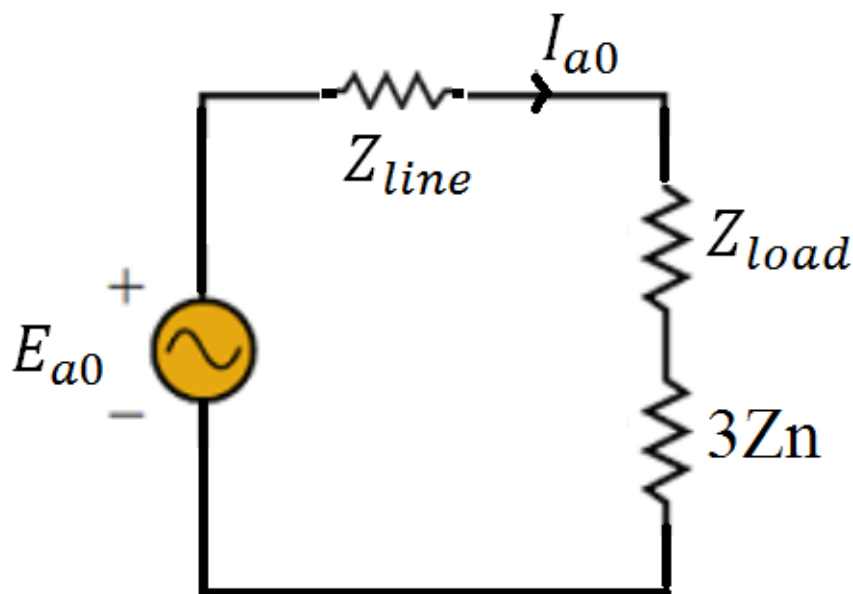


$$3I_{a0}$$

مدار معادل توالی صفر

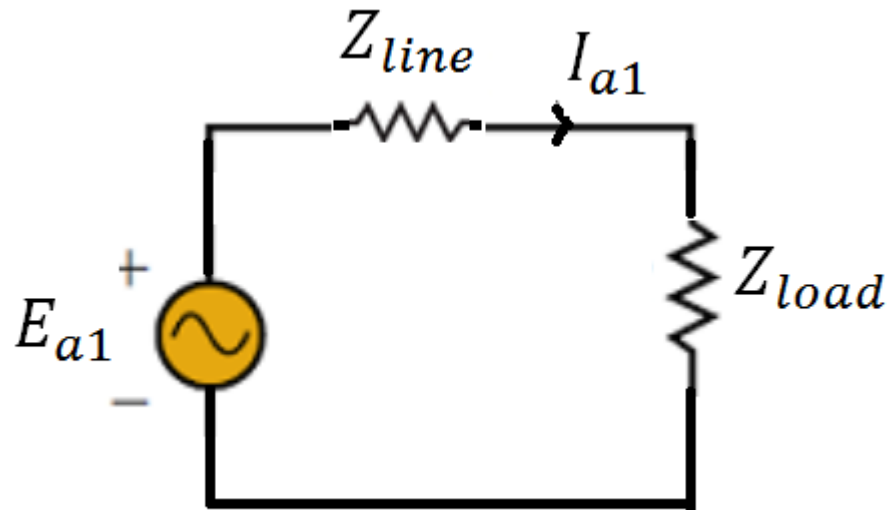
$$Z_{line}(I_{a0}) + Z_{load}(I_{a0}) + Z_n(I_{a0} + I_{b0} + I_{c0}) = (E_{a0})$$

↓
 $3I_{a0}$



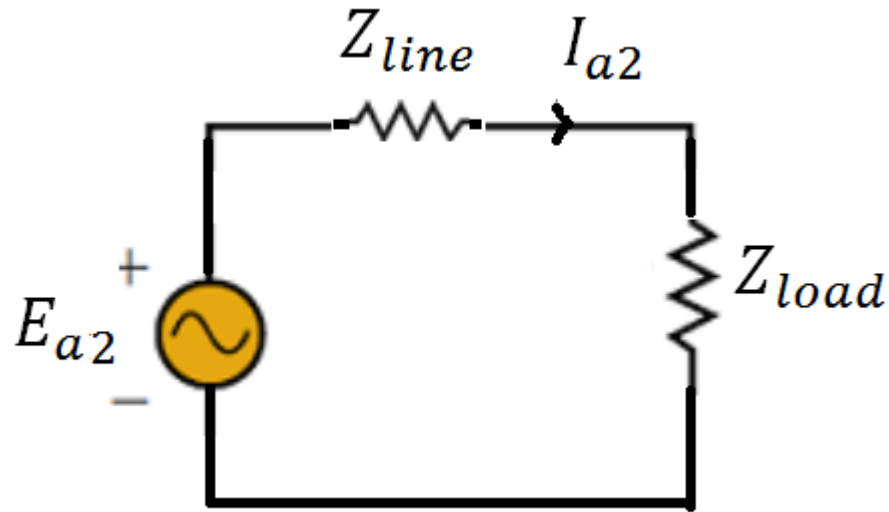
مدار معادل توالی یک

$$-(E_{a1}) + Z_{line}(I_{a1}) + Z_{load}(I_{a1}) = 0$$

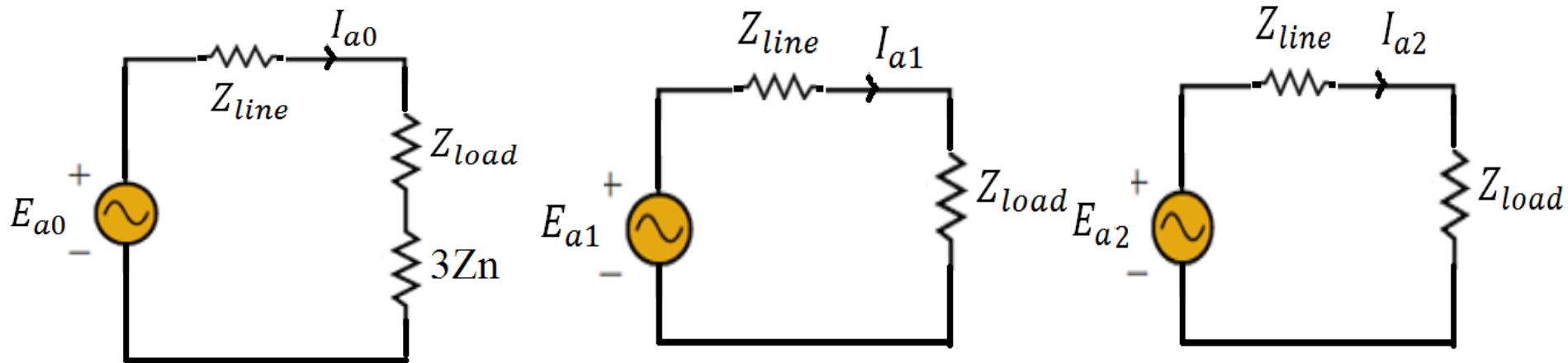


مدار معادل توالی دو

$$-(E_{a2}) + Z_{line}(I_{a2}) + Z_{load}(I_{a2}) = 0$$



$$\begin{bmatrix} E_{a0} \\ E_{a1} \\ E_{a2} \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_{an} \\ E_{bn} \\ E_{cn} \end{bmatrix}$$



نکته: به جای تحلیل مدار سه فاز ، سه مدار تکفاز تحلیل خواهد شد و با کمک جریانهای توالی فاز a بردار جریان توالی سایر فازها و در نهایت با جمع مولفه های توالی هر فاز مقدار جریان آن فاز تعیین خواهد شد.

مثال: رسم مدار معادل توالی فاز ها برای مدار شکل زیر:

$$E_{an}(t) = 100\sqrt{2}\cos(\omega t)$$

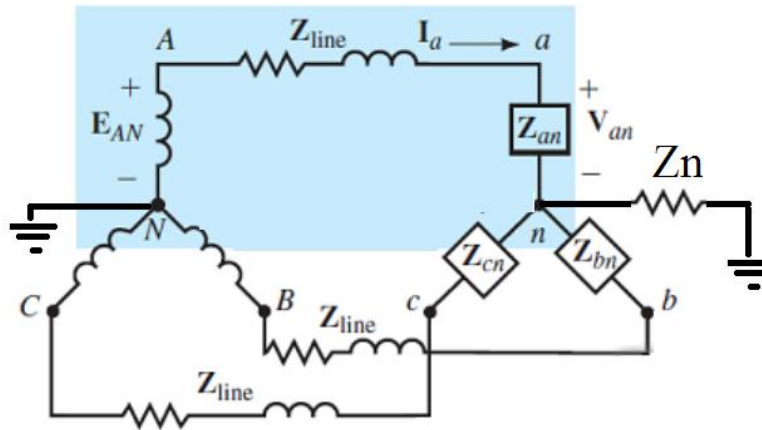
$$Z_{line}=2+j4$$

$$E_{bn}(t) = 100\sqrt{2}\cos(\omega t + 120)$$

$$Z_{load}=j4$$

$$E_{cn}(t) = 100\sqrt{2}\cos(\omega t - 120)$$

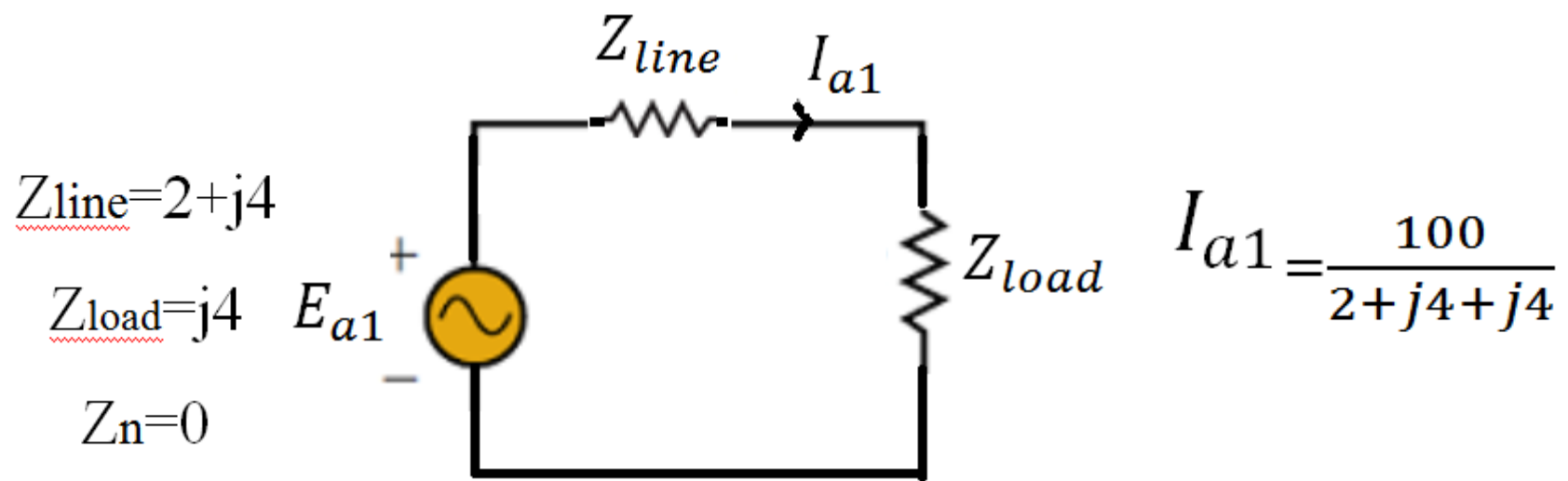
$$Z_n=0$$



نکته: منابع متعادل با توالی مثبت

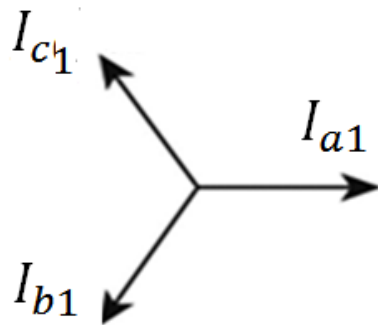
نتیجه: مولفه های صفر و منفی مدار برابر صفر میباشد.

$$E_{a0}=0 \quad E_{a2}=0 \quad E_{a1}=E_{an}=100<0$$

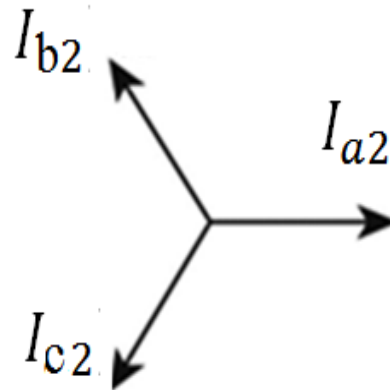


$$I_{a0}=0 \quad I_{a2}=0 \quad I_a=I_{a1}$$

نکته: با کمک جریان فاز a بردار جریان سایر فازها تعیین خواهد شد.



Positive Sequence



مدار معادل توالی صفر

الف- برای بار ستاره که نول آن با سیم به زمین وصل شده است: $Z_n=0$
ب- برای بار مثلث (بار به ستاره تبدیل شده که نول آن به زمین متصل نیست) لذا مدار معادل Z_n ندارد (یعنی به جای آن در مدار، اتصال باز است)

